

砂山形成過程における頂点移動となだれのダイナミクス

京都大学 基礎物理学研究所 占部 千由¹

1 はじめに

2次元・3次元の砂山形成過程についてシミュレーションによって調べる。砂山へ粒子を1つずつ時間間隔 T で供給し、このとき砂山頂点はなだれなどによって頻繁に移動する。頂点位置の時間系列のパワースペクトル, $S(f)$, は巾的, $S \sim f^\alpha$ になり、巾の指数, α , は T と砂山のサイズに依存する。また、砂山斜面の状態が流動的であるとき α は大きくなる傾向があることが2次元の砂山において観測された。斜面の状態はなだれの継続時間 T_a となだれが起きるまでにかかる時間 T_s を用いて表され、 $T_a \sim T_s$ のとき斜面は流動化し、 $T_a \ll T_s$ のとき固体的状態を保つ。シミュレーションの結果から T_a は一定値をとる傾向があるのに対し、 T_s は T とシステムサイズとともに増加することがわかった。 T_a, T_s で T と α のグラフを近似的にリスケールでき、斜面の状態が T_a と T_s によって表されることがわかった。

2 設定

離散要素法を用いて粒子運動のシミュレーションをする。粒子は球形で粒径は最大粒径 d とし、 $(0.8d, d)$ の間で一様分布させる。粒子には重力が働き、粒子間力として弾性力・粘性力・クーロン摩擦が働く。粒子間力は粒子が接触中のみ働くとする。長さとは時間はそれぞれ d と $\sqrt{d/g}$ でリスケールされ、粒径 d の粒子の質量 m とすると、法線方向のバネ係数・粘性係数 k_n, η_n 、接線方向のバネ係数・粘性係数 k_t, η_t と摩擦係数 μ は表1のように設定する。 e は跳ね返り係数で、砂山は大きさ w のテーブル上に作る。

	2D	3D
$k_n[mg/d]$	1.0×10^4	1.0×10^4
$\eta_n[m\sqrt{d/g}]$	1.0×10^2	1.4×10^2
$k_t[mg/d]$	2.0×10^3	2.5×10^3
$\eta_t[m\sqrt{d/g}]$	0	7.2×10
μ	0.5	0.2
e	about 0.3	about 0.2
w	$20d, 40d, 80d, 160d$	$30d$

表 1: 変数とパラメーター

テーブルは2次元の場合は図1(a)のように長さ w に粒径 d の粒子を並べたものとする。3次元では図1(b)のように直径 w の縁に粒径 $0.8d$ の粒子を並べた円形の平らなテーブルを用いる。初期山としてテーブルを覆う大きさの山を用いる。3次元の場合は計算コストを下げるために、砂山内部に長時間留まり続けた粒子の位置を固定して初期山を作る。

なだれの有無に関わらず、粒子はテーブル中心の真上から1粒子ずつ高さ H 、時間間隔 T で供給する。2次元の場合は砂山に与える衝撃を一定にするために、砂山表面からの距離を H とし、3次元の場合はテーブルからの高さ H とする。

¹E-mail: chiyori@yukawa.kyoto-u.ac.jp

3 2次元の砂山における頂点のゆらぎの T, w 依存性

砂山形成過程において頂点はなだれや砂山形状の変化によって時々刻々変化しつづける。2次元の砂山では水平成分について頂点移動となだれ方向が逆向きになる傾向があり、頂点位置の水平成分 x_{top} に着目する。3次元では砂山を真上から見たときの極座標表示の角度成分 ϕ を頂点位置として測定する。頂点移動の特徴を調べるために頂点位置の時系列のパワースペクトル $S(f)$ を求めると、パワースペクトルはベキ関数 $S \sim f^\alpha$ で近似される [1]。また、 w によらず広い T の範囲で頂点のパワースペクトルが巾的になる。両対数プロットしたパワースペクトルに最小二乗法を用いてベキの指数 α を求め、 T に対する α の変化を図2と図3に示す。 α は T が小さいほど増加するが、 w が大きいほど α が小さい傾向があり、 $w = 160$ の場合は T が小さいときでも α の急激な増加が現れないように見える。

