

第1部 (21) デジタル画像相関法による変位測定とその標準化について

Displacement Measurement by Digital Image Correlation and Its Standardization

○ 正 米 山 聡 (和歌山大) 正 森 本 吉 春 (和歌山大)

Satoru YONEYAMA, Wakayama University, 930 Sakaedani, Wakayama 640-8510

Yoshiharu MORIMOTO, Wakayama University

Studies on digital image correlation technique, which can obtain the deformation of a surface by comparison of digital images of the undeformed and deformed configurations, are presented in the paper. Since this technique does not need a complicated optical system, the measurement can be performed easily. In addition, unlike other methods which utilize the interference of light waves, phase analysis of the fringe pattern and subsequent phase unwrapping process are not required. Thus, applications of this method to various problems can be expected. The displacement field measurement around a crack tip in a viscoelastic strip, and the determination of mixed-mode stress intensity factor by digital image correlation are demonstrated in the present paper. In addition, the accuracy improvement by use of colored random pattern is studied. In final, the activity of the standardization by VAMAS TWA26 is reported.

Key words: Displacement, Digital Image Correlation, Image Processing, Standardization, VAMAS, TWA26, Full-field Optical Methods, Experimental Mechanics

1. はじめに

種々の破壊力学問題等に対する応力や変位の測定方法として、光弾性法、モアレ干渉法、スベックル干渉法、ホログラフィ干渉法などの光学的測定法がこれまでに多く用いられ、様々な問題に対して多くの知見を提供している⁽¹⁾。近年、それら種々の光学的測定法の中でも、ランダムパターンの相関から変位を検出するデジタル画像相関法が注目され、これまでに多くの研究がなされている⁽²⁾⁻⁽⁸⁾。この方法では、複雑な光学系を必要としないために測定が簡単であること、光の干渉を用いないために位相接続をする必要がないこと、対象とする材料を限定しないことなどの利点を有し、種々の問題への適用が期待できる。

一方、光学的測定法の信頼性をさらに高め、広く普及させることを目的として、1999年にBurguete⁽⁹⁾により光学的測定法の国際標準化が提案された。現在、これらの光学的測定法の国際規格を作ることを目的として、VAMAS(新材料と標準に関するベルサイユプロジェクト)の専門作業部会TWA26において活発に標準化活動が行われている⁽¹⁰⁾⁻⁽¹²⁾。この標準化の対象手法にはデジタル画像相関法も含まれており、現在までに小規模なラウンドロビン試験が行われている^{(13),(14)}。

そこで、本論文では、著者らがこれまでに行ってきたデジタル画像相関法を用いた研究の中で、粘弾性き裂の変位場測定に関する研究⁽¹⁵⁾、応力拡大係数の自動決定に関する研究^{(16),(17)}、カラーランダムパターンを用いた精度改善に関する研究^{(18),(19)}について紹介する。また、欧米におけるデジタル画像相関法に関する標準化の動きについて報告する。

2. デジタル画像相関法の概要

デジタル画像相関法においては、画像内における計算領域(サブセット)の変形前後の移動量を輝度値分布の相関を用いて検出する⁽⁷⁾。これは、物体表面の乱反射像は物体表面と共に移動し、変形の前後でその特徴が保存されるという考えに基づいている。相関を得やすくするため、試験片表面には図1に示すようなランダムなパターンを付着する。変形前後の試験片表面は、図2に示すような装置により撮影し、デジタル画像データとして保存する。変形前後の画像の相関は次式で計算できる。

$$S\left(x, y, u_x, u_y, \frac{\partial u_x}{\partial x}, \frac{\partial u_x}{\partial y}, \frac{\partial u_y}{\partial x}, \frac{\partial u_y}{\partial y}\right) = 1 - \frac{\sum I_u(x, y) I_d(x^*, y^*)}{\sqrt{\sum I_u(x, y)^2 \sum I_d(x^*, y^*)^2}} \quad (1)$$

ここで、 $I_u(x, y)$ は変形前画像の座標 (x, y) における輝度値、 $I_d(x^*, y^*)$ は変形後画像の座標 (x^*, y^*) における輝度値である。座標 (x, y) と (x^*, y^*) の間には次式の関係がある。

$$\begin{aligned} x^* &= x + u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u_x}{\partial y} \Delta y \\ y^* &= y + u_y + \frac{\partial u_y}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u_y}{\partial y} \Delta y \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 u_x および u_y はそれぞれ計算領域画像の中心における x 方向および y 方向の変位であり、 Δx および Δy は計算領域画像の中心から点 (x, y) までの距離である。図3は変形前後の計算領域の関係を表している。変形前の P 点が変形後 P' 点に、 Q 点が Q' 点に移動したとすると、 P 点の移動量が変位 u_x, u_y となり、 Q' 点の座標が式(2)で表される。

