The Japan Statistical Society

日本統計学会誌
第 42 巻, 第 1 号, 2012 年 9 月
25 頁 ～ 53 頁

階層ベイズ・モデルによる クレジット・スコアリング・モデル： 住宅ローン コンソーシアム・データへの応用

奥村　拓史*，各務　和彦†

Credit Scoring Models Using Hierarchical Bayes Model: An Application to Inter-bank Consortium Mortgage Data

Hiroshi Okumura* and Kazuhiko Kakamu†

クレジット・スコアリング・モデルにおける問題点はデフォルト債権のサンプルの少なさにある．ローンの商品によっては大手都市銀行でさえ，銀行単体でモデル構築に十分なデフォルト・サンプルを確保することは難しい．この問題への対応策の 1 つとして複数の銀行のプールされたデータによるスコアリング・モデルの利用がある．しかし，プールされたデータによるモデルでは銀行間の同質性を仮定するので，銀行の貸出の個別性や地域特性を捨象するという問題が生じる．本稿では，スコアリング・モデルとして階層ベイズ・プロビット・モデルを用いた場合，既存のモデルより精度が向上するかを，住宅ローンのコンソーシアム・データを用いて検証することが目的である．実証分析の結果，階層ベイズ・プロビット・モデルはモデルのパフォーマンスを向上させることが明らかとなった．

The challenge in credit scoring modeling is the small size of default samples. Indeed, major banks have often faced difficulty in collecting, with effort of a single bank alone, sufficient default samples of certain loan products for credit scoring modeling. A countermeasure for such difficulty is the use of pooled data model, which is based on inter-bank credit data pooling. However, since pooled data modeling assumes inter-bank homogeneity, it neglects individuality of banks' loan behaviors and characteristics of regions. The goal of this paper is to examine whether scoring model based on hierarchical Bayes probit model is more accurate than existing models, using inter-bank consortium mortgage data. The result of our empirical analysis proves that hierarchical Bayes probit model increases estimate accuracy of parameters, and hence improves model performance.

キーワード: クレジット・スコアリング・モデル，階層ベイズ・プロビット・モデル，住宅ローン

* 株式会社三菱総合研究所：〒 100-8141 東京都千代田区永田町二丁目 10 番 3 号 (E-mail: okumurah@mri.co.jp).
† 千葉大学法経学部：〒 263-8522 千葉市稲毛区弥生町 1-33 (E-mail: kakamu@le.chiba-u.ac.jp).

NII-Electronic Library Service

The Japan Statistical Society

1. はじめに

企業や個人の債務不履行 (デフォルト，Default) の判別やデフォルト確率を推定する研究は，金融分野において重要なテーマの１つである．特に信用リスク管理には，リスクに見合うリターンを確保するという観点から，単にデフォルトを判別し予測するだけでは不十分であり，デフォルト確率を正確に予測できることが求められる．クレジット・スコアリング (Credit Scoring) とは，デフォルト判別に有効な情報を説明変数とした質的選択モデルなどの統計学的手法により構築されたスコアリング・モデルを用いて，各ローン債権のデフォルト確率を推定する方法である．推定されたデフォルト確率を基準として，融資判定やリスクに見合ったスプレッド (Spread) を決めることにより，適切な信用リスク管理が可能となる[1)]．

2000 年以降，融資の拡大や商品の多様性に対し，わが国の金融機関においてもスコアリング貸出は重要な役割を果たしてきた[2)]．そして，2007 年 3 月末の Basel II の導入により，その役割はますます高まっている[3)]．Basel II において金融機関は，リスク計測の精緻化やリスク管理手法の高度化が求められようになった．これらのことによって，スコアリング・モデルは金融機関だけでなく，評価・検証をする金融当局にとっても重要なリスク計量化モデルの１つとして位置づけられるようになった (Altman and Sabato (2005, 2007))．

クレジット・スコアリング・モデルを構築する際，デフォルト債権のサンプル (以下，デフォルト・サンプル) 確保が重要なポイントとなる．統計的に意味のあるモデルを構築するには，十分な数のデフォルト・サンプルを確保する必要がある[4)]．少ないデフォルト・サンプルでスコアリング・モデルを構築すると，パラメータの推定が不可能であったり，可能であっても推定値の不確実性が無視できないほど大きくなることで推定値が不安定となり，精度の高いモデルが構築できないという問題が生じる．

この問題への対応策として，実務においては複数銀行のデータをプール (Pool) して分析

---

1) スプレッドとは貸出金利の上乗せ幅を指す．

2) スコアリング貸出とは貸出先の信用力をスコアリング・モデルによりスコア化 (評点化) して，融資判断を行うことである．融資判断に統計モデルを使うことで，対顧客に対してはスピード審査が可能となり，金融機関にとっては審査コスト削減が可能となる．

3) BIS 規制．自己資本比率規制と呼ばれる．自己資本比率規制は，国際的な金融システムの健全性強化と国際業務に携わる銀行間の平等な競争条件の確保を目的として，1988 年に Basel 銀行監督委員会 (Basel 委員会) において策定された，銀行 (および銀行グループ) を対象とする規制である．ここでいう自己資本比率は，株主資本等から構成される自己資本を「分子」，一定のルールに基づき計算されたリスク・アセットを「分母」として計算される．

4) E.M. ルイス (1997) ではデフォルト先・非デフォルト先，それぞれについて，約 1,500 件程度必要としている．ただし，E.M. ルイスの研究は比較的サンプル確保が容易な消費者ローンの研究成果であることに注意が必要である．実態として事業性ローンや住宅ローンについては，商品特性やその審査基準の高さからデフォルト・サンプルの確保が難しい．企業のデフォルト予測モデルの研究は 100 社程度のデフォルト・サンプルで分析されている場合が多い (Altmam (1968)，Ohlson (1980)，等)．また，Amemiya (1985) ではデフォルト・サンプルが少ない場合のサンプルリング方法や，精度を上げるための推定方法を紹介している．

NII-Electronic Library Service

The Japan Statistical Society

することがある．実際，内部格付モデルや中小企業貸出のスコアリング・モデルではプールされたデータによるスコアリング・モデルをチューニングして利用している場合が多い．プールされたデータで構築されたスコアリング・モデルは少ないデフォルト・サンプルで構築したモデルと比べて，確実にモデルの精度と安定性は高くなる．しかし，そのモデルは全ての銀行で回帰係数が共通であり，銀行間の同質性を仮定したモデルである．地方銀行はその地域の経済環境や地域特性に合った貸出特性を有しており，個人の属性を超えた観測されない地域固有の地域特性がデフォルトに影響を与えている可能性が高い．すなわち，地域特性は銀行間で異なることから回帰係数も地域間で異なる（異質性を有する）と考える方が自然である．プールされたデータによるモデルは，地域間の異質性を考慮していないという問題が生じる．実際，個別銀行にプールされたモデルを導入する際には，現実的でない（納得感の薄い）モデルとして評価される場合が多い．地域特性を考慮した精度の高いスコアリング・モデルの構築は規制対応のみならず，銀行収益の観点からも重要な課題といえる．

本稿ではこれらの問題への解決策として，複数の銀行から提供された住宅ローンのコンソーシアム・データを用いて，階層ベイズ・プロビット・モデル (Hierarchical Bayes Probit Model) によるスコアリング・モデルを構築し，デフォルトの分析を行う[5]．階層モデル (Hierarchical Model) の特徴は，事前分布に階層構造を持たせることで比較的容易に地域間でパラメータが異なるモデル（ランダム係数モデル，Random Coefficient Model) を推定できるところにある[6]．また，地域間の関係をモデル化できるため，不安定な推定値ほど全体の推定値への縮約効果が期待できる．安定した推定値を得ることはデフォルト事象の予測 (パフォーマンス，Performance) の向上につながる可能性が高い．

具体的には，プールされたデータによるスコアリング・モデルの結果を各地域区分に適用し，判別精度にバラつきがあるかを調べる．また，プールされたデータによるベイズ・プロビット・モデル (Pooled Bayes Probit Model，以下，プールされたデータによるモデル)，地域別ベイズ・プロビット・モデル (Regional Bayes Probit Model，以下，地域別モデル)，階層ベイズ・プロビット・モデル (以下，階層ベイズモデル) による分析をそれぞれを行い，その判別精度の評価を ROC 曲線 (Receiver Operating Characteristic) と AUC

---

5) デフォルトの判別やデフォルト確率を推定する研究は数多くなされているが，そのほとんどは，企業の財務諸表データを用いたデフォルト分析である．住宅ローンのデフォルト分析ついての研究は Campbell and Dietrich (1983)，Cuningham and Capone (1990) があるが，ほとんどなされていない．わが国においては日本銀行金融機構局 (2007, 2011) があるが，実データを使った学術的な研究は筆者の知る限り皆無である．また，階層モデルは貸出判定に地域性を認めつつも，全国共通の貸出要因を事前情報として審査に活用できるモデルである．これは，実際の審査プロセスに非常に近い．したがって，本稿の分析ではベイズ・アプローチを採用した．

6) 階層モデルはパラメータに対して階層的に構造を与えるモデルである．

NII-Electronic Library Service

The Japan Statistical Society

(Area Under the Curve) によって評価する．そして，階層ベイズモデルによるパフォーマンスの改善度を調べ，その有効性を検証する[7]．分析の結果，階層ベイズモデルは，プールされたデータによるモデルや地域別モデルよりも精度の高い安定した推定値が得られ，パフォーマンスを向上せることが明らかになった．

本稿は以下のような構成で進められる．次節では，階層ベイズモデルとパラメータの推定方法について説明を行う．第3節では，本稿で用いるデータの説明を行い，続く第4節で各モデルのパラメータのベイズ推定結果とモデルの評価を行う．最後に第5節で結論と今後の課題を述べる．

2. 分析モデル

まず，地域 j $(j=1,\ldots,J)$ の債務者 i $(i=1,\ldots,n_j)$ がデフォルトしたときに1，デフォルトしなかったときに0をとる変数 y_{ij} を定義する．n_j は地域毎に債務者の数が異なることを明示的にあらわしている．また，債務者の特性をあらわす $k\times 1$ ベクトルを x_{ij} とする．今後の表記の簡便化のために，以下のベクトル・行列を定義する．

$$y_j=(y_{1j},y_{2j},\ldots,y_{n_jj})' \quad , \qquad y=(y_1',y_2',\ldots,y_J')',$$
$$X_j=(x_{1j},x_{2j},\ldots,x_{n_jj})' \quad , \qquad X=(X_1',X_2',\ldots,X_J')'$$

ここで，$n=\sum_{j=1}^{J}n_j$ とすれば，上述のベクトル・行列の次元は，それぞれ，$n_j\times 1$，$n\times 1$，$n_j\times k$，$n\times k$ である．以下では，プールされたデータによるモデル，地域別モデル，階層ベイズモデルでデフォルト判別の分析を行い，パフォーマンスの検証を行う．ここでは，分析に用いる3つのモデルの内の1つである階層ベイズモデルを概観する[8]．

2.1 階層ベイズ・プロビット・モデル

地域毎にデフォルト確率に与える個人特性の影響が異なるものの，パラメータの事前分布に地域間の関係を考慮した階層的な構造を持つプロビット・モデルを考える．このモデルは，プールされたデータによるプロビット・モデルと異なり地域間の違いを考慮するだけでなく，地域別データによるプロビット・モデルとも異なり地域間の関係をパラメータに考慮しているため，これらのモデルの中間的なモデルと位置付けられる．

