

## 第1部 (17) 热弹性・光弹性ハイブリッド応力計測の破壊力学への応用

○正 阪上隆英（阪大工）

准 藤浪康行（阪大院 [現:キヤノン]）

正 久保司郎 (阪大工)

学 小島陽介(阪大院)

# Thermoelastic and Photoelastic Hybrid Stress Separation Measurement and Its Applications to Fracture Mechanics

Takahide Sakagami, Shiro Kubo, Yasuyuki Fujinami and Yosuke Kojima  
Graduate School of Engineering, Osaka University

**Abstract:** This paper describes an experimental study on full-field stress separation from thermoelasticity and photoelasticity measurements and its application to estimation of stress intensity factor and the  $J$ -integral. Thermoelastic stress analysis (TSA) and photoelastic stress analysis (PSA) have been developed as full-field visualization methods of stress distribution. Only the sum of principal stresses can be measured by TSA, while only the difference of principal stresses can be measured by PSA. In this study, the hybrid stress separation measurement technique using both of these methods developed by the present authors was applied for determining distribution of all individual stress components in a center-cracked plate subjected to mechanical load. Stress intensity factor and the  $J$ -integral were calculated from the stress distribution. It was found that these fracture mechanics parameters can be evaluated with good accuracies by the present technique.

**Key Words:** Stress Separation, Thermoelasticity, Photoelasticity, Infrared Thermography, Stress Intensity Factor, *J*-integral

## 1. 緒 言

現在用いられている応力分布を可視化計測する方法として、熱弾性計測および光弾性計測による応力測定法がある。しかしながら、これら個々の方法により求められる計測データは熱弾性応力測定では主応力和、光弾性応力測定では主応力差に限られるため、そのままでは応力を各成分に分離することができないという問題が存在する。この問題を解決するために、岸本ら<sup>(1)</sup>は、熱弾性応力測定で得られた主応力と分布の測定値から負荷境界条件を逆問題解析により推定した後、順解析を行うことにより応力の各成分を分離計測する手段を提案している。実験的な応力分離手法としては、Barone ら<sup>(2)</sup>により光弾性応力測定法との併用による手法が検討されている。著者ら<sup>(3)</sup>は、前報において、熱弾性による主応力和計測および光弾性による主応力差および主応力方向の計測を併用したハイブリッド型応力計測により、全応力成分の分離を実験的に行う手法を提案した。本報では、提案した手法の応用事例を示す。円孔を有する帯版に引張り負荷を与えたときの円孔周りの応力分布を分離計測した結果を示す。計測結果の精度を検討するために、境界要素法による数値解析結果との比較を行う。また、提案した手法を用いて、中央き裂を有する平板の荷重負荷時における応力分布を計測し、求められた全応力成分の分布から、破壊力学パラメータである、応力拡大係数および  $J$  積分値を実験的に評価した結果を示す。

## 2. 応力分離計測法

熱弾性・光弾性ハイブリッド応力測定法の概要について、以下に述べる。

(a) 热弹性応力测定

試験片に繰返し荷重を負荷したとき、熱弾性効果によって生じた主応力和に比例する温度変動を赤外線応力測定装置により計測した。赤外線強度と応力の較正方法としては、円孔やき裂の影響を受けず応力が一様であり、かつその領域の応力が既知である部分を用いて、赤外線強度計測値と主応力和の間の較正関係を求めた。

### (b) 光弹性应力测定

等方均質な透明体に荷重を負荷したときには光弾性効果により、主応力差に比例して干渉縞の縞次数の変化が起こる。

本研究では、この原理を透明皮膜に適用した皮膜光弾性法を用いて応力測定を行った。金属光沢のある試験片表面に干渉縞を生じさせるためプラスティックコーティングを施した。皮膜光弾性応力測定に用いた機器は、回転する検光子の角度を変えながら回転周期に合わせて光強度のロックイン計測を行うことで、干渉縞の1次の明暗間ににおける光強度を900単位に分割して高精度に主応力差の計測を行うとともに、第一主応力作用方向を計測することが可能である。皮膜光弾性法を用いて、静荷重を負荷した試験片における主応力差分布を計測するとともに、第一主応力作用方向の計測を行った。光強度と応力の較正には、熱弾性応力測定と同様に、応力の値が既知である部分における光弾性測定結果を用いた。