式(1)の S を最小とする変位 u_x, u_y および変位勾配 $\partial u_x / \partial x, \partial u_x / \partial y, \partial u_y / \partial x, \partial u_y / \partial y$ の6つの変数を探索することにより変位を決定することができる。このとき、1画素以下の解像度で変位を検出する目的で、双1次関数や双3次関数を利用した方法などにより輝度値を補間する。図4(a)は、図1のランダムパターンの一部(10×10画素)である。このランダ

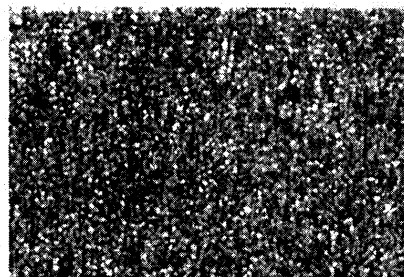


Fig. 1 Typical random speckle-like pattern on a specimen surface

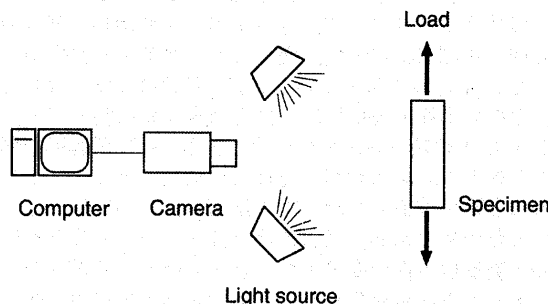


Fig. 2 Typical experimental setup for digital image correlation

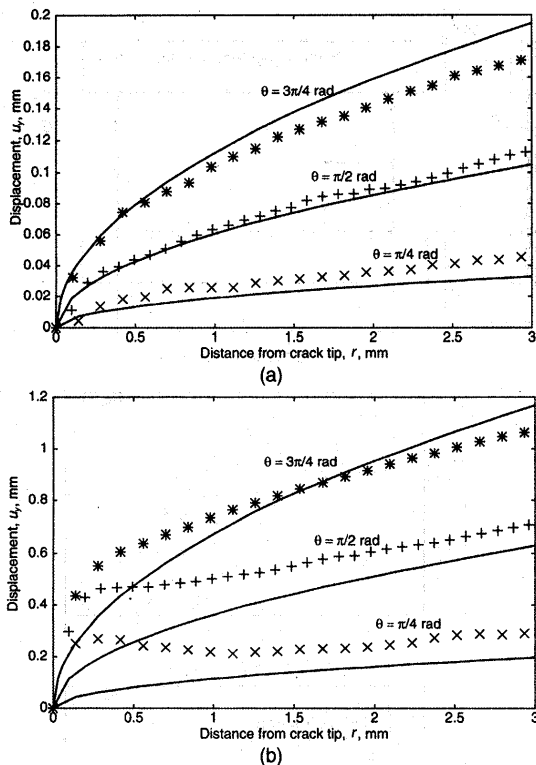


Fig. 7 Displacements as functions of r and θ at (a) $t = 80$ s and (b) $t = 480$ s

らの距離 r の関数として表している。時刻 $t = 80$ s においては、き裂の進展量が少ないため、対応則によって得られる変位分布とはほぼ同じ値が得られている。一方、き裂が 1.0 mm 以上進展した $t = 480$ s においては、得られた変位分布は対応則の値と大きく異なっている。すなわち、き裂が進展し始めると、材料の粘弾性挙動および非比例負荷条件を反映して、変位場は静止き裂の場合と大きく異なるということがわかる。