---

7) デフォルト分析の目的はデフォルト確率を決定する要因の特定とその因果関係から導かれる考察を行うことである．実務的にはデフォルト要因の特定はもちろんのこと，パフォーマンスの高いモデルの導入は，審査コストだけでなく信用コストの低減につながり，収益向上が期待できる．したがって，モデルのパフォーマンスも大きな関心ごととなる．スコアリング・モデルの先行研究でもモデルのパフォーマンスに焦点を当てた研究は多い．たとえば Espahbodi (1991)，Stepanova and Thomas (2002) を参照のこと．

8) 比較対象となるプールされたデータによるモデルと地域別モデルはベイズ・プロビット・モデルである．分析対象となるデータがプールされたデータか，あるいは地域別データかに違いがある．ベイズ・プロビット・モデルの詳細は中妻 (2003)，和合編著 (2005) を参照のこと．

NII-Electronic Library Service

The Japan Statistical Society

階層ベイズモデルはパラメータが地域 j で異なるモデルであることから，$\Pr(y_{ij}=1)$，あるいは $\Pr(y_{ij}=0)$ という確率を，

$$\Pr(y_{ij}=1)=\Phi(x_{ij}^{'}\boldsymbol{\beta}_j),\quad \Pr(y_{ij}=0)=1-\Phi(x_{ij}^{'}\boldsymbol{\beta}_j) \tag{2.1}$$

で特徴付けるモデルを考える．ここで，$\Phi(\cdot)$ を標準正規分布の累積分布関数とする．また $\boldsymbol{\beta}_j$ は地域 j のパラメータである．このとき，(2.1) はプロビット・モデルとよばれる．デフォルト確率に与える個人特性の影響が地域間で異なると仮定しているので，債務者 n 人分のデータから，$\boldsymbol{\beta}_j$ を推定することを考えるとき，尤度関数は，

$$L(y|X,\{\boldsymbol{\beta}_j\}_{j=1}^{J})=\prod_{j=1}^{J}\prod_{i=1}^{n_j}\Phi(x_{ij}^{'}\boldsymbol{\beta}_j)^{y_{ij}}\{1-\Phi(x_{ij}^{'}\boldsymbol{\beta}_j)\}^{1-y_{ij}} \tag{2.2}$$

となる．プロビット・モデルでは尤度関数は積分を含んだ複雑な形になるので，潜在変数 (Latent Variable) z_{ij} を導入して，プロビット・モデルを書き換えると，

$$y_{ij}=\begin{cases}1, & \text{if } z_{ij}\geq 0\\ 0, & \text{if } z_{ij}<0\end{cases} \tag{2.3}$$

$$z_{ij}=x_{ij}\boldsymbol{\beta}_j+\epsilon_{ij},\quad \epsilon_{ij}\sim\mathcal{N}(0,1) \tag{2.4}$$

となる．ただし，$\mathcal{N}(0,1)$ は標準正規分布を表わす．

(2.1) に対する，完備化された尤度関数は，

$$\begin{aligned}L(y,z|X,\{\boldsymbol{\beta}_j\}_{j=1}^{J}) &= \prod_{j=1}^{J}\prod_{i=1}^{n_j}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\frac{(z_{ij}-x^{'}\boldsymbol{\beta}_j)^2}{2}\right\}\\ &\quad\times\left\{y_{ij}1_{[0,\infty)}(z_{ij})+(1-y_{ij})1_{(-\infty,0)}(z_{ij})\right\}\end{aligned} \tag{2.5}$$

となる．ただし，$z_j=(z_{1j},z_{2j},\ldots,z_{n_jj})^{'}$，$z=(z_1^{'},z_2^{'},\ldots,z_J^{'})^{'}$ とし，$1_{[a,b]}(x)$ は x が区間 $[a,b]$ に入る時 1 をとる指示関数である．

ここで，$\boldsymbol{\beta}_j\sim\mathcal{N}(\boldsymbol{\beta},\Sigma)$ という事前確率密度関数を仮定する．ただし，$\boldsymbol{\beta}_j\sim\mathcal{N}(\boldsymbol{\beta},\Sigma)$ は平均 $\boldsymbol{\beta}$，分散共分散行列 Σ の多変量正規分布である．事前確率密度関数のハイパー・パラメータ (Hyper Parameter) $\boldsymbol{\beta}$ と Σ に対して，$\boldsymbol{\beta}\sim\mathcal{N}(\boldsymbol{\beta}_0,\Sigma_0)$ と $\Sigma^{-1}\sim W(\nu_0,\Omega_0)$ という事前確率密度関数を設定する．ここで，$\boldsymbol{\beta}_0,\Sigma_0$ は $\boldsymbol{\beta}$ のハイパー・パラメータを，ν_0,Ω_0 は Σ^{-1} のハイパー・パラメータを表す．また，$W(\cdot,\cdot)$ はウィシャート分布 (Wishart Distribution) を意味する．つまり，以下のような階層的事前確率密度関数を考える．

$$\pi(\{\boldsymbol{\beta}_j\}_{j=1}^{J},\boldsymbol{\beta},\Sigma^{-1})=\left\{\prod_{j=1}^{J}\pi(\boldsymbol{\beta}_j|\boldsymbol{\beta},\Sigma^{-1})\right\}\pi(\boldsymbol{\beta}|\boldsymbol{\beta}_0,\Sigma_0)\pi(\Sigma^{-1}|\nu_0,\Omega_0) \tag{2.6}$$

NII-Electronic Library Service

The Japan Statistical Society

このように地域間の関係をパラメータに考慮した階層的事前確率密度関数を用いて事後確率密度関数を導出すると，

$$\begin{aligned}
&\pi(\{\boldsymbol{\beta}_j\}_{j=1}^J, \boldsymbol{\beta}, \Sigma^{-1}, z|y, X) \\
&\quad \propto \exp\left\{-\frac{(\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\beta}_0)'\Sigma_0^{-1}(\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\beta}_0)}{2}\right\}\left|\Sigma^{-1}\right|^{-(\nu_0-(k+1))/2}\exp\left\{-\frac{1}{2}tr\left(\Omega_0^{-1}\Sigma^{-1}\right)\right\} \\
&\qquad \times\prod_{j=1}^J\left[\left|\Sigma^{-1}\right|^{\frac{1}{2}}\exp\left\{-\frac{(\boldsymbol{\beta}_j-\boldsymbol{\beta})'\Sigma^{-1}(\boldsymbol{\beta}_j-\boldsymbol{\beta})}{2}\right\}\exp\left\{-\frac{(z_j-X_j\boldsymbol{\beta}_j)'(z_j-X_j\boldsymbol{\beta}_j)}{2}\right\}\right] \\
&\qquad \times\prod_{i=1}^{n_j}\left\{y_{ij}1_{[0,\infty)}(z_{ij})+(1-y_{ij})1_{(-\infty,0)}\right\} \qquad (2.7)
\end{aligned}$$

となる．ただし，$\pi(\cdot)$ は事後確率密度関数を表す．

したがって，z_j が与えられたもとでの $\boldsymbol{\beta}_j$ の全条件付事後分布は，

$$\boldsymbol{\beta}_j|z_j, \boldsymbol{\beta}, \Sigma^{-1}, X_j \sim \mathcal{N}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_j, \hat{\Sigma}_j). \qquad (2.8)$$

ただし，$\hat{\Sigma}_j = \{(X_j'X_j)^{-1}+\Sigma^{-1}\}^{-1}$，$\hat{\boldsymbol{\beta}}_j = \hat{\Sigma}_j\{X_j'z_j+\Sigma^{-1}\boldsymbol{\beta}\}$ である．

また，$\boldsymbol{\beta}_j$ が与えられたもとでの z_{ij} の全条件付事後分布は，

$$z_{ij}|\boldsymbol{\beta}_j, y_{ij}, x_{ij} \sim \begin{cases}\mathcal{N}^+(x_{ij}'\boldsymbol{\beta}_j, 1), & (y_{ij}=1)\\ \mathcal{N}^-(x_{ij}'\boldsymbol{\beta}_j, 1), & (y_{ij}=0)\end{cases} \qquad (2.9)$$

である．ここで，$\mathcal{N}^+(\cdot,\cdot)$ は正の領域で切断された切断正規分布を，$\mathcal{N}^-(\cdot,\cdot)$ は負の領域で切断された切断正規分布を表わす．

また，$\{\boldsymbol{\beta}_j\}_{j=1}^J$ と Σ^{-1} が与えられたもとでの $\boldsymbol{\beta}$ の全条件付事後分布は，

$$\boldsymbol{\beta}|\{\boldsymbol{\beta}_j\}_{j=1}^J, \Sigma^{-1} \sim \mathcal{N}(\hat{\boldsymbol{\beta}}, \hat{\Sigma}). \qquad (2.10)$$

ただし，$\hat{\Sigma} = (J\Sigma^{-1}+\Sigma_0^{-1})^{-1}$，$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \hat{\Sigma}\left(\Sigma^{-1}\sum_{j=1}^J\boldsymbol{\beta}_j+\Sigma_0^{-1}\boldsymbol{\beta}_0\right)$ である．

$\{\boldsymbol{\beta}_j\}_{j=1}^J$ と $\boldsymbol{\beta}$ が与えられたもとでの Σ^{-1} の全条件付事後分布は，

$$\Sigma^{-1}|\{\boldsymbol{\beta}_j\}_{j=1}^J, \boldsymbol{\beta} \sim W(\hat{\nu}, \hat{\Omega}). \qquad (2.11)$$

ただし，$\hat{\nu} = J+\nu_0$，$\hat{\Omega} = \left(\left(\sum_{j=1}^J(\boldsymbol{\beta}_j-\boldsymbol{\beta})(\boldsymbol{\beta}_j-\boldsymbol{\beta})'\right)+\Omega_0^{-1}\right)^{-1}$ である．

2.2 ギブズ・サンプラー

階層ベイズモデルはギブズ・サンプラー (Gibbs Sampler) によりパラメータを推定することができる．以下にそのサンプリング・アルゴリズムを示す[9]．

---

[9] マルコフ連鎖とそのサンプリング方法に関しては大森 (2001) が詳しい．

NII-Electronic Library Service

The Japan Statistical Society

STEP 0. 初期値 $\boldsymbol{\beta}^{(0)}$, $\Sigma^{-1(0)}$, $\boldsymbol{\beta}_j^{(0)}$ $(j=1,\ldots,J)$, $z_{ij}^{(0)}$ $(i=1,\ldots,n_j,\ j=1,\ldots,J)$ を設定する.

STEP 1. $\{\boldsymbol{\beta}_j^{(r)}\}_{j=1}^J | z_j^{(r-1)}, \boldsymbol{\beta}^{(r-1)}, \Sigma^{-1(r-1)}, y_j, X_j \sim \mathcal{N}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_j, \hat{\Sigma}_j), (j=1,\ldots,J)$

STEP 2. $z_{ij}^{(r)} | \boldsymbol{\beta}^{(r)}, z_{-ij}^{(r-1)}, y_j,$

$$X_j \sim \begin{cases} \mathcal{N}^+(x_{ij}'\boldsymbol{\beta}_j, 1), & (y_{ij}=1) \\ \mathcal{N}^-(x_{ij}'\boldsymbol{\beta}_j, 1), & (y_{ij}=0) \end{cases}, \quad (i=1,\ldots,n_j, j=1,\ldots,J)$$

STEP 3. $\boldsymbol{\beta}^{(r)} | \{\boldsymbol{\beta}_j^{(r)}\}_{j=1}^J, \Sigma^{-1(r-1)}, \sim \mathcal{N}(\hat{\boldsymbol{\beta}}, \hat{\Sigma})$

STEP 4. $\Sigma^{-1(r)} | \{\boldsymbol{\beta}_j^{(r)}\}_{j=1}^J, \boldsymbol{\beta}^{(r)} \sim W(\hat{\nu}, \hat{\Omega})$

STEP 5. STEP 1. に戻る.