(c) 応力分離法

熱弾性応力測定による主応力和、光弾性応力測定による主応力差および主応力方向のデータをもとに、モールの応力円に基づき応力各成分の算出を行った。

### 3. 円孔を有する帯板の応力分離計測結果

熱弾性・光弾性ハイブリッド応力測定手法の有用性を確認するため、円孔を有する基板に引張り負荷を与えたときの

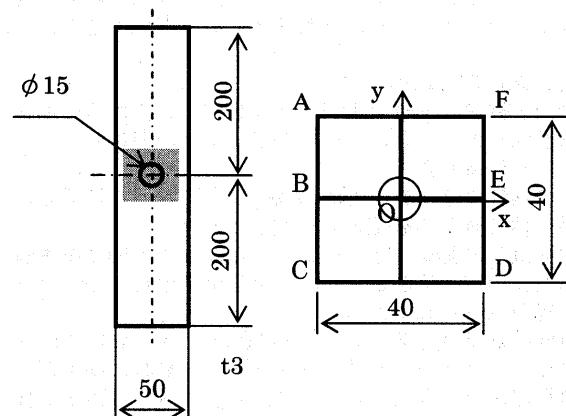


Fig.1 Dimensions of specimen and area for data acquisition

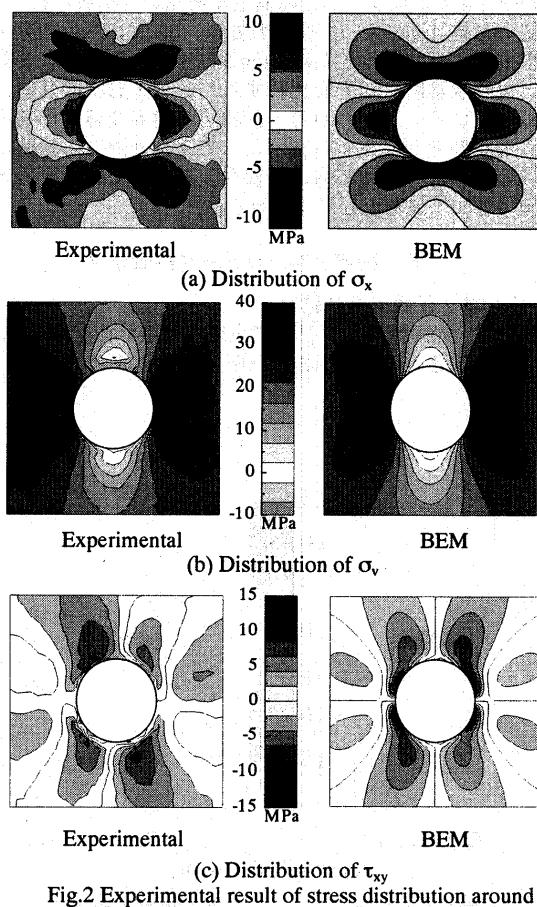


Fig.2 Experimental result of stress distribution around circular hole in plate specimen.

円孔周りの応力分布を分離計測した。実験に用いた試験片はFig.1に示すような2024アルミニウム合金製の円孔有する平板試験片である。電気油圧サーボ試験機を用いて、試験片に荷重を負荷し熱弾性および光弾性応力測定を行った。熱弾性応力測定において試験片に負荷した荷重は、最大荷重2960N、応力比0、周波数3Hzの正弦波繰返し荷重であり、光弾性応力測定において負荷した荷重は2960Nの静荷重である。これは平滑部での応力で19.6MPaに相当する。計測結果は熱弾性応力測定では256×256画素の測定点、光弾性応力測定では240×320画素の測定点における応力に基づく応力分布が画像として取得される。得られた画像から、Fig.1に示したACDF領域内において試験片上に31×31の格子点を選び、その点における主応力和、主応力差の値および主応力方向を求め、前述の方法により応力の各成分を計算した。また、実験結果を検証するために二次元境界要素法解析を行った。境界要素法解析では対称性を利用し、試験片の1/4領域の解析モデルに対して、72要素、144節点の境界要素分割による解析を行った。境界要素としては、一次要素を用いた。

熱弾性・光弾性ハイブリッド計測実験および境界要素解析により得られた、応力成分 $\sigma_x$ 、 $\sigma_y$ および $\tau_{xy}$ の分布を等高線表示したものをFig.2に示す。図より、実験および境界要素解析により求められた応力分布は、相互によく一致しており、本応力分離計測法が有効であることが分かった。実験結果に見られる計測誤差の原因としては、光弾性計測結果に含まれる誤差により、応力分離を行なう際のモールの応力円において、応力円の半径すなわち光弾性により求められた主応力差が実際より大きくなるためであると考えられる。