4. き裂先端部近傍変位場測定と応力拡大係数の自動決定

種々の破壊問題に対して、応力拡大係数や J 積分などの破壊力学パラメータを用いたアプローチが一般的であり、これまでに多くの研究がなされている。得られた応力や変位のデータから応力拡大係数を決定するには、き裂先端座標を与えなくてはならないなどの手間を要し、自動化が困難であった。そこで本研究では、デジタル画像相関法を用いてモード I, II の混合モードき裂の変位場測定を行い、得られた変位データから自動的に混合モード応力拡大係数を決定する方法について検討する。ここでは、き裂先端座標および変位場表現式の高次項を未知数として自動化および高精度化を行う。また、モード I き裂の場合、き裂の開口に支配的な変位成分、すなわち開口方向の変位成分から応力拡大係数を決定するのが一般的である。混合モードき裂においては、モアレ干渉法により得られた 2 つの変位成分を別々に用いて応力拡大係数を決定する方法がある⁽²⁴⁾。一方、負荷形態が不明な場合、き裂の挙動を支配する変位成分が不明であるため、応力拡大係数を自動的にかつ精確に決定するのは困難である。そこで、測定で得られた直交座標系の変位成分を座標変換することにより得られる極座標系の変位成分を用いることにより応力拡大係数を決定する。

試験片形状および混合モード負荷治具は図 8 に示すような形状とした。 a は試験片に導入されたき裂長さである。負

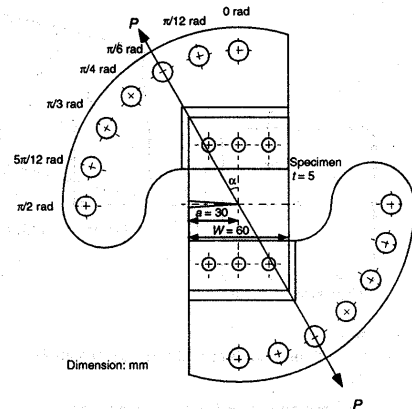


Fig. 8 Mixed-mode cracked specimen and loading condition

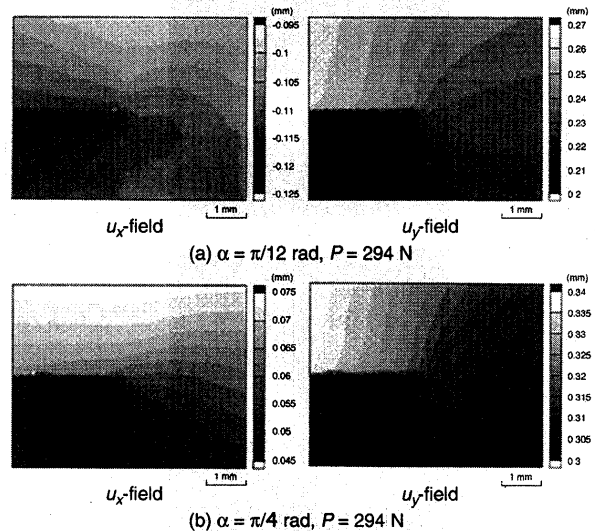


Fig. 9 Contour maps of displacement fields

荷治具により与えた試験片の角度は $\alpha = 0, \pi/12, \pi/6, \pi/4, \pi/3, 5\pi/12, \pi/2$ rad の 7 種類とし、それぞれの角度において $P = 196, 294$ N の 2 種類の負荷を与えた。

線形破壊力学によれば、平面問題におけるモード I およびモード II の混合モードき裂先端部近傍に生じる変位の一般解は次式で表現できる。

$$\begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^N A_n \begin{Bmatrix} f_1(r, \theta) \\ g_1(r, \theta) \end{Bmatrix} - \sum_{n=1}^N A_n \begin{Bmatrix} f_2(r, \theta) \\ g_2(r, \theta) \end{Bmatrix} \quad (3)$$

ここで、 u_x および u_y はそれぞれ変位の x 方向および y 方向成分、 r および θ はき裂先端を原点とした極座標、 N は変位場表現式の項数である。 A_n および A_n は試験片やき裂形状およびその寸法により変化しかつ外力に比例する係数であり、混合モード応力拡大係数 K_I および K_{II} と関係付けられている。

モード I き裂の場合、一般にき裂の開口に支配的な変位成分 u_y から応力拡大係数を決定する。一方、混合モードの場合にはき裂の挙動を支配する変位成分が一般に不明であるため、応力拡大係数を自動的にかつ精確に決定するのは困難である。そこで、応力拡大係数の決定においては、測定で得られた直交座標系の変位成分 u_x, u_y を座標変換することにより得られる極座標系の変位成分 u_r, u_θ を用いる。