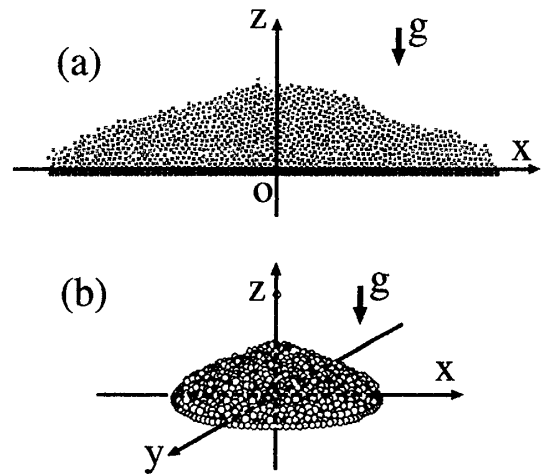


図1: (a) 2次元の砂山 ($w = 80d$) と (b) 3次元の砂山 ($w = 30d$)。

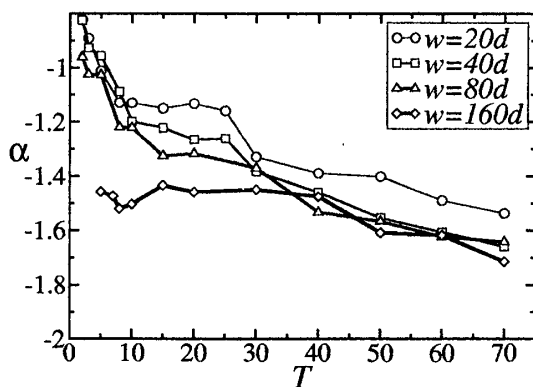


図2: x_{top} の α と T の関係。 $H = 20d$

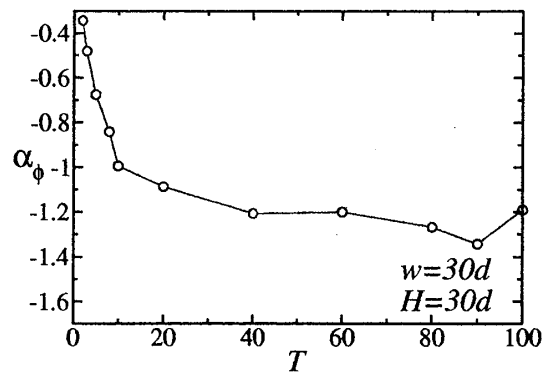


図3: ϕ のパワースペクトルの中の指数, α_ϕ , と T の関係。

4 頂点移動となだれ

2次元の砂山では頂点から縁に下る2つの斜面があり、なだれはどちらかの斜面で発生することが観測される。主に $x > 0$ の斜面でなだれが起きている状態を右モード、反対の斜面で起きている状態を左モードとよぶと、モードと頂点のパワースペクトルは長波長領域でベキの指数が近似的に一致する [1]。3次元の場合についても、粒子の運動量の平均からなだれ方向を求め、 ϕ と同様になだれ方向の角度成分 θ を測定し、 θ と ϕ のパワースペクトルを比較すると、3次元でも頂点移動となだれ方向変化の長時間での振舞いが近似的に等しいことがわかった。

モードのパワースペクトルがベキ関数で近似されるということは、モードが長時間相関を持つことを意味し、長時間相関の原因はモードが長時間継続することにあると推測される。実際に T に比べて十分長時間モードが継続することが観測される。ここではモードが長時間継続する原因を調べるために、シミュレーションの途中で粒子供給を停止し、砂山の粒子が静止した後に供給を再開して、供給停止前と再開後のモードを比較する。粒子供給の停止があってもモードが維持されていれば、モードの記憶は停止前後で変化しない砂山の形に存在すると考

えられる。シミュレーションは以下のように行う。粒子供給の再開と次の停止の間には十分長い時間 τ_f をとり、停止前後のそれぞれで、時間 τ_m のモードを測定する。 $\tau_f = 1000\sqrt{d/g}$, $\tau_m = 500\sqrt{d/g}$ とし、 $0.8\tau_m$ の間同じモードが存在すればモードと判断する。 $w = 80d$ で $T = 2\sqrt{d/g}$ の場合について実験を行う。その結果、供給再開後に停止前と逆のモードが現れる確率は 2% で、停止前と再開後でモードが変化しにくく、モードの記憶は粒子運動でなく砂山の形に残ることがわかった。

T が大きいときは砂山が固体的状態を保ちやすいため砂山の形は変化しにくいだが、一方で T が小さいときには粒子供給が多く、砂山形状が変化しない条件として砂山表面の流動状態が長時間維持することが挙げられる。砂山表面の状態はなだれ有無によるため、なだれに関する時間スケールについて考察する。なだれに関する時間スケールとして、なだれが起きるまでにかかる時間となだれの Lifetime の 2 つが挙げられる。これら 2 つが同程度の長さであれば、なだれが継続している間に次のなだれが引き起こされるため、なだれは継続し斜面は流動的になると考えられる。一方でなだれにかかるまでの時間が Lifetime より十分長ければ、なだれが終わってから次のなだれまでに長い時間がかかるために斜面は固体的になる。