3. データ

3.1 住宅ローン コンソーシアム・データの概要

データは全て株式会社三菱総合研究所の「住宅ローン 信用リスク データ・コンソーシアム」のものである. 信用リスク データ・コンソーシアムは会員が有する住宅ローンの申込データやデフォルトデータを個人情報を除外した形でデータベース化し, 統計的な分析を行う[10]. そして, その分析結果や結果から導き出されるインプリケーションなど, 住宅ローンの信用リスク計量化やリスク管理に資する情報を, 個人や個別の銀行が特定できない形でユーザーに還元することを主目的としている.

データは住宅ローンの審査データおよびデフォルトデータからなる. データの特徴は 2010 年 12 月時点で,

- 第一地方銀行を中心に 22 行
- 1985 年〜2010 年の間に新規実行された案件
- 債権数は 121 万件強. 内訳はデフォルト債権が約 1.4 万件, 非デフォルト債権が約 121 万件
- 完済あるいはデフォルトした債権以外はすべて貸付中の債権

となる. 地域分布としては北は東北地域から南は九州・沖縄地域までほぼ日本全国を網羅したデータとなる. 全 20 行約 121 万件という膨大なデータが蓄積されていることとなる[11].

---

[10] 住宅ローン コンソーシアム・データは債権単位で属性情報やデフォルト情報を持つ機密情報でもあり, その取り扱いには細心の注意を払い, また, 最高レベルのセキュリティで管理されている.

NII-Electronic Library Service

The Japan Statistical Society

表 1 各地域区分に属する都道府県.

地域区分	都道府県名			
北海道・東北・北陸	岩手県,	福島県,	福井県	
関東	茨城県,	栃木県,	群馬県,	千葉県
甲信越	新潟県,	山梨県,	長野県	
東海・近畿	静岡県,	三重県,	滋賀県	
中国・四国	岡山県,	山口県,	香川県	
九州・沖縄	福岡県,	佐賀県,	大分県,	鹿児島県

審査データとデフォルトデータをマッチングし，それを銀行単位で持たせた分析用データ・ベースを作成した．精度が高く安定したスコアリング・モデルの構築や高度化分析を行うには十分なデータ量が確保されていると言える．

3.2 分析単位

分析単位となる地域区分については日本銀行の 9 地域区分をベースに各地域に 3 行以上の銀行が含まれるように区分統合を行った[12]．統合については経済的な結びつきを失わないように注意した[13]．また，地域区分が大きく (区分される都道府県が多い) その地域でデータ・コンソーシアムに加盟している金融機関が多い関東甲信越地域については，甲信越地方の経済圏が中部圏と結びつきが強い県もあることから，あえて 2 区分に分割して分析を行うこととした．結果，分析地域区分は「(1) 北海道・東北・北陸」,「(2) 関東」,「(3) 甲信越」,「(4) 東海・近畿」,「(5) 中国・四国」,「(6) 九州・沖縄」の 6 地域となった．表 1 に各地域区分に属する都道府県を示す．

3.3 分析用データベース

分析に使用するデータベースを構築するにあたり，様々なデータクリーニング (Data Cleaning) やスクリーニング (Screening) を行っている．コンソーシアム・データは 1985 年以降の住宅ローンのデータが蓄積されているが，規制環境の変化や営業施策の転換によって審査基準に変更が生じることがある．近年においては銀行は 2000 年辺りから住宅ローン貸出を急拡大しており，その前後で借入者の属性が大きく変化している[14]．したがって，

11) モデル構築のサンプル期間とした 2010 年 12 月時点ではコンソーシアム加盟行は 22 行であったが，2011 年 12 月現在では，約 30 行に増加している．本分析にはデータ拠出の関係でデータ統合が間に合わなかった 2 行を除く 20 行のデータで分析を行っている．

12) 都道府県の地域区分については所轄官庁によって若干の相違がある．各地域の相違点は主に，新潟県・群馬県・長野県・静岡県・富山県・石川県・福井県をどの地域として区分するか，あるいは，全国をいくつの地域に分割するかにある．詳細は奥村・谷崎 (2004) を参照せよ．

13) 隣接する地域は空間的な関係を持ち，経済的な結びつきがある (和合・各務 (2005)) 可能性が高いことから統合対象とした．

NII-Electronic Library Service

The Japan Statistical Society

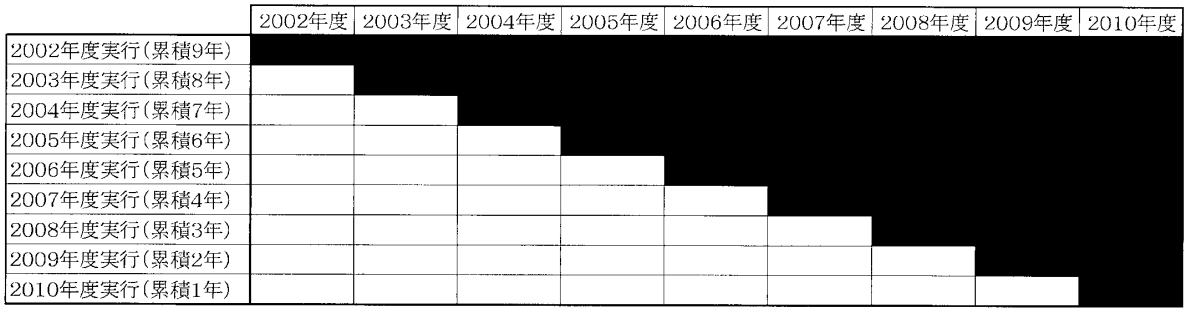

図 1　コンソーシアム・データのサンプル期間.

本稿の分析には 2002 年以降に実行した債権に限定した.

データのサンプル期間は，図 1 に示すとおりである．2002 年度から 2010 年度に貸付した債務者データを用いて，2010 年 12 月末時点までに発生したデフォルト先を 1，非デフォルト先を 0 としてモデルを構築する．例えば，2002 年度にローンを新規実行した貸出先については，2002 年度から 2010 年 12 月末までの累積 9 年間がデフォルト測定期間となる．2003 年度のローン実行案件は 2003 年度から 2010 年 12 月末までの累積 8 年間がデフォルト測定期間に，以下同様に，2004 年度ローン実行案件は累積 7 年間が，2005 年度のローン実行案件は 6 年間となり，直近の 2010 年度のローン実行案件は足元 1 年間がデフォルト測定期間となるような，実行年度によってデフォルト測定期間が異なる分析データセットである．これは，分析データセットを実行後の経過年ベースに引きなおした場合，経過年が長くなればなるほど，サンプル数が少なくなることを意味している.

住宅ローンが事業性貸出と大きく異なる点は，債務者が個人であるという点に加え，貸出期間が長期に及ぶ点である．このため，住宅ローンのデフォルトは期間構造をもつことが知られている[15]．またデータの制約上，最も長いサンプル期間でも 10 年に満たないことから，デフォルト判定の期間を定めてはいない[16].

非デフォルト債権で説明変数の候補変数に欠損値があるものは除外した．デフォルト債権については分析に使用する有効サンプルの減少を避けるために，欠損値補正や異常値・外れ値の除外処理を行った[17]．なお，異常値・外れ値は棄却検定 (Rejection Test) を行いその債権を特定した[18].

ローン実行後間もない債権は，デフォルト先・非デフォルト先の判定が難しい．たとえ

---

14) 詳細は株式会社三菱総合研究所の連載コラム [第 3 回] コンソーシアム・データの概要と統合スコアリング・モデルの構築 (http://www.mri.co.jp/NEWS/column/SERIAL/2012/2021308_2038.html) を参照せよ.

15) いわゆるシーズニング効果 (Seasoning Effect)．一般的に，住宅ローンのデフォルト率は，貸出実行当初は低いものの，貸出実行後 10 年前後でピークを迎え，その後漸減する傾向があること言われており，銀行によってピークの高さや経過年に多少のバラつきはあるが，コンソーシアム・データでもその仮説は実証されている.

16) 事業性ローンやカード・ローンはその商品特性から，スコアリング・モデルにおけるデフォルト判別の測定期間は 1 年ないし 2 年とするものが多い.

17) データの欠損値補正にはいろいろな方法があるが，本分析においては単体のモデル自体の精度よりも複数のモデルによる精度比較が主目的であるため，簡易な方法である平均値代入法により欠損値補正を行った.

NII-Electronic Library Service

The Japan Statistical Society

表 2 分析用データベースの地域区分別内訳.

地域区分		非デフォルト	デフォルト	合計
1	北海道・東北・北陸	15,102	68	15,170
2	関東	77,616	496	78,112
3	甲信越	27,803	136	27,939
4	東海・近畿	21,136	29	21,165
5	中国・四国	23,215	87	23,302
6	九州・沖縄	11,740	140	11,880
	合計	176,612	956	177,568

その時点では非デフォルト先であっても，近い将来デフォルトする債権である可能性もある．したがって，実行後 3 年以上経過し，かつ，正常であった債権を非デフォルト先と定義し，3 年に満たない非デフォルト債権はデフォルト先・非デフォルト先のどちらにも属さない債権として，分析サンプルから除外した．

上記のスクリーニングを行った結果，分析データのサンプルサイズは，デフォルト先が 956 債権，非デフォルト先が 176,612 債権の合計 177,568 債権となった．分析用データベースの地域区分別内訳を表 2 に示す．

3.4 分析変数

説明変数として，債務者の特性を表わす属性変数とローン実行時の経済環境を表わすマクロ (全国)・セミマクロ (地域) 経済変数をモデル候補変数とした．

属性変数

まず始めに，公表されているデータをもとに，各銀行担当者が住宅ローンの審査において考慮する変数項目について見てみる．国土交通省 住宅局は 2003 年 (平成 15 年) 以降，「民間住宅ローンの実態に関する調査結果報告書」において国内銀行，信用金庫・信用組合等を含む住宅資金貸出の実績のある民間金融機関に対し調査を行い，調査項目の 1 つとして「融資を行う際に考慮する項目」の結果を公表している．毎年，多少の順位の入れ替えはあるにしても，融資を行うに当たっての審査項目に大きな変動はない．これは融資判断を行うにあたり，銀行担当者が注視する項目はほぼ決まっていることを意味し，少なくとも過去においてはこれらの変数項目で融資可否判断が十分可能であったことを示唆している．

国土交通省住宅局の 2011 年の調査結果によると，「完済時年齢 (91.9 %)」，「返済負担率 (90.1 %)」，「借入時年齢 (89.9 %)」，「勤続年数 (88.5 %)」，「年収 (88.1 %)」，「健康状態

18) 飛び離れた値 (外れ値，Outlier) を棄却すべきかどうかを客観的に判断するための検定法を棄却検定という．本稿においてはスミルノフ・グラブスの方法を用いた．

NII-Electronic Library Service

The Japan Statistical Society

表 3　住宅ローン審査において民間金融機関が重視する項目.