座標変換を行い、さらに剛体変位を考慮すると、実験により得られる極座標系における変位場は次式で表現できる。

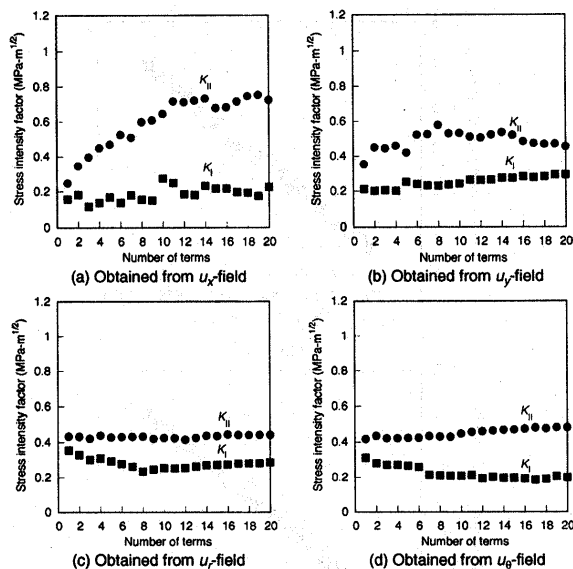
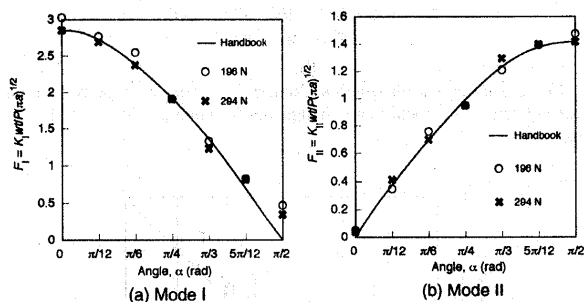
Fig. 10 Effect of higher order terms ($P = 294 \text{ N}$, $\alpha = 5\pi/12 \text{ rad}$)

Fig. 11 Dimensionless stress intensity factors evaluated from the radial displacement component

$$u_{rk} = \left\{ \sum_{n=1}^N A_{ln} f_{ln}(r_k, \theta_k) - \sum_{n=1}^N A_{ln} f_{ln}(r_k, \theta_k) \right\} \cos \theta_k + \left\{ \sum_{n=1}^N A_{ln} g_{ln}(r_k, \theta_k) - \sum_{n=1}^N A_{ln} g_{ln}(r_k, \theta_k) \right\} \sin \theta_k + T_x \cos \theta_k + T_y \sin \theta_k \quad (4)$$

$$u_{\theta k} = - \left\{ \sum_{n=1}^N A_{ln} f_{ln}(r_k, \theta_k) - \sum_{n=1}^N A_{ln} f_{ln}(r_k, \theta_k) \right\} \sin \theta_k + \left\{ \sum_{n=1}^N A_{ln} g_{ln}(r_k, \theta_k) - \sum_{n=1}^N A_{ln} g_{ln}(r_k, \theta_k) \right\} \cos \theta_k - T_x \sin \theta_k + T_y \cos \theta_k + R r_k \quad (5)$$

ここで、実験で得られた変位の値を $u_{r1}, u_{r2}, \dots, u_{rM}, u_{\theta1}, u_{\theta2}, \dots, u_{\theta M}$ に対応するデータ計測点を極座標 $(r_1, \theta_1), (r_2, \theta_2), \dots, (r_M, \theta_M)$ とする。ただし M は採取したデータ数であり、 $k = 1, 2, \dots, M$ である。また、 T_x, T_y はそれぞれ x および y 方向の剛体並進変位、 R は剛体回転変位である。未知数であるき裂先端座標は極座標 r_k, θ_k に含まれる。

式(4)または(5)を用いて、係数 A_{ln}, A_{ln} 、剛体変位量 T_x, T_y, R およびき裂先端座標 x_0, y_0 をニュートン・ラフソン法に基礎をおいた非線形最小二乗法により決定可能である。

実験により得られた変形前後の画像から、デジタル画像相関法により算出したき裂先端近傍の変位場の例を図9に示す。ただし、得られた変位分布には剛体変位が含まれている。この図においてき裂先端は図のほぼ中央に位置し、き裂は中央から左側に存在している。この図からわかる様に全体的に滑らかな変位分布が得られている。また、混合