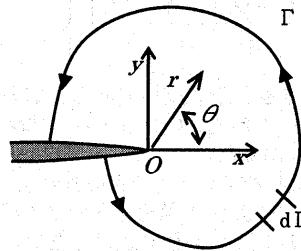


Fig.3 A coordinate near the crack tip and J-integral path

#### 4. 破壊力学パラメータ算出法

上述の熱弾性・光弾性ハイブリッド全応力分離手法により求められた応力分布をもとに、破壊力学パラメータを評価する方法について以下に述べる。

##### (a) 応力拡大係数評価法

応力拡大係数の評価には応力外挿法を用いた。Fig.3に示すき裂先端における座標系を考える。モードIのもとではき裂前方のy方向応力 $\sigma_y$ は、

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (1)$$

で与えられる。この式より、き裂前方( $\theta=0$ )の応力を用いて $r \rightarrow 0$ の極限をとることで、応力拡大係数 $K_I$ は次式のように求められる。

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sigma_y |_{\theta=0} \quad (2)$$

##### (b) 経路積分によるJ積分評価法

J積分値を評価するために、まず経路積分法に従って数値積分を行った。物体力、慣性力や初期ひずみがないときのJ積分値は、Fig.3に示すき裂先端を反時計回りに囲む任意経路Γに沿って次の線積分を評価したものと等しい。

$$J = \int_{\Gamma} \left( W dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} d\Gamma \right) \quad (3)$$

ここで、Wはひずみエネルギー密度、 $T_i$ は $\Gamma$ 上の表面力である。応力分離計測により求めた試験片の応力各成分の分布より、式(3)の数値積分を行いJ積分値を算出した。ただし、y方向変位のx方向勾配 $\partial u_y / \partial x$ を、応力各成分より直接求めることができない。そのため、き裂から十分離れた部分では、 $u_y$ は一定であるものと仮定し、その部分を基準としてき裂に向かってy方向ひずみを積分していくことにより $u_y$ の値を算出し、 $\partial u_y / \partial x$ を求めた。

##### (c) 領域積分によるJ積分評価法

数値解析により求められたき裂周りの応力分布からJ積分を求めるため、き裂面上に力が働く場合を除いてJ積分を次式のように経路Γ'で囲まれる領域A内の面積分のみで完全に評価する領域積分法が提案されている<sup>(4)</sup>。

$$J = \int_A \left\{ \left( -W \delta_{ij} + \sigma_{ij} u_{i,1} \right) q_{j,i} + \left( -W_{,1} + \sigma_{ij} \epsilon_{ij,1} \right) q_j \right\} dA \quad (4)$$

ここで、qは領域A内で定義され、次式を満足する任意の滑らかな変数である。

$$\begin{cases} q = 1 & \text{at crack tip} \\ q = 0 & \text{on } \Gamma' \end{cases} \quad (5)$$

ここで積分領域は、き裂先端を中心として、短軸がa、長軸がbの橢円とし、式(5)を満たす変数qとして、次式の関数を用いた。

$$q(x, y) = 1 - \left\{ \frac{(x - O_x)^2}{a^2} + \frac{(y - O_y)^2}{b^2} \right\} \quad (6)$$

ここで、 $(O_x, O_y)$ はき裂先端の座標である。応力分離計測により求めた試験片の応力各成分の分布より、式(4)の数値積分を行い、 $J$ 積分値を算出した。

(d) き裂先端除外領域積分による $J$ 積分評価法

上述の領域積分法により $J$ 積分を評価する際に、き裂先端近傍の応力値の計測誤差の影響を避けるため、き裂先端近傍の領域を除外した領域を用いた領域積分法による $J$ 積分評価法を提案する。積分領域として、き裂先端を中心とする大小二つの橢円の間に存在する中空のき裂先端除外領域を考える。式(4)における $q$ として、き裂先端除外領域の内境界 $\Gamma_i$ 上で $q=1$ 、外境界 $\Gamma_o$ 上で $q=0$ となる任意の滑らかな変数を定義することにより、き裂先端除外領域に対しても $J$ 積分を評価することが可能となる。例えば、き裂先端除外領域を、き裂先端を中心とする大小二つの円（外側の円の半径 $r=r_o$ 、内側の円の半径 $r=r_i$ ）の間のドーナツ型領域とした場合、式(5)を満たす変数 $q$ として、次式の関数を用いることができる。

$$q(x, y) = \frac{r_o^2 - (x - O_x)^2 - (y - O_y)^2}{r_o^2 - r_i^2} \quad (7)$$

$$\begin{cases} q = 1 & \text{at inner boundary } \Gamma_i \\ q = 0 & \text{at outer boundary } \Gamma_o \end{cases}$$