審査項目	回答数の割合
完済時年齢	91.90 %
返済負担率	90.10 %
借入時年齢	89.90 %
勤続年数	88.50 %
年収	88.10 %
健康状態	88.10 %
担保評価	85.90 %
連帯保証	85.10 %
カードローン等の他の債務の状況や返済履歴	84.90 %
融資可能額（融資率）① 購入の場合	84.70 %
融資可能額（融資率）② 借換えの場合	83.30 %
金融機関の営業エリア	80.20 %
雇用形態	63.10 %
申込人との取引状況	59.70 %
国籍	47.60 %
業種	40.20 %
雇用先の規模	26.60 %
家族構成	26.00 %
所有資産	22.70 %
性別	16.50 %
その他	9.70 %

(88.1 %)」が上位項目となっている[19]．表 3 に住宅ローン審査において民間金融機関が重視する変数項目を示す．

次にコンソーシアム・データを見てみる．住宅ローンの申し込み情報から得られるモデルの説明変数候補となる審査情報の変数項目は，銀行によって住宅ローンの申込書が異なるため取得項目に多少のバラつきがあるが，「職業」・「性別」・「年齢」等の属性情報をベースに，取引履歴などの一部取引情報と複数の項目からなる加工変数加を保有したデータ・ベースとなる．

[19] 本調査結果は http://www.mlit.go.jp/report/press/house01_hh_000047.html から取得することが可能である．

NII-Electronic Library Service

The Japan Statistical Society

マクロ・セミマクロ経済変数

企業や個人のデフォルトには財務諸表や個人属性などのミクロ変数の他に，全国および地域の景気指標などのマクロ・セミマクロ経済変数も影響していると考えられる．Basel II でもパラメータ (PD: Probabirity of Default，LGD : Loss Given Default) の推計に際し，景気変動の影響を考慮することが求められている[20]．本稿で取り上げるクレジット・スコアリング・モデルは，住宅ローンの審査モデルであり，申込時点の情報をもとに将来のデフォルト確率を推定するモデルである[21]．住宅ローン申込時点の経済環境が将来のデフォルトに影響を及ぼしている可能性もあるため，個人のデフォルトに影響がありそうな景気動向を表わすいくつかのマクロ・セミマクロ経済変数を説明変数の候補変数として分析に取り入れた[22]． 経済変数のモデル候補変数は全国および地域別の CI (Composit Index) の 1 期前 (1 年前) の成長率と失業率とした[23]．

表 4 にコンソーシアム・データベースが保有する変数項目を示す．マクロ・セミマクロ経済変数を加えると，最終的にはトータルで 50 項目程度の分析変数を有したデータ・ベースとなる．項目名や定義の違い，また，「健康状態」や「連帯保証」等，一部コンソーシアム・データベースでは取得できなかった項目はあるが，概ね国土交通省の公表している「融資を行う際に考慮する項目」と共通していることが見てとれる．

モデル変数

プールされたデータに対して変数間の相関分析を行った後，ステップワイズ法により説明変数の候補変数から変数選択を行った[24]．結果，(1)「勤続年数」，(2)「自己資金比率」，(3)「合算年収倍率」，(4)「借入期間 ^{2}」，(5)「事業主フラグ」，(6)「小企業フラグ」，(7)「中企業フラグ」，(8)「地域別 CI 成長率 (−1)」，(9)「地域別失業率 (−1)」の 9 つの変数が選

---

20) Basel II では景気変動がデフォルトに与える影響を共通要因 (システマティック・ファクター，Systematic Factor) とし，ASRF モデルで長期平均 PD を最悪不況 PD に換算している．ASRF モデルに関しては Gordy (2003) を参照せよ．

21) 初期与信モデルとも言われる．ローンの申込者に対し，主に申込者の属性情報をもとに融資可否判断や融資額の決定に利用される．それに対して，途上与信モデルは信用供与を行った後，利用者の返済状況などの途上情報をもとに信用力を見直すことで，適切な与信管理を行っていくことを目的とする．

22) Basel II ではパラグラフ 434，435 のストレス・テストや同 468 のガイダンスにおいて景気後退期の影響の評価，あるいはパラメータにその影響を織り込むことを求めている．そこでは景気後退期を特定する指標として GDP 成長率や失業率が挙げられている．

23) コンポジット・インデックス (Composite Index: CI) は景気拡大や後退の速度や程度を表すように作成されたものである．ある年度を基準とし，CI の各指数に採用されているそれぞれの経済指標の基準年からの変化率を平均して合成変化率を求め，それを累積した上で指数化したものである．また，実務的にデフォルトは景気動向に対し，6 ヶ月から 1 年程度のラグがあることが確認されている．なお，地域別のマクロ・セミマクロ経済指標作成は都道府県別の指標をベースに，本稿の地域区分に従った指標を再計算した．地域別指標の作成においては地域区分内の影響度を考慮するために，CI の成長率では同期の GDP の，失業率は労働力人口の加重平均値とした．また，地域のマクロ経済指標の整備状況は都道府県によってかなりのバラつきがある．CI については本分析対象都道府県の内 9 県が未整備であった．未整備な県については地域区分別の指標を再計算する際，その地域から除外して計算した．

NII-Electronic Library Service

The Japan Statistical Society

表 4　コンソーシアム・データベースが保有する変数項目.

取得変数項目		
属性変数	取引変数	マクロ経済変数
勤務先名	合計残高	全国 CI 成長率 (−1)
地位	担保掛目	全国失業率 (−1)
所属部課	5 大公共料金	
業種	取引年数	セミマクロ経済変数
資本金	給振有無	地域別 CI 成長率 (−1)
勤続年数		地域別失業率 (−1)
本人年収	加工変数	
合算年収	合算返済比率	
申込時年齢	合算年間返済額	
終了時年齢	混合資本金区分	
借入期間	自己資金比率	
申込ベース資本金	合算年収倍率	
借入申込金額	借入期間 ^{2}	
総借入額	事業主フラグ	
総所要資金	小企業フラグ	
自己資金	中企業フラグ	
保証料率	大企業フラグ	
先順位有無	公務員フラグ	

択された．9 つの変数のうち (2)，(3) は加工変数である．また，(1) から (4)，(8)，(9) は連続変数であり，(5) から (7) は 1, 0 のダミー変数である[25]．

24) 多重共線性の問題を回避するために変数間の相関分析を行った．相関分析を行うにあたり，表 3 の取得項目について，全ての債務者が情報を持っていない取引変数と加工変数の元となる変数およびその類似変数は分析対象から除外した．結果，加工変数，マクロ・セミマクロ経済変数の全てと属性変数の「勤続年数」，「申込時年齢」，「終了時年齢」，「借入期間」，「借入期間 ^{2}」「先順位有無フラグ」が残った．それらの変数に対し，ピアソンの積率相関係数行列を計算した．ただし，フラグ変数は 1,0 のダミー変数であることから連続変数とみなし分析を行った．相関係数行列の結果から $|r| > 0.4$ 以上の変数間に相関があるとした．相関がある 2 変数については被説明変数との相関を計算し，相関が小さい変数を候補変数から除外した．結果，「自己資金比率」，「合算年収倍率」，「勤続年数」，「申込時年齢」，「借入期間 ^{2}」，「先順位有無フラグ」，「事業主フラグ」，「小企業フラグ」，「中企業フラグ」，「大企業フラグ」，「公務員フラグ」，「各地域別セミマクロ経済変数」の 12 変数が残った．多重共線性については Maddala (2001) が詳しい．また，変数選択 (Variable Selection) は大きく分けて総当たり法と逐次選択法の 2 種類がある．本稿においては逐次選択法の変数増減法 (Stepwise Forward Selection) を採用した．なお，プールされたデータによるモデルと地域別モデルはパラメータの水準だけでなく，選択される変数も異なることがことが経験的にも分かっている．しかし，本分析の目的が 3 つのモデルによるパフォーマンス比較の比較のため，プールされたデータによるモデルで選択された変数によるスコアリング・モデルで統一することとした．

25) 「借入期間 ^{2}」とは借入期間を 2 乗した値を意味する．

NII-Electronic Library Service

The Japan Statistical Society

表 5 連続変数の基本統計量.

地域区分	観測数	変数	平均	標準偏差	最大値	最小値
北海道・東北・北陸	15,170	勤続年数	11.42	8.44	45.00	0.00
		自己資金比率	19.80	20.00	91.59	0.00
		合算年収倍率	387.11	177.19	1275.86	20.78
		借入期間 ^{2}	818.35	406.84	1444.00	9.00
		CI 成長率 (−1)	10.04	14.04	18.20	-27.00
		失業率 (−1)	4.51	0.37	5.00	3.80
関東	78,112	勤続年数	10.79	8.34	45.00	0.00
		自己資金比率	17.59	17.76	100.00	0.00
		合算年収倍率	388.24	175.45	2419.35	0.00
		借入期間 ^{2}	904.93	390.26	1600.00	4.00
		CI 成長率 (−1)	7.42	3.60	10.00	-3.00
		失業率 (−1)	4.02	0.26	4.70	3.30
甲信越	27,939	勤続年数	11.66	8.97	45.00	0.00
		自己資金比率	22.96	19.89	97.50	0.00
		合算年収倍率	342.24	190.60	3441.01	2.25
		借入期間 ^{2}	774.69	435.50	1600.00	1.00
		CI 成長率 (−1)	7.26	12.73	20.30	-16.00
		失業率 (−1)	3.73	0.30	4.10	3.20
東海・近畿	21,165	勤続年数	12.06	8.24	45.00	0.00
		自己資金比率	22.76	19.71	97.41	0.00
		合算年収倍率	366.36	167.57	3382.35	6.52
		借入期間 ^{2}	855.54	394.14	1225.00	4.00
		CI 成長率 (−1)	19.72	7.93	25.10	-9.90
		失業率 (−1)	3.44	0.40	4.00	2.60
中国・四国	23,302	勤続年数	11.40	8.72	45.00	0.00
		自己資金比率	20.89	19.66	100.00	0.00
		合算年収倍率	362.29	209.95	9497.21	0.00
		借入期間 ^{2}	784.71	410.44	1225.00	1.00
		CI 成長率 (−1)	4.05	13.12	22.50	-20.00
		失業率 (−1)	3.53	0.40	4.00	2.60
九州・沖縄	11,880	勤続年数	12.08	9.26	45.00	0.00
		自己資金比率	14.08	16.11	100.00	0.00
		合算年収倍率	384.02	193.66	3378.38	0.00
		借入期間 ^{2}	805.27	410.30	1225.00	1.00
		CI 成長率 (−1)	4.77	7.13	13.60	-11.00
		失業率 (−1)	5.50	0.37	6.00	4.40

被説明変数となるデフォルトの定義は代位弁済とし，測定期間内にデフォルトに陥った債権は 1，そうでない債権は 0 のダミー変数である[26]．表 5 に連続変数の基本統計量を表 6 にカテゴリー変数のクロス集計表を示す．

[26] 債務者以外の第三者が債務者に代わって債務の全部または一部を弁済することにより債務者の有していた債権およびその効力として有した一切の権利や担保 (保証人に対する権利を含む) が求償権の範囲内でその第三者に移転することをいう．

NII-Electronic Library Service

The Japan Statistical Society

表 6　カテゴリー変数のクロス集計表.

デフォルトフラグ			
地域区分	デフォルト		
	0	1	合計
北海道・東北・北陸	15,102	68	15,170
関東	77,616	496	78,112
甲信越	27,803	136	27,939
東海・近畿	21,136	29	21,165
中国・四国	23,215	87	23,302
九州・沖縄	11,740	140	11,880
合計	176,612	956	177,568

事業主フラグ			
地域区分	事業主		
	0	1	合計
北海道・東北・北陸	12,770	2,400	15,170
関東	65,429	12,683	78,112
甲信越	22,581	5,358	27,939
東海・近畿	19,346	1,819	21,165
中国・四国	16,712	6,590	23,302
九州・沖縄	7,957	3,923	11,880
合計	144,795	32,773	177,568

小企業フラグ			
地域区分	小企業		
	0	1	合計
北海道・東北・北陸	11,343	3,827	15,170
関東	64,549	13,563	78,112
甲信越	18,905	9,034	27,939
東海・近畿	17,460	3,705	21,165
中国・四国	18,145	5,157	23,302
九州・沖縄	9,708	2,172	11,880
合計	140,110	37,458	177,568

中企業フラグ			
地域区分	中企業		
	0	1	合計
北海道・東北・北陸	11,099	4,071	15,170
関東	56,714	21,398	78,112
甲信越	19,642	8,297	27,939
東海・近畿	13,380	7,785	21,165
中国・四国	16,344	6,958	23,302
九州・沖縄	8,275	3,605	11,880
合計	125,454	52,114	177,568

これら 9 つの変数を説明変数としたスコアリング・モデルの構築を行う．また，選択された説明変数の定義，算出式とその解釈，および係数の期待される符号条件を以下に示す．

(1) 勤続年数

勤続月数を年換算したもの．月数は四捨五入した．勤続年数は現在勤務している会社の勤務年数であり，転職した場合の前勤務先は勤続年数としてカウントしない．勤続年数が短いほど収入が安定していないことが想定され，デフォルト確率が高くなると考えられる．したがって，期待される係数の符号条件はマイナスとなる．

(2) 自己資金比率

自己資金比率=自己資金/借入総額 (%).