モード負荷を反映してき裂に対して非対称な分布となっていることが確認できる。

き裂先端部の周囲の変位データから応力拡大係数を決定するためには、変位場の表現式における級数展開の項数 N を多くする必要がある。本研究では項数 N の値を1から20まで増加させ、それぞれの場合について応力拡大係数を算出した。図10は荷重 $P = 294 \text{ N}$ 、角度 $\alpha = 5\pi/12 \text{ rad}$ の場合において、項数 N を変化した場合の応力拡大係数 K_I および K_{II} の算出結果である。変位成分 u_x を用いた場合および u_y を用いた場合は共に、項数 N を増加させても応力拡大係数の値は安定せず、信頼性の高い解を得ることができない。特に x 方向変位 u_x からモードIおよびモードII両者の応力拡大係数を分離することは困難であることがわかる。すなわち、応力拡大係数は直交座標系における2方向のパラメータと考えることができ、その座標系における1つの変位成分のみから決定するのは困難である。一方、極座標系の変位成分 u_r, u_θ を用いた場合には共に項数 N を増やすことによりある一定値に収束していき、安定した結果を得ることができる。したがって、項数を徐々に増やしていき、ある特定値に収束した時点での値を採用することにより応力拡大係数を決定することができる。なお、この処理は全て自動で行うことが可能である。また、 u_r を用いた場合と u_θ を用いた場合の結果はほぼ同じであり、信頼性の高い結果が得られている。

変位場 u_r を用いて各角度および荷重について応力拡大係数を決定した結果を図11に示す。ただし、算出した応力拡大係数 K_I, K_{II} は無次元化応力拡大係数 F_I, F_{II} とした。これらの図において、実線はハンドブック⁽²⁵⁾に掲載されている値であり、有限要素法により得られた結果である。変位成分 u_r を結果とハンドブックの値はほぼ一致し、良好な結果が得られていることがわかる。また、結果は省略するが、 u_θ を用いた場合にも同様の良好な結果が得られている。

本方法は、変形前後の試験片表面を撮影するだけで変位分布および破壊力学パラメータを決定できるため、種々の材料試験・破壊問題への適用が期待できる。

5. カラーランダムパターンを用いた高精度化

近年、実験力学分野における種々の光学的測定法にカラー情報が用いられるようになってきている⁽²⁶⁾。これにより一度に得られる情報量が増え、測定の簡便化や精度向上が期待できる。そこで本研究では、カラーランダムパターンの相関を用いた変位測定方法を新たに提案する。この方法により小さなサブセットを用いることができ、従来法よりも詳細な測定が可能となる。また、従来の方法と同様の大きさのサブセットを用いた場合には、従来よりも高精度な測定が可能となる。

画像のマッチングにおいては、カラー画像は単色画像に変換してから相関演算を行うのが一般的である。一方、本研究では画像のカラー情報を利用するため、次式で定義する相関係数を用いる。

$$S_c \left(x, y, u_x, u_y, \frac{\partial u_x}{\partial x}, \frac{\partial u_x}{\partial y}, \frac{\partial u_y}{\partial x}, \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) = \sum_{i=r,g,b} \left\{ 1 - \frac{\sum I_u(x, y) I_{id}(x^*, y^*)}{\sqrt{\sum I_u(x, y)^2 \sum I_{id}(x^*, y^*)^2}} \right\} \quad (6)$$

ここで、 $i (=r, g, b)$ はカラー画像を構成する三原色である赤、緑および青の3枚の単色画像を表す。すなわち、3枚の単色画像における相関係数の和によりカラー画像の相関を計算する。

提案する方法の有効性を確認するため、剛体回転変位の

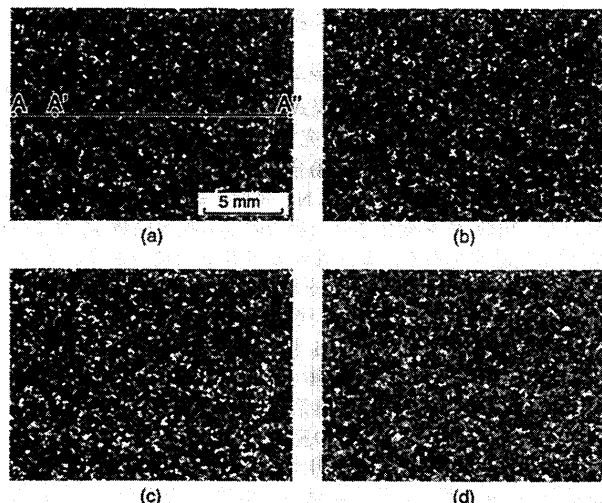


Fig. 12 (a) Colored random pattern and (b)-(d) separated random patterns for red, green and blue colors