## 5. 中央き裂を有する平板の応力分離計測結果

実験に用いた試験片は、Fig.4に示すような、2024アルミニウム合金製の帯板（幅80mm、長さ450mm、厚さ6mm）に、き裂長さ $2a=16$ mmの中央き裂を放電加工によって導入したものである。電気油圧サーボ試験機を用いて、試験片に荷重を負荷し熱弾性および光弾性応力測定を行った。熱弾性応力測定において試験片に負荷した荷重は、最大荷重7840N、応力比0、周波数5Hzの正弦波繰返し荷重であり、光弾性応力測定において負荷した荷重は7840Nの静荷重である。これは試験片の平滑部での応力では16.33MPaに相当する。

熱弾性応力測定結果は256×256画素の測定点、光弾性応力測定結果は240×320画素の各測定点における応力の分布画像として取得される。そこで、き裂の上下方向各100mmの計測領域において、1mm間隔で80×200の格子点を設けて、各格子点における主応力和、主応力差の値および主応力方向を、熱弾性計測および光弾性計測により得られた各画素の計測値から算出し、前述の方法により応力各成分の計算を行った。

また、実験結果を検証するために二次元境界要素解析を行った。境界要素解析においては、き裂先端部の要素内の中間

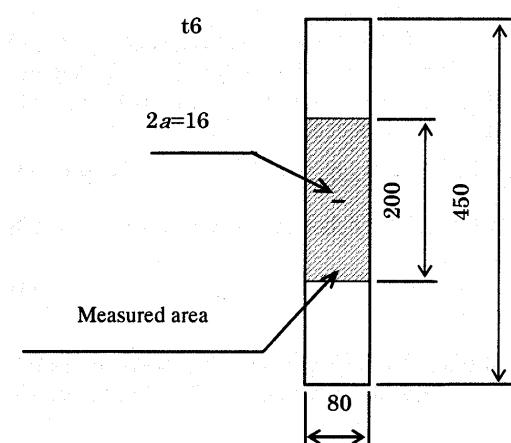


Fig.4 Dimensions of center crack specimen

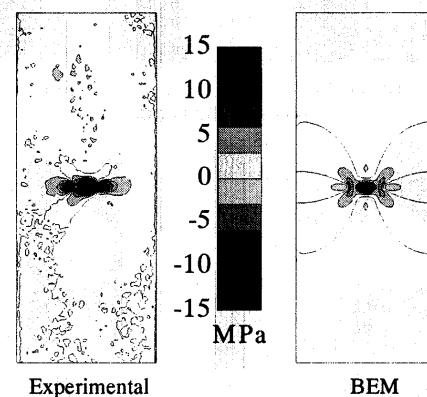
節点を1/4の点にずらした特異要素を用いて解析を行った。

応力分離計測によって得られた $\sigma_x$ 、 $\sigma_y$ および $\tau_{xy}$ の分布を、境界要素解析結果とともに、Fig.5に示す。実験による計測結果と境界要素解析結果を比較すると、分布形状は互いによく一致していることがわかる。計測値が境界要素解析結果と若干食違う部分が存在する原因としては、光弾性応力測定時における試験片の残留応力の影響や、試験片に貼付する光弾性皮膜の加工不良などが考えられる。

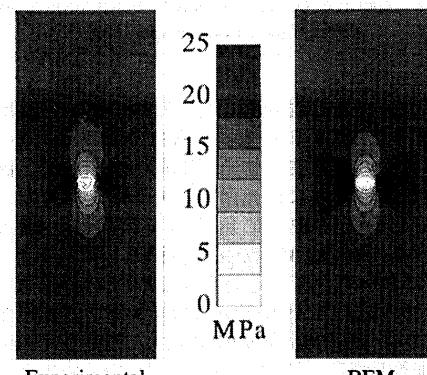
## 6. 破壊力学パラメータ評価結果

### (a) 応力拡大係数値評価結果

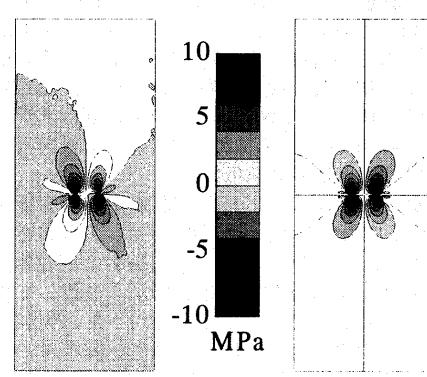
熱弾性・光弾性ハイブリッド全応力分離計測結果をもとに、応力外挿法を用いて算出された応力拡大係数 $K_I$ をTable 1に



(a) Distribution of  $\sigma_x$



(b) Distribution of  $\sigma_y$



(c) Distribution of  $\tau_{xy}$   
Fig.5 Experimental result of stress distribution in plate specimen with a center crack.