借入額に対する自己資金の割合が小さい人は無理な借入をしている可能性が高く，デフォルト確率は高くなると想定される．したがって，期待される係数の符号条件はマイナスとなる．

(3) 合算年収倍率

合算年収倍率=総借入額/(本人年収+合算者年収)(%).

年収は借入時の前年の 1 年間の税込年収としている．この比率が高いほど，無理な借

NII-Electronic Library Service

The Japan Statistical Society

入をしている可能性が高く，デフォルト確率は高くなると考えられる．したがって，期待される係数の符号条件はプラスとなる．

(4) 借入期間[2]

住宅ローン借入期間を年換算し2乗したもの．

ローン借入期間が長いほど，無理な借入をしている可能性が高く，デフォルト確率は高くなると考えられる．したがって，期待される係数の符号条件はプラスとなる．

(5) 事業主フラグ

個人事業主．個人事業主に該当すれば1，そうでなければ0のダミー変数．

個人事業主は収入が安定していないことが想定され，デフォルト確率は高くなると考えられる．したがって，期待される係数の符号条件はプラスとなる．

(6) 小企業フラグ

資本金2,000万未満．小企業に該当すれば1，そうでなければ0のダミー変数．

零細・小企業勤務者は所得が低く，また，収入が安定していないことが想定され，デフォルト確率は高くなると考えられる．したがって，期待される係数の符号条件はプラスとなる．

(7) 中企業フラグ

資本金2,000万以上5,000万未満．中企業に該当すれば1，そうでなければ0のダミー変数．

中企業勤務者は大企業や公務員に比して所得が低いことが想定され，デフォルト確率は高くなると考えられる．したがって，期待される係数の符号条件はプラスとなる．

(8) 地域別CI成長率 (−1)

地域別の1期前 (1年前) の景気総合指数CIの成長率 (%)．

景気が後退すればCI成長率はマイナスとなり，デフォルト率は高くなると考えられる．よって，期待される係数の符号条件はマイナスとなる．

(9) 地域別失業率 (−1)

地域別の1期前 (1年前) の失業率 (%)[27]．

景気が後退すれば失業率は上昇し，デフォルト率は高くなると考えられる．よって，期待される係数の符号条件はマイナスとなる．

---

27) 失業率に対してもデフォルト確率はラグがあることが実務的に確認されている．CIに比べ影響が早く出始め (1–6ヶ月程度)，デフォルト確率への感応度は高いと言える．したがって1期前でなく同期の失業率を説明変数にする方が，デフォルトの説明力は増すかもしれないが，本稿の目的の1つがデフォルト確率の予測にあることから，あえて1期前の失業率を使った．

NII-Electronic Library Service

The Japan Statistical Society

表7　プールされたデータによるモデル 推定結果.

地域区分	変数	プールされたデータによるモデル		
		事後平均	標準偏差	CD
全国	定数項	-3.4229*	0.18723	0.26155
	勤続年数	-0.01183*	0.00183	0.64040
	自己資金比率	-0.01477*	0.00104	0.92032
	合算年収倍率	0.00016*	0.00007	0.10923
	借入期間^2	0.00016*	0.00004	0.34150
	事業主フラグ	0.74504*	0.04082	0.16856
	小企業フラグ	0.42583*	0.04376	0.20489
	中企業フラグ	0.25454*	0.04320	0.10165
	CI 成長率（-1）	-0.03735*	0.00228	0.15417
	失業率（-1）	0.13749*	0.03510	0.37092

*は 95 %信用区間に 0 を含まず，係数が統計的意味をもつことを示している.

4.　実証分析

全20行分177,568債権のコンソーシアム・データを用いて，プールされたデータによるモデル，地域別モデル，階層ベイズモデルの3つのモデルをベイズ推定する．本稿で用いるベイズモデルの推定にはOxMetrics6.2を使用した (Doornik (2006), `http://www.doornik.com/` からダウンロードできる)．ハイパー・パラメータに対する事前分布のパラメータは $\boldsymbol{\beta}_0 = 0, \Sigma_0 = 100 \times I_k, \nu_0 = k+1, \Omega_0 = 100 \times I_k$ とした．ただし，I_k は k 次元の単位行列である．MCMCは稼働検査期間 (Burn-in Period) として50,000個を捨てた．その後の100,000回を推定に用いた.

4.1　推定結果

表7にプールされたデータによるモデルの，表8に地域別モデルと階層ベイズモデルの推定結果を示す[28]．推定された事後平均，事後標準偏差，Geweke (1992) の Convergence Dignostic (CD) の p 値を掲載している[29].

プールされたデータによるモデルの係数をみてみると，全ての係数は期待される符号条件を満たしている．そして，95 %信用区間で0を含まず，統計的に意味のある結果が得られた．CDの p 値も全て0.01以上であり，分布は収束していると判断した.

次に地域別モデルと階層ベイズモデルの推定結果をみていく．いずれのモデルの推定値もCDの p 値は全て0.01以上であり，分布は収束していると判断した．ただし，プールさ

[28] 本稿の分析は $\{\boldsymbol{\beta}\}_{j=1}^{J}$ が異なることによるモデルの精度比較であるため，$\boldsymbol{\beta}, \Sigma$ の推定結果は割愛している.

[29] Geweke (1992) は分布の収束判定方法を提案している．本稿においも収束判定方法としてCDを採用した．MCMC標本の前半10 %と後半の50 %を標本として計算した結果の p 値である．なお，95 %信用区間が0を含まない係数に*印を付与することで，95 %信用区間の掲載は割愛した.

NII-Electronic Library Service

The Japan Statistical Society

表 8 地域別モデルと階層ベイズモデル 推定結果.

地域区分	変数	地域別モデル			階層ベイズモデル		
		事後平均	標準偏差	CD	事後平均	標準偏差	CD
北海道・東北・北陸	定数項	-3.75023*	0.87462	0.36178	-4.20482*	0.24206	0.01140
	勤続年数	-0.00782	0.00711	0.96440	-0.00822	0.00651	0.74332
	自己資金比率	-0.01253*	0.00376	0.01045	-0.01295*	0.00357	0.38383
	合算年収倍率	-0.00025	0.00032	0.73010	-0.00028	0.00032	0.90591
	借入期間 ^{2}	0.00041*	0.00017	0.30331	0.00038*	0.00016	0.11987
	事業主フラグ	0.61962*	0.14099	0.06538	0.69188*	0.06887	0.06220
	小企業フラグ	0.32559*	0.14161	0.05085	0.42846*	0.06522	0.01751
	中企業フラグ	0.11677	0.15584	0.01281	0.28083*	0.06731	0.13749
	CI 成長率（-1）	-0.01354*	0.00325	0.37581	-0.01458*	0.00244	0.37539
	失業率（-1）	0.19297	0.18362	0.8148	0.28509*	0.06275	0.01347
関東	定数項	-5.08589*	0.27048	0.18850	-4.52677*	0.35646	0.02508
	勤続年数	-0.01281*	0.00280	0.33816	-0.01298*	0.00279	0.01003
	自己資金比率	-0.01821*	0.00175	0.01179	-0.01766*	0.00167	0.01976
	合算年収倍率	0.00034*	0.00011	0.09976	0.00033*	0.00011	0.18761
	借入期間 ^{2}	-0.00005	0.00006	0.65890	0.00001	0.00006	0.97140
	事業主フラグ	0.92202*	0.05542	0.01113	0.86096*	0.05256	0.22552
	小企業フラグ	0.49983*	0.06084	0.07836	0.46132*	0.05627	0.83990
	中企業フラグ	0.27662*	0.06096	0.02076	0.24086*	0.05442	0.91888
	CI 成長率（-1）	-0.10102*	0.00465	0.26661	-0.09652*	0.00487	0.02433
	失業率（-1）	0.69052*	0.0605	0.11265	0.57056*	0.07933	0.01356
甲信越	定数項	-10.69957*	1.36573	0.03434	-7.30856*	1.04315	0.33992
	勤続年数	-0.01669*	0.00505	0.01830	-0.01896*	0.00494	0.82326
	自己資金比率	-0.00973*	0.00232	0.01002	-0.01107*	0.00223	0.24323
	合算年収倍率	0.00062*	0.00017	0.58698	0.00054*	0.00017	0.96947
	借入期間 ^{2}	0.00003	0.00010	0.77209	0.00003	0.00010	0.62113
	事業主フラグ	0.6663*	0.13711	0.01131	0.73768*	0.06684	0.23352
	小企業フラグ	0.3731*	0.13879	0.03936	0.43374*	0.06471	0.22334
	中企業フラグ	0.24937	0.14286	0.01677	0.28413*	0.06959	0.10378
	CI 成長率（-1）	-0.03886*	0.0063	0.01433	-0.02444*	0.00503	0.47699
	失業率（-1）	2.10597*	0.36423	0.02156	1.21737*	0.27628	0.33966
東海・近畿	定数項	0.36182	0.83099	0.61625	-1.26557*	0.80313	0.95253
	勤続年数	-0.00265	0.00910	0.46688	-0.00929	0.00824	0.07373
	自己資金比率	-0.00744	0.00424	0.76173	-0.00951*	0.00402	0.46993
	合算年収倍率	0.00032	0.00037	0.03092	0.00024	0.00039	0.34738
	借入期間 ^{2}	0.00015	0.00021	0.42489	-0.00005	0.00019	0.38331
	事業主フラグ	0.8235*	0.18965	0.17026	0.68123*	0.10700	0.76104
	小企業フラグ	0.10297	0.22368	0.40788	0.37451*	0.10053	0.19756
	中企業フラグ	0.25135	0.19024	0.78944	0.31105*	0.10423	0.80140
	CI 成長率（-1）	-0.01543*	0.00699	0.51989	-0.0126*	0.00605	0.74395
	失業率（-1）	-0.96345	0.21036	0.14332	-0.43723	0.21856	0.55251

*は 95 %信用区間に 0 を含まず，係数が統計的意味をもつことを示している．

れたデータによるモデルとは異なり，両モデルともいくつかの係数で期待される符号条件を満たさなくなったり，95 %信用区間で 0 を含むようになった．これは推定単位が地域区分になったことによるサンプル数の減少（特にデフォルト・サンプル）が影響していると考えられる．以下，係数の符号条件や 95 %信用区間による統計的な有効性に着目し，各モデルの係数について詳細にみていくこととする．

NII-Electronic Library Service

The Japan Statistical Society

表 8 (続き).