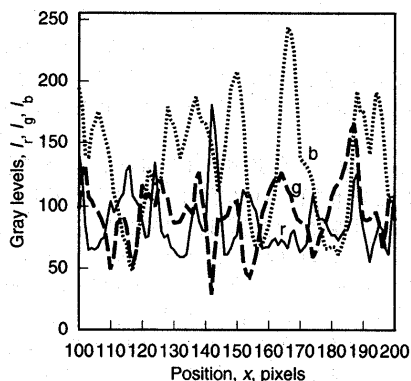


Fig. 13 Gray levels along a line for red, green and blue colors

測定実験を行い、得られる変位および変位勾配を評価した。試験片表面は、赤色、緑色および青色スプレー塗装によるカラーランダムパターンとした。試験片を分解能 0.01° の回転ステージに取り付け、角度 0° から 0.1° ずつ 1° までの剛体回転変位を与えた。試験片表面は白色光により照らし、それぞれの角度におけるカラーランダムパターンをカラー CCD カメラ (640×480) により撮影した。得られた画像は、1 mm の距離に約 37 画素が対応するように調整した。変位を与える前の 2 枚の画像において、画像上の 20 点において 11×11 , 21×21 および 31×31 画素のサブセットを用いて各変数を算出した。また、カラー画像を NTSC 系加重平均法により変換した単色画像についても同様の演算を行い、結果を比較した。

図 12 は実験で得られたカラーランダムパターン、およびそのカラーパターンを分離した 3 枚の単色ランダムパターンである。また、図 13 は図 12 の A-A' 線上における輝度値分布を表している。これらの図より、3 枚のランダムパターンはそれぞれ異なった分布をしていることがわかる。

剛体回転変位は、画像の中心を通る x 軸に添った直線上において y 方向変位 u_y を算出した。図 14 は、 0.3° の剛体変位を与えた時に、 11×11 画素のサブセットを用いて得られた単色画像およびカラー画像の場合の結果である。どちら場合においても、1 画素以下の高分解能な変位測定が可能となっている。しかしながら、単色画像に対して 11×11 画素のサブセットを用いた場合においては、変位の値にばらつきが大きいことがわかる。一方、カラー画像を用いた結果

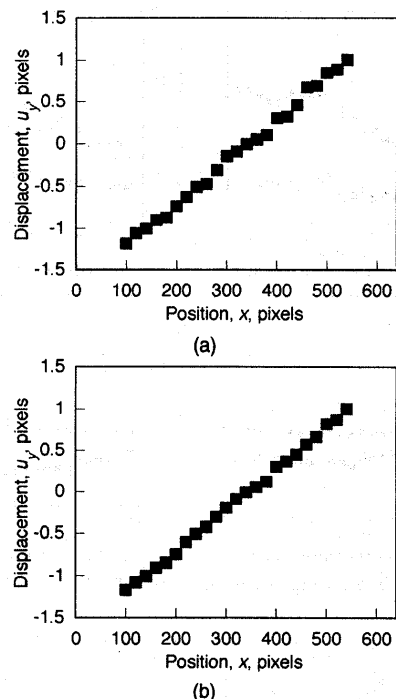


Fig. 14 Displacement distribution along a line under rigid body rotation obtained from (a) monochromatic image and (b) colored image for 11×11 subset

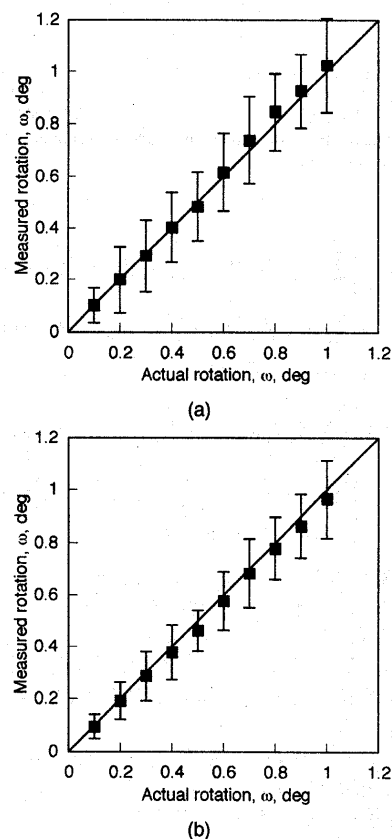


Fig. 15 Actual rotation versus measured rotation obtained from (a) monochromatic images and (b) colored images

