自由表面を持つ回転流体の不安定性によって生ずる多角形パターン

Polygonal pattern resulting from an instability of a rotating fluid with a free surface

○横田 祥, 東大大気海洋研, 千葉県柏市柏の葉 5-1-5, E-mail:yokota-s@ori.u-tokyo.ac.jp
 伊賀 啓太, 東大大気海洋研, 千葉県柏市柏の葉 5-1-5, E-mail:iga@aori.u-tokyo.ac.jp
 新野 宏, 東大大気海洋研, 千葉県柏市柏の葉 5-1-5, E-mail:niino@aori.u-tokyo.ac.jp
 三澤 信彦, 東大大気海洋研, 千葉県柏市柏の葉 5-1-5, E-mail:misawa@aori.u-tokyo.ac.jp

Sho Yokota, Atmos. and Ocean Res. Inst., The Univ. of Tokyo, 5-1-5, Kashiwanoha, Kashiwa, Chiba
 Keita Iga, Atmos. and Ocean Res. Inst., The Univ. of Tokyo, 5-1-5, Kashiwanoha, Kashiwa, Chiba
 Hiroshi Niino, Atmos. and Ocean Res. Inst., The Univ. of Tokyo, 5-1-5, Kashiwanoha, Kashiwa, Chiba
 Nobuhiko Misawa, Atmos. and Ocean Res. Inst., The Univ. of Tokyo, 5-1-5, Kashiwanoha, Kashiwa, Chiba

In the terrestrial and planetary atmospheres, vortices that exhibit a polygonal shape are occasionally observed even when the external conditions are nearly axisymmetric. Similar phenomena are also found in laboratory experiments in which water layer in a right cylindrical tank is driven by a rapidly-rotating bottom disk. In this study, we have studied these phenomena by means of laboratory experiments and a linear stability theory. It is found that the characteristics of the vortices in the laboratory experiments are well explained by those of the fastest growing waves caused by a horizontal shear instability of the basic flow. Thus, the polygons observed in the laboratory experiments are likely to be caused by a shear instability.

1. はじめに

地球や惑星の大気中の流れには、外的な条件がほぼ軸対称であるにもかかわらず、多角形を示すものが見られることがある。これと似た現象は、円筒容器を用いた室内実験でも観測できることが報告されている⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾が、その力学的な形成機構については十分に解明されていない。本研究では、さまざまなパラメータで室内実験を行い、そこで得られたパラメータ依存性を線形安定性解析によって説明することを試みた。

2. 室内実験

今回行った室内実験は、円筒容器に深さ H まで水を入れ、容器の底に取り付けられた円盤を角速度 ω_d で回すというものである。 ω_d をある一定の値より大きくすると円盤の中心には水のない領域ができる (Fig. 1 左) が、この領域の形状は楕円やさまざまな形の多角形になり (Fig. 1 右)、 H が小さく ω_d が大きいほど多角形の頂点の数が増えた (Fig. 2)。

Fig. 1 A schematic of the apparatus (left) and patterns of an ellipse, a triangle, a square, and a pentagon (right)

3. 線形安定性解析

室内実験の結果を説明するために、線形安定性解析を行った。鉛直循環のない軸対称な流れを仮定した運動方程式を解いて方位角方向の基本流 $V(r)$ を求め、粘性のない2次元流を仮定して渦度方程式を線形化すると

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{V}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) (\nabla^2 \psi') - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi'}{\partial \theta} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (rV)}{\partial r} \right) = 0$$

Fig. 2 Shapes of the surface of water as H and ω_d are changed ($k=2$ means an ellipse, and if $k \geq 3$, k is the number of apices of the polygon.)

となる (ψ' は擾乱の流線関数)。適当な境界条件のもとに、波動解 $\psi' = \Psi'(r)e^{ik(\theta-ct)}$ を仮定すると、この方程式は複素位相角速度 c に対する固有値問題を構成する。1組の H と ω_d に対してこの固有値問題を解き、最も成長率 kc_i の大きい不安定波の波数 k (自然数) を求めると、 H が小さく ω_d が大きいほど k が増え、室内実験で得られたパラメータ依存性を定性的によく説明することができた。

4. まとめ

自由表面を持つ回転流体の実験で生ずる多角形パターンの性質は、線形安定性解析で得られる不安定波によってよく説明できることを示した。この不安定波は基本流 $V(r)$ の水平シアによって生じるものであり、室内実験で見られる多角形パターンは、シア不安定によって生じているものと思われる。

参考文献

- (1) G. A. Vistas, J. Fluid Mech. 217, 241-248 (1990).
- (2) T. R. N. Jansson, M. P. Haspang, K. H. Jensen, P. Hersen, and T. Bohr, Phys. Rev. Lett. 96, 174502 (2006).
- (3) G. A. Vistas, H. A. Abderrahmane, and M. H. K. Siddiqui, Phys. Rev. Lett. 100, 174503 (2008).