地域区分	変数	地域別モデル			階層ベイズモデル		
		事後平均	標準偏差	CD	事後平均	標準偏差	CD
中国・四国	定数項	-1.95243*	0.74416	0.10843	-3.66143*	0.25605	0.20951
	勤続年数	-0.01228*	0.00528	0.96055	-0.00899*	0.00512	0.36443
	自己資金比率	-0.01002*	0.00263	0.79325	-0.00905*	0.00251	0.13774
	合算年収倍率	-0.00053	0.00026	0.14873	-0.00045	0.00025	0.84830
	借入期間 ^{2}	0.00024*	0.00012	0.77506	0.00033*	0.00011	0.41588
	事業主フラグ	0.80082*	0.20907	0.26914	0.64784*	0.0725	0.96544
	小企業フラグ	0.63111*	0.21902	0.43594	0.44359*	0.073	0.05470
	中企業フラグ	0.70055*	0.20872	0.44497	0.3651*	0.07542	0.18269
	CI 成長率 (-1)	-0.00777*	0.00303	0.9212	-0.00892*	0.00287	0.17425
	失業率 (-1)	-0.25935	0.16051	0.21281	0.15664*	0.06613	0.31786
九州・沖縄	定数項	-2.85463*	0.74085	0.38383	-1.72343*	0.25944	0.05488
	勤続年数	-0.01093*	0.00489	0.29341	-0.01071*	0.00463	0.61316
	自己資金比率	-0.02358*	0.00431	0.63721	-0.02396*	0.00417	0.47732
	合算年収倍率	-0.00013	0.00023	0.71716	-0.00015	0.00023	0.42422
	借入期間 ^{2}	0.00038*	0.00013	0.88935	0.00039*	0.00012	0.01023
	事業主フラグ	0.44019*	0.11935	0.14332	0.6862*	0.06843	0.51649
	小企業フラグ	0.41209*	0.12885	0.08928	0.48389*	0.0651	0.03001
	中企業フラグ	0.02314	0.13140	0.08853	0.2728*	0.06629	0.23150
	CI 成長率 (-1)	0.00047	0.00534	0.16035	0.00173	0.00514	0.51442
	失業率 (-1)	0.05704	0.12651	0.2779	-0.17461	0.04964	0.02972

*は 95 %信用区間に 0 を含まず，係数が統計的意味をもつことを示している．

1. 北海道・東北・北陸

地域別モデルでも階層ベイズモデルでも「合算年収倍率」の係数はマイナスとなり，符号条件を満たさなくなっている．また，地域別モデルでは「中企業フラグ」，「失業率 (−1)」の係数が 95 %信用区間に 0 を含んでいる．しかし，階層ベイズモデルでは，それら両係数ともに 95 %信用区間に 0 を含まない値に変わった．

2. 関東

地域別モデルでは「借入期間 ^{2}」の係数がマイナスとなり符号条件を満たさないが，階層ベイズモデルではプラスに変わり，符号条件を満たすように変化している．ただし，いずれも 95 %信用区間に 0 を含んでいる．

3. 甲信越

地域別モデル，階層ベイズモデルのいずれも係数は全て期待される符号条件を満たしている．しかし，地域別モデルでは「借入期間 ^{2}」，「中企業フラグ」の係数が 95 %信用区間に 0 を含んでいる．階層ベイズモデルでは，「中企業フラグ」の係数が 95 %信用区間に 0 を含まない値へ変わった．

4. 東海・近畿

地域別モデルは「事業主フラグ」と「CI 成長率 (−1)」以外の係数は信用区間に 0 を

NII-Electronic Library Service

The Japan Statistical Society

含んでいる．加えて「失業率 (−1)」は符号条件も満たさない．階層ベイズモデルでは，「定数項」，「自己資金比率」，「小企業フラグ」，「中企業フラグ」の係数が 95 %信用区間に 0 を含まない値に変化した．

5. 中国・四国

地域別モデルでは「合算年収倍率」と「失業率 (−1)」の係数がマイナスで符号条件を満たさなくなり，かつ，95 %信用区間に 0 を含んでいる．階層ベイズモデルの結果は，「合算年収倍率」については係数が信用区間に 0 を含み符号条件にも変化はないが，「失業率 (−1)」は係数が 0 を含まなくなり，期待される符号条件を満たすようになった．

6. 九州・沖縄

地域別モデルでは「合算年収倍率」，「CI 成長率 (−1)」が符号条件を満たさない．また，「合算年収倍率」，「中企業フラグ」，「CI 成長率 (−1)」，「失業率 (−1)」が 95 %信用区間に 0 を含んでいる．一方，階層ベイズモデルの結果は，「中企業フラグ」の係数が信用区間に 0 を含まない値に変わった．

まとめると，全 6 地域区分の内 5 地域で，地域別モデルでは 95 %信用区間に 0 を含んでいた係数が，階層ベイズモデルは 0 を含まない値へ変化した (北海道・東北・北陸は 2，甲信越は 1，東海・近畿は 4，中国・四国は 1，九州・沖縄は 1)．また，関東地域の「借入期間 [2]」，中国・四国地域の「失業率 (−1)」は期待される符号条件を満たすようになった．

これは階層ベイズモデルが，地域間の関係を事前情報として活用することで，小サンプルの推定問題を上手く改善し，少ないデフォルト・サンプルでも妥当な推定結果を得ることができるということを示唆している．

4.2 モデルの評価

モデルの評価は ROC 曲線と AUC により行う[30]．ROC 曲線とは債務者をデフォルト確率が高い順番に並び替え，縦軸にはデフォルト確率の高い上位 j 債権に対するデフォルト債権の割合 (d_j/n_d)，横軸には非デフォルト債権の割合 (nd_j/n_{nd}) をプロットするような関数

$$\begin{cases} x(j) = \frac{nd_j}{n_{nd}} \sim (0 \leq j \leq n_{nd}) \\ y(j) = \frac{d_j}{n_d} \sim (0 \leq j \leq n_d) \end{cases}$$

で表される曲線となる．ただし，n_d, n_{nd} はデフォルト先・非デフォルト先の実際の債権数，d_j, nd_j は j 番目に高いデフォルト確率より高いデフォルト確率をもつデフォルト先・

30) デフォルト確率がかなり低い分析では，モデルの精度比較が難しい場合がある．その場合，集計した目的関数でもモデルの比較が可能である．詳細は安藤・山下 (2005)，赤司・川崎 (2011) を参照せよ．

NII-Electronic Library Service

The Japan Statistical Society

非デフォルト先の債権数である．ROC 曲線は左上に凸となる曲線として描かれる．モデルの判別力が高いほど左上に凸となり，判別力が全くないモデルは単位正方形の原点 $(0,0)$ と $(1,1)$ を結ぶ $45°$ 線となる．また，AUC とは ROC 曲線，直線 $y=0$ および，直線 $x=1$ で囲まれた面積で定義される量で，AUC が 1 に近づくほどデフォルト予測精度の高いモデルであると判断される．AUC は以下の式にしたがって計算される．

$$\mathrm{AUC} = \frac{1}{n_d n_{nd}} \sum_{i=1}^{n_{nd}} \sum_{j=1}^{n_d} \mathrm{I}(z_i - z_j) \tag{4.1}$$

ただし，z_i は非デフォルト先，z_j はデフォルト先の債権の信用スコアを表わす．$\mathrm{I}(\cdot)$ は，カッコ内の値が正であれば 1 を，負であれば 0 を返す，ヘビサイド関数である[31]．AUC を用いることによって，ROC 曲線による視覚的な判別力比較だけでなく，定量的にモデルの判別力比較を行うことができる．

地域区分毎にプールされたデータによるモデル，地域別モデル，階層ベイズモデルの 3 つのモデルの判別精度の評価を，ROC 曲線，AUC の事後分布で行う．また，モデル間のパフォーマンスの差を改善度によって表す[32]．おおよそ，地域別モデルとプールされたデータによるモデル間の改善度は地域特性考慮による効果であり，地域別モデルと階層ベイズモデルの間の改善度は階層ベイズによる係数の安定性の効果によるものと言える．また，プールされたデータによるモデルと階層ベイズモデル間の改善度はその 2 つの効果を足したものと言える．表 9 に各モデルの AUC の事後平均と 95 %信用区間の事後分布を，表 10 にパフォーマンスの改善度を示す．図 2 から図 7 に地域区分別に 3 つのモデルの事後平均の ROC 曲線を示す．

ベイズ推定のメリットの 1 つに事後分布による評価があげられる．最尤法による推定値は点推定値であり，評価指標による判別力の差の評価を行う場合は，その有意性を見るために統計的検定を行う必要があるが，ベイズ推定の場合は事後分布による比較が容易にできる[33]．まず，プールされたデータによるモデルを各地域に適用することにより，デフォルトに与える個人属性と景気指標の影響が地域によって異なるかどうかを検証する．表 9 のプールされたデータによるモデルの AUC の事後平均の値をみると，最も高い関東地域で 84.13 %，最も低い甲信越地域で 69.31 % と，各地域間でかなりバラついていることが確認できる．同じモデルを適用しているにもかかわらず，地域によって判別力が異なるの

---

31) 安道・山下 (2004)，山下・三浦 (2010) を参照せよ．また，山下・三浦 (2010) は信用リスクモデルの評価指標全般についても詳細に記述されている．

32) 改善度は階層ベイズモデルによる AUC とプールされたデータによるモデルおよび地域別モデルそれぞれの AUC の事後平均の差とした．

33) 評価指標の検定方法は分布を仮定するパラメトリックな方法とノンパラメトリックな方法がある．パラメトリックな方法は Nomal Test が，また，ノンパラメトリックな方法は Bootstrap 法による方法が提案されている．詳細は山下・三浦 (2010) を参照せよ．

NII-Electronic Library Service

The Japan Statistical Society

表 9 各モデルの AUC の事後平均と 95 %信用区間.

地域区分	プールされたデータによるモデル		地域別モデル		階層ベイズモデル	
	事後平均	95%信用区間	事後平均	95%信用区間	事後平均	95%信用区間
全国	80.10 %	[79.95 %,80.19 %]	-	-	-	-
北海道・東北・北陸	78.14 %	[76.96 %,78.94 %]	78.47 %	[76.86 %,79.53 %]	80.89 %	[79.55 %,81.69 %]
関東	84.13 %	[83.60 %,84.90 %]	85.24 %	[84.98 %,85.44 %]	85.78 %	[85.52 %,86.23 %]
甲信越	69.31 %	[67.87 %,70.78 %]	79.06 %	[78.78 %,79.52 %]	80.28 %	[79.62 %,81.05 %]
東海・近畿	73.20 %	[72.27 %,72.41 %]	73.78 %	[71.66 %,75.75 %]	76.42 %	[73.64 %,78.73 %]
中国・四国	69.48 %	[69.21 %,70.23 %]	72.61 %	[70.81 %,73.72 %]	74.29 %	[73.82 %,75.71 %]
九州・沖縄	69.37 %	[68.41 %,70.31 %]	74.23 %	[73.43 %,74.79 %]	75.82 %	[74.86 %,76.52 %]

表 10 パフォーマンスの改善度.