ではばらつきが小さく高精度な測定が可能となっている。

次に、各角度における剛体回転変位を算出した。剛体回

転変位 ω は、相関演算により得られた変位勾配 $\partial u/\partial x$, $\partial u/\partial y$ から、 $\omega = (\partial u/\partial x - \partial u/\partial y)/2$ の関係式により決定した。図15は21×21画素のサブセットを用いた場合の単色およびカラー画像における剛体回転変位の測定結果であり、図中の45°の直線は正解を、エラーバーは標準偏差を表している。図からわかるように、カラー画像を用いることにより剛体回転変位の測定精度も向上している。本方法により、変位だけでなく変位勾配も従来方法より高精度な測定が可能である。

6. 国際標準化の動き

2002年6月、Milwaukeeで開催されたSEM年次講演会の際にTWA26の会議が行われた。この会議は、2000年のOrlando, 2001年のPortlandに続き3回目となる。TWA26ではモアレ干渉法やホログラフィ干渉法など種々の光学的測定法の国際標準化を進めているが、その中にデジタル画像相関法が含まれている。この標準化活動は、アメリカではASTMが、ヨーロッパではSPOTS (Standards Project for Optical Techniques of Strain Measurement) が中心となり、すでにラウンドロビン試験や規格の草案作りが行われている。

ASTMが過去に作成した光学的測定法手引き書の草案⁽⁷⁾では、主に専門用語の定義、一般的な光学的非接触ひずみ計測法についての解説、計測精度、さらにそれらを補足する付録が記述されている。また、その草案の中で、デジタル画像相関法がモアレ干渉法と共に一般的な光学的測定法の代表例として記述されている。この草案はこれまでに3回改訂され、現在はASTMの規格として承認される最終段階である。

この草案は、Suttonらのデジタル画像相関法の研究を行っているグループが中心となって作成されている。このグループでは今後も標準化の活動を続け、3~4年以内にデジタル画像相関法に関する規格を作成する予定である。一昨年にはデジタル画像相関標準化の提案とラウンドロビン試験への参加の呼びかけが行われた⁽¹³⁾。図16はその際に配付された標準画像データの一例である。配付された多くの画像データに対して、アルゴリズムやサブピクセル補間法の違いによる測定結果の違いの検討や精度の比較が行われている⁽¹⁴⁾。

7. おわりに

デジタル画像相関法による変位測定法と、その方法を用いた著者らの研究について紹介した。この方法は測定が非常に簡便であり、また、測定できる変位のレンジが広いいため、種々の問題への適用が可能である。現在、この方法の国際標準化が行われようとしており、今後、この方法がより多く利用されるものと思われる。

文 献

- (1) Kobayashi, A.S., ed., *Handbook on Experimental Mechanics*, 2nd ed., Prentice-Hall, (1993).
- (2) Peters, W.H. and Ranson, W.F., Digital Imaging Technique in Experimental Stress Analysis, *Opt. Eng.*, **21-3** (1982), 427-431.
- (3) Peters, W.H., Ranson, W.F., Sutton, M.A., Chu, T.C., and Anderson, J., Application of Digital Image Correlation Methods to Rigid Body Mechanics, *Opt. Eng.*, **22-6** (1983), 738-742.
- (4) Bruck, H.A., McNeill, S.R., Sutton, M.A., and Peters, W.H., Digital Image Correlation Using Newton-Raphson Method of Partial Differential Correction, *Exp. Mech.*, **29-3** (1989), 261-268.
- (5) Sutton, M.A., Wolters, W.J., Peters, W.H., Ranson, W.F., and McNeill, S.R., Determination of Displacements Using an Improved Digital Correlation Method, *Image and Vision Computing*, **1-3** (1983), 133-139.
- (6) Vendroux, G. and Knauss, W.G., Submicron Deformation Field Measurements: Part 2. Improved Digital Image Correlation, *Exp. Mech.*, **38-2** (1998), 86-92.