なだれが起きるまでにかかる時間をなだれを引き起こすために十分な量の粒子が斜面にたまるためにかかる時間 T_s とすると、 T_s は T に比例し、 w に依存すると考えられるため

$$T_s = Tf(w) \quad (1)$$

と表される。 $f(w)$ は 1 度のなだれで流れる典型的な粒子数とし、砂山の右半分にある粒子数 N_r と左半分にある粒子数 N_l の時系列の標準偏差によって決める。測定は一つ一つのなだれが区別できる状態で行う必要があるため、 $T = 80\sqrt{d/g}$ とする。シミュレーションの結果、 $f(w)$ は w に関する増加関数であり、ゆえに T_s も w に依存することがわかった。

次になだれの Lifetime について述べる。Lifetime は 1 つのなだれの Lifetime の平均 T_a とし、砂山の右半分と左半分にある粒子の運動エネルギーの総和 k_r, k_l の変動から求める。 $k_l, k_r > 1[mJ]$ のときなだれが継続しているとして T_a を求めると、 w に依存せずほぼ一定値をとることがわかった。

T_a と T_s と斜面の状態についての考察から、 T が w が大きいときには斜面は固体的になり、逆に T と w が小さいときには流動的になると言える。頂点のパワースペクトルの指数 α についても

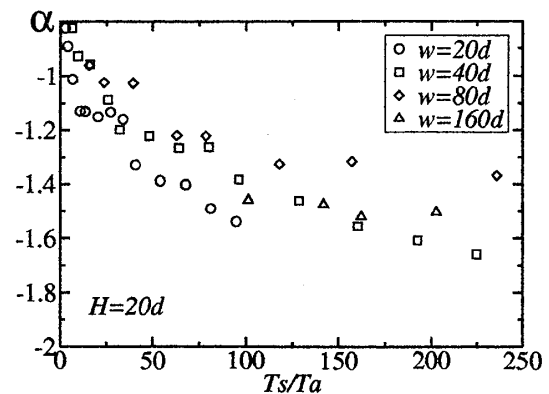


図 4: T_s/T_a に対する α の変動。 $H = 20d$ 。

研究会報告

α が大きいときに斜面は流動的であり、 α が小さいときほど固体的であることが観測されている。これらのことから、図 2 のグラフを T_a, T_s によってリスケールすると、図 4 のようになり、データ点がよくそろっていくことがわかる。 T/T^* で α が決まる可能性はあるが、そのためにはより精度が必要のため長時間のデータが必要であり、精度の向上が今後の課題である。

5 Discussion

砂山への粒子の供給量を変化させると、頂点のパワースペクトルの巾の指数が変化することを報告した。Nakahara, Isoda の実験 [2] や Yamazaki らの実験 [3] においても、鉛直パイプへの粒子の流入量を変化させるとパイプ内の粉体の密度波のパワースペクトルの巾の指数が変化することが報告されている。

パイプ内の流れも砂山上の流れについても、それぞれの粒子が重力をうけて自由に流れる場合にはパワースペクトルの指数が 0 に近づく。これは砂山では粒子の供給量が多く、斜面が流動的である場合にあたり、パイプ内の流れでは流入量が少なく、流れが一様になる場合に当たる。一方で粒子の流れが一様に保たれない場合はパワースペクトルの指数は小さくなる。パイプ内の流れでは流入量が多く、パイプ内の粉体密度が大きくなり、クラスターが生成される場合にあたり、砂山では供給量が少なくなだれが間欠的になる場合に当たる。

パイプ内の粉体の流れと砂山斜面上の粒子の流れについて、粒子運動の特徴とパワースペクトルの変化が共通することから、この現象は多体系における普遍的な特徴を含むと考えられる。今後はこれらの研究を発展させることによって、粒子集団の流動的・固体的といった部分的な状態が系全体が長時間の記憶における役割についての総合的かつ解析的な理解が期待される。

謝辞

本研究について実りある議論をしていただいた早川尚男氏、富田博之氏、武末真二氏、佐野光貞氏、狐崎創氏に感謝いたします。数値計算は京都大学 基礎物理学研究所の Altix3700 BX2 で行いました。

参考文献

- [1] Chiyori Urabe, J. Phys. Soc. Jpn 74 (2005), 2475.
- [2] Akio Nakahara and Takeshi Isoda, Phys. Rev. E 55 (1997), 4264.
- [3] Yoshihiro Yamazaki, Sayako Tateda, Atsushi Awazu, Taichi Arai, Osamu Moriyama, Mitsugu Matsushita, J. Phys. Soc. Jpn 71 (2002), 2859.