地域区分	改善度 1	改善度 2
北海道・東北・北陸	2.75 %	2.42 %
関東	1.65 %	0.54 %
甲信越	10.97 %	1.22 %
東海・近畿	3.23 %	2.64 %
中国・四国	4.81 %	1.68 %
九州・沖縄	6.46 %	1.59 %

改善度 1：階層ベイズモデルとプールされたデータによるモデルの AUC 値の差
改善度 2：階層ベイズモデルと地域別モデルの AUC 値の差

は，デフォルトに与える個人属性と景気指標の影響が地域によって異なる，すなわち，各地域には地域独自の地域特性 (異質性) が存在することを意味している．プールされたデータによるモデルは全国の平均的モデルであるが，表 2 の分析用データベースの地域区分別内訳が示すとおり，モデル構築サンプルの約 45 % は関東地方のサンプルであることから関東地域の特性がより強く出ているモデルと言える．それは関東地域の高い AUC の事後平均をみてもわかる．AUC の事後平均から全国平均に近いのは「関東」および「北海道・東北・北陸」地域である．それに対して，全国平均と異なる地域特性を有するのは AUC の事後平均がいずれも 60 % 台の「甲信越」，「中国・四国」，「九州・沖縄」地域である．「東海・近畿」地域はその中間に位置すると言える．

日本銀行地域区分では新潟県，山梨県，長野県は「関東甲信越」として一地域と区分される．本稿では分析サンプルの一地域への過度な集中を避けるために「関東甲信越」地域を，あえて「関東」と「甲信越」の 2 地域に区分した．両地域は空間的な近さから経済的な結びつきが強く，よって，地域特性に大きな差はないと想定される．しかし結果は，AUC の事後平均は「関東」が地域最大の 84.13 %，「甲信越」が地域最小の 69.31 % となった．これは空間的な距離の近さがあるにもかかわらず，「甲信越」には「関東」とは異なる高い地

NII-Electronic Library Service

The Japan Statistical Society

域特性が存在することを示している．すなわち，デフォルト分析においては，空間的な距離の近さが地域特性の親和性の高さを必ずしも保証するものではないことを示唆している．

次に，各モデルのROC曲線とAUCをもとに，各モデルの判別力比較とモデルのパフォーマンスの改善度について地域別に考察する．

1. 北海道・東北・北陸

3つのモデルの事後平均のROC曲線をみると，カーブの高さにバラつきが確認できる．これは各モデルで判別力に差があることを意味する．表9のAUCの事後平均はいずれも80％前後であり，高いデフォルト判別力を有したモデルと言える[34]．個別に見ると事後平均，2.5％点，97.5％点のAUCいずれも階層ベイズモデルの判別力が最も高いことがわかる．また，階層ベイズモデルの判別力はプールされたデータによるモデル，地域別モデルに比して分布としての差が認められる[35]．(プールされたデータによるモデル97.5％点：78.94％，地域別モデル97.5％点：79.53％に対し，階層ベイズモデル2.5％点：79.55％)．したがって，明らかに階層ベイズモデルの判別力が優れていると言える．

階層ベイズモデルによるAUCの改善度は，プールされたデータによるモデルに対しては2.75ポイント，地域別モデルに対しては2.42ポイントとなった．すなわち，地域特性効果は0.33ポイント，係数の安定性効果は2.42ポイントと言える．係数の安定性効果は95％信用区間が0を含まなくなった「中企業フラグ」と「失業率(−1)」の係数の効果が大きいと考えられる．

2. 関東

関東地域はROC曲線の3つのカーブがほぼ重なっているところに特徴がある．すなわち，視覚的には3つのモデルの判別力の差を確認できない．AUCの事後平均はいずれのモデルも85％前後であり，非常に高い判別力を有するモデルと言える．個別に見ていくと事後平均，2.5％点，97.5％点のAUCいずれも階層ベイズモデルの値が一番高い．また，階層ベイズモデルの判別力はプールされたデータによるモデル，地域別モデルに比して分布としての差が認められる．(プールされたデータによるモデル97.5％点：84.90％，地域別モデル97.5％点：85.44％に対し，階層ベイズモデル2.5％点：85.52％)．したがって，明らかに階層ベイズモデルの判別力が優れていると言える．

---

34) 住宅ローンは足の長い債券であることに特徴がある．スコアリング・モデルは審査時点の属性情報を基にデフォルト確率を推定するため，他の商品に比して一般的に判別力は低いと言われている．日本銀行(2007)では住宅ローンのAR値(AR値 $= 2 \times$ AUC -1)は40％程度になることもあるとしている．

35) 比較するモデルのAUC値97.5％の値が階層ベイズモデルの2.5％のAUC値より小さい場合に，AUC値について分布の差があるとした．

NII-Electronic Library Service

The Japan Statistical Society

階層ベイズモデルによるAUCの改善度は，プールされたデータによるモデルに対しては1.65ポイント，地域別モデルに対しては0.54ポイントとなった．すなわち，地域特性効果は1.11ポイント，係数の安定性効果は0.54ポイントと言える．本地域はそもそもデフォルト・サンプルが他地域に比べ多い．それゆえに，地域別モデルでも「借入期間[2]」以外は係数は全て95％信用区間に0を含まず，安定した推定結果が得られた地域である．したがって階層ベイズモデルの効果が最も小さい地域となった．

3. 甲信越

甲信越地域のROC曲線の特徴はプールされたデータによるモデルと他の2つのモデルの違いにある．プールされたデータによるモデルの判別力が明らかに低い．AUCの事後平均で見ても 地域別モデルや階層ベイズモデルは80％前後あるが，プールされたデータによるモデルは70％を切っており，10ポイント程度低いことが確認できる．個別に見ていくと事後平均，2.5％点，97.5％点のAUCいずれも階層ベイズモデルの値が一番高い．また，階層ベイズモデルの判別力はプールされたデータによるモデル，地域別モデルに比して分布としての差が認められる．(プールされたデータによるモデル97.5％点：70.78％，地域別モデル97.5％点：79.52％に対し，階層ベイズモデル2.5％点：79.62％)．したがって，明らかに階層ベイズモデルの判別力が優れていると言える．

階層ベイズモデルによるAUCの改善度は，プールされたデータによるモデルに対しては10.97ポイント，地域別モデルに対しては1.22ポイントとなった．すなわち，地域特性効果は9.75ポイント，係数の安定性効果は1.22ポイントと言える．改善度の大きい地域特性効果は，本地域が全国平均とは異なる，強い地域特性を有していることを意味する．係数の安定性効果は階層ベイズモデルによる「中企業フラグ」の係数が信用区間に0を含まなくなり，判別力の向上に寄与したものと考えられる．

4. 東海・近畿

3つのROC曲線を見る限り，多少のバラつきは認められるものの，カーブの形状も異なり，一見しただけでは判別力に差があるか判然としない． AUCの事後平均は73％から76％程度あり，どのモデルもそれほど高い判別力を有するモデルとは言えない． 個別に見ていくと事後平均，2.5％点，97.5％点のAUCいずれも階層ベイズモデルの値が一番高い．しかし，階層ベイズモデルの判別力はプールされたデータによるモデルに対しては分布の差が認められるが，地域別モデルに対しては認められないという結果となった．(プールされたデータによるモデル97.5％点：72.41％，地域別モデル97.5％点：75.75％に対し，階層ベイズモデル2.5％点：73.64％)．したがって，プールされたデータによるモデルに対しては明らかに階層ベイズモデルの判別力

NII-Electronic Library Service

The Japan Statistical Society

が優れていると言えるが，地域別モデルに対しては判別力に差があるとは言えない．

階層ベイズモデルによるAUCの改善度は，プールされたデータによるモデルに対しては3.23ポイント，地域別モデルに対しては2.64ポイントとなった．すなわち，地域特性効果は0.58ポイント，係数の安定性効果は2.64ポイントと言える．地域特性効果は小さいが，係数の安定性効果が大きい地域である．本地域はデフォルト・サンプルが最も少ない地域であり，地域別モデルは安定した係数が得られなかったが，階層ベイズモデルにより，「自己資金比率」，「小企業フラグ」，「中企業フラグ」の係数が信用区間に0を含まなくなり，判別力の向上に寄与した結果と言える．

5. 中国・四国

3つのモデルの事後平均のROC曲線をみると，カーブの高さにバラつきがあり，各モデルの判別力に差があることがわかる．また，階層ベイズモデルのROC曲線が一番高いことが視覚的にも確認できる．AUCの事後平均の値は70％弱から75％程度であり，いずれのモデルも高い判別力を有するモデルとは言えない．「中国・四国」地域は全てのモデルにおいて最もAUCの値が低く，モデルのパフォーマンスが低い地域となった．個別に見ていくと事後平均，2.5％点，97.5％点のAUCともに階層ベイズモデルの値が一番高い．また，階層ベイズモデルの判別力はプールされたデータによるモデル，地域別モデルに共に比して分布としての差が認められる．(プールされたデータによるモデル97.5％点：70.23％，階層ベイズ2.5％点：73.82％，地域別モデル97.5％点：73.72％，階層ベイズ2.5％点：73.82％)．したがって，明らかに階層ベイズモデルの判別力が優れていると言える．

階層ベイズモデルによるAUCの改善度は，プールされたデータによるモデルに対しては4.81ポイント，地域別モデルに対しては1.68ポイントとなった．すなわち，地域特性を考慮した地域特性効果は3.13ポイント，係数の安定性効果は1.68ポイントと言える．係数の安定性効果は期待される符号条件を満たし，かつ，95％信用区間が0を含まなくなった「失業率(−1)」の係数の効果が大きいと考えられる．

6. 九州・沖縄

事後平均のROC曲線から，カーブの高さにバラつきが確認できる．プールされたデータによるモデルのROC曲線よりも他の2つのモデルのROC曲線は明らかに高い．しかし，地域別モデルと階層ベイズモデルの差は視覚的には判然としない．AUCの事後平均の値は70％弱から76％程度であり，いずれも高い判別力を有するモデルとは言えない．また，事後平均，2.5％点，97.5％点のAUCいずれも階層ベイズモデルの値が一番高い．階層ベイズモデルの判別力はプールされたデータによるモデル，地域別モデルに比して分布としての差がある．(プールされたデータによるモ

NII-Electronic Library Service

The Japan Statistical Society

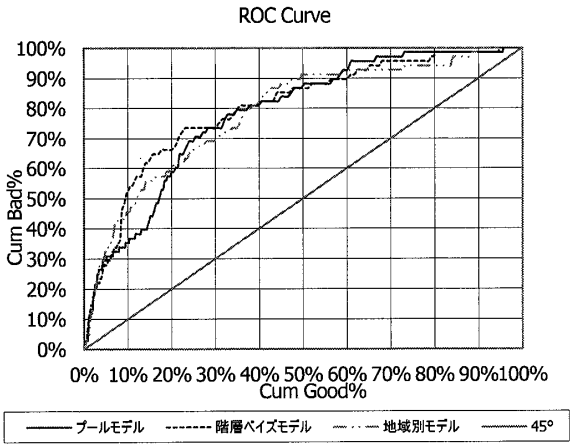

図 2 北海道・東北・北陸.

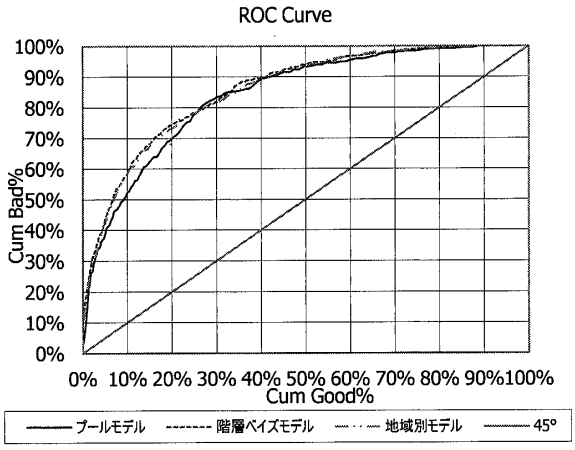

図 3 関東.