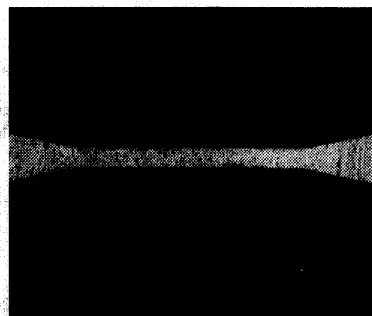


Fig. 16 An example of the image distributed for mini-round robin test

- (7) Sutton, M.A., McNeill, S.R., Helm, J.D., and Chao, Y.-J., *Advances in Two-dimensional and Three-dimensional Computer Vision, Photomechanics*, Rastogi, P.K., ed., Springer-Verlag, (2000), 323-372.
- (8) 西川 出・小倉敬二・Sutton, M.A., デジタル画像相関法による微小変位計測システム -き裂開口変位計測への応用-, 九州大学応用力学研究所研究集会報告, 14ME-S4, (2002), 43-47.
- (9) Burguete, R.L., On the Standardisation of Optical Stress and Strain Measurement Methods, *Proc. SEM Annual Conf. Exp. Mech.*, (1999), 261-263.
- (10) 米山 聡・森本吉春, 光学的全視野応力・ひずみ計測法の国際標準化について, 実験力学, **2-1** (2002), 32-38.
- (11) Burguete, R.L. and Petterson, E.A., Full Field Optical Stress and Strain Measurement, *VAMAS Bull.*, **24** (2001) 51-52.
- (12) 米山 聡・森本吉春, 光学的全視野応力・ひずみ測定法の国際標準化に向けて -VAMAS TWA26会議報告-, 機講論, No. 02-1 (2002), 159-160.
- (13) Read, D.T., Cheng, Y.-W., Sutton, M.A., McNeill, S.R., and Schreier, H., Proposed Standardization Effort: Digital Image Correlation for Mechanical Testing, *Proc. SEM Annual Conf. Exp. Mech.*, (2001), 365-368.
- (14) Read, D.T., Cheng, Y.-W., Zhang, D., Tong, W., Broggiato, G.B., and Schreier, H., Results of a Mini Round Robin on Digital Image Correlation, *Proc. SEM Annual Conf. Exp. Mech.*, (2002), #141.
- (15) Yoneyama, S., Misawa, A., and Takashi, M., Time Variation of Displacement Fields around a Crack Tip in a Viscoelastic Strip, *Proc. 3rd Int. Conf. Mech. Time-Dependent Materials*, (2000), 124-126.
- (16) 米山 聡・隆 雅久, デジタル画像相関法を用いた応力拡大係数の自動決定, 実験力学, **1-4** (2001), 202-206.
- (17) 米山 聡・森本吉春・隆 雅久, デジタル画像相関法と非線形最小二乗法を利用した混合モード応力拡大係数の自動決定, 非破壊検査, **51-10** (2002), 667-673.
- (18) 米山 聡・隆 雅久, カラー画像を用いた変位計測の高精度化, 機講論, No. 00-1 (2000), 185-186.
- (19) Yoneyama, S. and Morimoto, Y., Accurate Displacement Measurement by Correlation of Colored Random Patterns, *Proc. Int. Symp. Exp. Mech.*, (2002), #196.
- (20) Broggiato, G.B., Gallo, M., Newaz, G., and Salvi, J., Non-contact Strain Measurement Using Digital Speckle Correlation, *Proc. SEM Annual Conf. Exp. Mech.*, (2001), 358-360.
- (21) Kato, A. and Wate, H., Deformation Measurement Using Digital Image Correlation -Interpolation Method for Sub-pixel Accuracy-, *Proc. APCFS & ATEM'01*, (2001), 840-845.
- (22) Lu, H. and Cary, P.D., Displacement Measurement by Digital Image Correlation: Implementation of a Second-order Displacement Gradient, *Exp. Mech.*, **40-4**, (2000), 393-400.
- (23) 三澤章博・隆 雅久・国尾 武, 半無限き裂を有する線形粘弾性体帯板のき裂先端近傍での応力・変位解析, 機論, **48-425A** (1983), 35-41.
- (24) Sanford, R.J., Determining Fracture Parameters with Full-field Optical Methods, *Exp. Mech.*, **29-3**, (1989), 241-247.
- (25) Murakami, Y., ed., *Stress Intensity Factors Handbook*, Pergamon, (1987).
- (26) Yoneyama, S., Gotoh, J., and Takashi, M., Tricolor Photoviscoelastic Technique and Its Application to Moving Contact, *Exp. Mech.*, **38-3** (1998), 211-217.
- (27) ASTM Task Group 08.03.03, Standard Guide for Evaluating Non-contacting Optical Strain Measurement System, ASTM Draft Standard Guide, ASTM.