Table 1 Evaluation of stress intensity factor.

	$K_I$ (MPa $\sqrt{m}$ )	error (%)
Experimental value	2.778	4.7
Exact value	2.653	—

Table 2 Evaluation of  $J$ -integral.

	$J$ (J/m <sup>2</sup> )	Error (%)
Experimental (Path Integral)	96.250	0.02
Experimental (Domain Integral Method)	94.96	1.36
Experimental (Near-Tip Exclusive Domain Integral Method)	96.19	0.08
Exact value	96.268	—

示す。表より、応力計測結果から求められた  $K_I$  と正解 (Tada による高精度解<sup>(5)</sup>) との差は 5%程度に抑えられていることがわかる。これは、き裂面に沿った線上の応力分布が比較的高い精度で分離計測できたためであると考えられる。

#### (b) $J$ 積分値評価結果

経路積分法および領域積分法により求められた  $J$  積分値の計算結果を Table 2 に示す。経路積分法においては、計測領域内の積分経路のとり方により、 $J$  積分値の計算結果は変化した。表中に示した  $J$  積分値は、積分経路をき裂先端から最も離してとった場合の値である。この値は、計算を行った積分経路の中で最も精度が高く、 $K_I$  の正解より求めた  $J$  積分の正解値と比較して、誤差 1%以内という非常に高い精度で評価できていることがわかる。

次に、き裂先端を中心とする橢円領域について領域積分法を適用した場合も、領域の設定により、 $J$  積分値は変化した。き裂面を含む方向に横長に橢円領域を設定した場合に、比較的精度が良くなり、表に示した値を含めて 2%以内で  $J$  積分値を評価することが可能であった。ドーナツ型の領域に対して

き裂先端除外領域積分法を適用した場合においても、領域の設定により、 $J$  積分値は変化した。表に示した値は、き裂先端を中心とするドーナツ型のき裂先端除外領域の内半径を 8mm、外半径を 10mm とした場合のものである。本計算結果では、ドーナツ型領域の幅を 2mm 程度にした場合に、比較的良好な評価結果が得られた。本実験で得られた結果を見る限りでは、3 種類の  $J$  積分値評価法の精度は、経路積分法、き裂先端除外領域積分法、領域積分法の順に高かった。経路積分法およびき裂先端除外領域積分法においては、特異性により高精度な応力計測が困難なき裂先端近傍の値を用いていないため、領域積分法の場合に比べて精度がよくなつたものと考えられる。

## 7. 結 言

本研究では、熱弾性応力測定と光弾性応力測定を併用したハイブリッド型全応力分離計測を破壊力学パラメータ算出に応用した。き裂を有する平板の応力分布を分離計測し、得られた応力分布より応力拡大係数および  $J$  積分値の算出を行った。応力拡大係数および  $J$  積分値ともに、正解と比較して高い精度で評価することができた。これより各応力成分の分布と、応力拡大係数および  $J$  積分値の実験的評価法として、本研究のハイブリッド型応力分離計測法が有効であることが確認できた。本研究の遂行にあたり、文部科学省科学研究費基盤研究(B)(2)一般研究の援助を受けた。ここに記して謝意を表す。

## 参考文献

- (1) 岸本喜久雄、井上裕嗣、新保英男、渋谷壽一: 热弾性応力測定における主応力分離に関する逆問題解析、日本機械学会論文集 (A 編), 62-597, pp.1204-1211, 1999.
- (2) S. Barone and E.A. Patterson: Full-field Separation of Principal Stresses by Combined Thermo- and Photoelasticity, Experimental Mechanics, 36, pp.318-324, 1996.
- (3) 阪上隆英、藤浪康行、久保司郎: 热弾性・光弾性ハイブリッド型応力分離計測法の実験的検討、日本材料学第 50 期学術講演会講演論文集, pp.127-128, 2001.
- (4) Moran, B. and Shih, C.F.: Engineering Fracture Mechanics, 27-6, pp.615-642, 1987.
- (5) Tada, H., Paris, P.C. and Irwin, G.R.: Stress Analysis of Cracks Handbook, Del Research Corp., 1973.