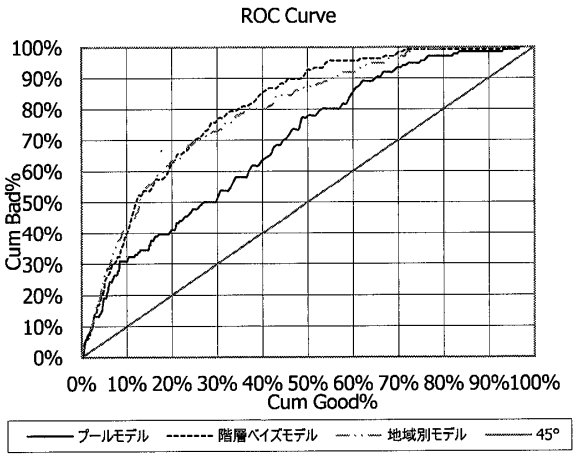

図 4 甲信越.

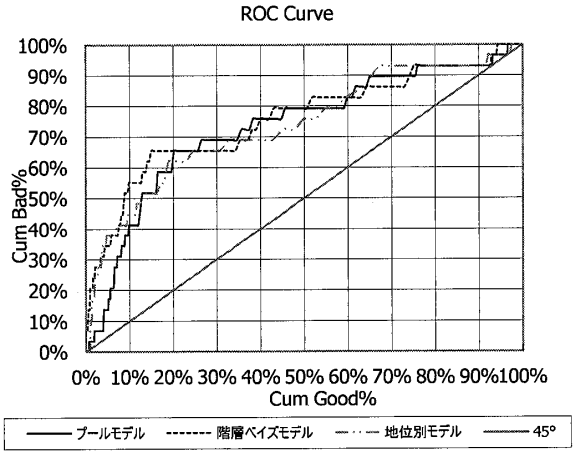

図 5 東海・近畿.

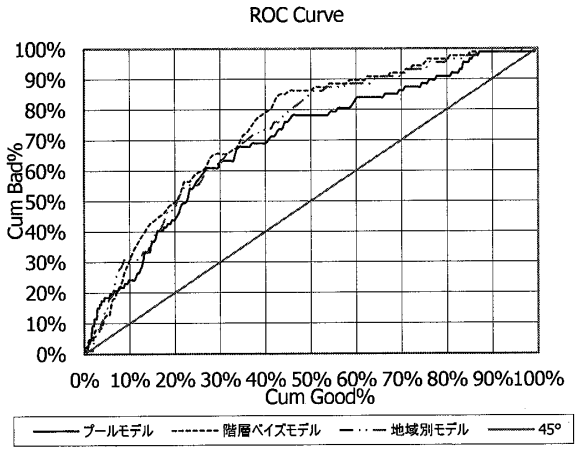

図 6 中国・四国.

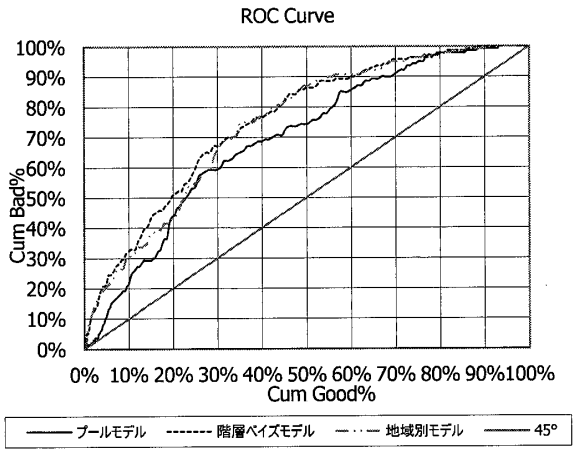

図 7 九州・沖縄.

NII-Electronic Library Service

The Japan Statistical Society

デルの 97.5 %点：70.31 %，地域別モデル 97.5 %点：74.79 %に対し，階層ベイズモデル 2.5 %点：74.86 %)．したがって，明らかに階層ベイズモデルの判別力が優れていると言える．

階層ベイズモデルによる AUC の改善度は，プールされたデータによるモデルに対しては 6.46 ポイント，地域別モデルに対しては 1.59 ポイントとなった．すなわち，地域特性効果は 4.86 ポイント，係数の安定性効果は 1.59 ポイントと言える．係数の安定性効果は 95 %信用区間が 0 を含まなくなった「中企業フラグ」の係数の効果が大きいと考えられる．

ROC 曲線と AUC の事後分布によるモデルの評価により，各モデルとも地域によって判別力にバラつきがあり，個人属性と景気指標のデフォルトへの影響は地域によって異なることが確認された．また，地域特性が強い地域 (プールされたデータによるモデルの AUC の事後平均が 70 % 弱の「甲信越」,「中国・四国」,「九州・沖縄」) ほど地域別モデルによる改善度が大きく，デフォルト・サンプルが少ない地域 (「北海道・東北・北陸」,「東海・近畿」,「中国・四国」) ほど，階層ベイズによる係数の安定性効果が大きいことが明らかになった．階層ベイズモデルはデフォルト・サンプルが少ない地域でも，妥当な推定値を得ることができ，パフォーマンスの向上に寄与することが明らかとなった．

5. おわりに

スコアリング・モデルの課題は地域特性を考慮した精度の高いモデルの構築であり，それにはデフォルト・サンプルの確保がポイントとなる．ローン商品によっては金融機関単独でモデル構築に十分なデフォルト・サンプルを確保することは困難である．その問題への対応策として，複数の金融機関のデータを用いたプールされたデータによるスコアリング・モデルの利用が一般的であるが，それは金融機関の貸出特性を捨象した平均的なモデルである．

本稿では，地域特性に着目し，株式会社三菱総合研究所の住宅ローン コンソーシアム・データを用いた階層ベイズ・プロビット・モデルによるスコアリング・モデルを構築しデフォルト分析を行った．そして，地域区分によってデフォルトに与える個人属性や景気指標の影響が異なるかどうか考察した．またパフォーマンスの改善度を AUC の事後分布で検証した．得られた結論は以下の通りである．

(i) 個人属性や景気指標のデフォルトへの影響は地域によって異なる．

(ii) 全ての地域において階層ベイズモデルの判別力が一番高い．

(iii) 地域特性が強い地域ほど地域別モデルによる改善度が大きく，デフォルト・サンプル

NII-Electronic Library Service

The Japan Statistical Society

が少ない地域ほど，階層ベイズによる係数の安定性効果が高い．

(iv) 階層ベイズモデルは地域やデフォルト・サンプルの多寡に関係なくパフォーマンスを向上させる．

(v) デフォルト・サンプルが少なく，不安定な推定値ほど，階層ベイズモデルによる全体平均値への推定値の縮約効果が大きく，パフォーマンスの向上に寄与する．

以上のようにデフォルトには地域性があることがわかった．また，階層ベイズモデルによるスコアリング・モデルは，モデルのパフォーマンスを向上させることが明らかになった．

最後に課題を述べる．本稿はモデルのパフォーマンスの改善に焦点を当てているが，実務的にはパフォーマンスの改善が，どの程度，収益増に結びつくのかに大きな関心がある．収益へのインパクト試算が必要である．また，比較した3つのモデルはプールされたデータで変数選択を行い，そこで選択された変数で構築したモデルであることに留意する必要がある．実務への応用を考えた場合，地域特有の変数も考慮した階層ベイズモデルを構築することで，より高い判別精度を持つモデルとなる可能性が高い．そして変数の内生性に関するバイアスの考慮も必要があると思われる．いずれも今後の研究課題としたい．

謝辞

本稿を作成するにあたって神戸大学の松林洋一先生，羽森茂之先生，難波明生ならびに大阪大学の谷崎久志先生から貴重なコメントを賜りました．また，下関市立大学，神戸大学における研究集会においての本研究の報告の際には，参加者の先生方からも貴重なコメントを数多く頂きました．ここに記して感謝申し上げます．また，本稿を作成するにあたっては匿名の査読者2名から有益なコメントを数多く頂戴したことに謝意を表します．そして，日本統計学会誌和文編集委員長の青嶋誠先生にもお礼申し上げます．各務は科学研究費補助金の助成を受けました．本稿中のありうべき誤りはすべて筆者に帰するものです．

参 考 文 献

赤司健太郎，川崎能典 (2011).「2項モデルの予測による金融リスク最小化：理論と応用」『統計数理』**59**.

安道知寛，山下智志 (2004).「財務指標の時間依存性を考慮した信用リスク評価モデル －デフォルト予測への応用－」『金融庁ディスカッションペーパー』**15**.

安道知寛，山下智志 (2005).「格付け・財務データを用いた誘導型モデルによるデフォルト確率期間構造・回収率の同時推定」『金融庁ディスカッションペーパー』**18**.

Altman, E. I. (1968). Financial Ratios, Dscriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy, *Journal of Finance*, **23**, 589–609.

Altman, E. I. and Sabato, G. (2005). Effexts of the New Basel Capital Accord on Bank Capital Requirements for SMEs, *Journal of Financial Service Reserch*, **28**, 15–42.

Altman, E.I. and Sabato, G. (2007). Modeling Credit Risk for SMEs : Evidence from the US Market, *Abacus*, **43**, 332–357.

Amemiya, T. (1985). *Advanced Econometrics*, Harvard University Press.

NII-Electronic Library Service

The Japan Statistical Society

Campbell, T. S. and Dietrich, J. K. (1983). The Determinants of Default on Insured Conventional Residential Mortgage Loans, *Journal of Finance*, **38**, 1568–1581.

Cuningham, D. F. and Capone A. C. Jr. (1990). The Relative Termination Experiance of Adjustable to Fixed-Rate Mortgages, *Journal of Finance*, **45**, 1687–1704.

Espahbodi, R. (1991). Dscriminant Identification of Problem Banks and Binary Choice Models, *J. Bank. Financ.*, **15**, 53–71.

Geweke, J. (1992). Evaluating the Accuracy of Sampling-Based Approaches to the Caluculation of Posterior Moments, in J. M. Bernardo, J. M. Berger, A. P. Dawid, and A. F. M. Smith (eds.), *in Bayesian Statistics 4*, Oxford University Press, 169–193.

Gordy, M. B. (2003). A Risk-Factor Model Foundation for Ratings-based Bank Capital Rules, *J. Financ. Intermed.*, **12**, 199–232.

Maddala, G. S. (2001). Introduction to Econometrics Third Edition, Wiley.

Ohlson, J. A. (1980). Financial Ratios and the Probabilistic Prediction of Bankruptcy, *J. Acc. Res.*, **18**, 109–131.

大森裕浩 (2001).「マルコフ連鎖モンテカルロ法の最近の展開」『日本統計学会誌』**31**, 305–344.

奥村拓史・谷崎久志 (2004).「マルコフ・スイッチング・モデルによる我が国の地域経済別景気の転換点の推定」『国民経済雑誌』**190**, 45–59.

中妻照雄 (2003).「ファイナンスのための MCMC 法によるベイズ分析」 三菱経済研究所.

日本銀行金融機構局 (2007).「住宅ローンのリスク管理 ～金融機関におけるリスク管理手法の現状～」BOJ Reports and Reserch papers.

日本銀行金融機構局 (2011).「住宅ローンのリスク・収益管理の一層の強化に向けて－ 住宅ローンのデフォルト確率および期限前返済の期間構造の推計 －」BOJ Reports and Reserch papers.

E. M. ルイス，木下恭輔 他訳 (1997).『クレジットスコアリング入門』金融財政研究会.

Stepanova, M. and Thomas, L. C. (2002). Survival analysis methods for personal loan data, *Operations Research*, **50**, 277–289.

和合肇，各務和彦 (2005).「空間的相互作用を考慮した地域別景気の動向」『フィナンシャルレビュー』**78**, 71–84.

和合肇 編著 (2005).『ベイズ計量経済分析 －マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用 －』東洋経済新報社.

山下智志，三浦翔 (2010).『信用リスクモデルの予測精度』朝倉書店.

NII-Electronic Library Service