

時間依存分離形構成式の FEM への組み込み および表面実装接合部解析への適用

Implementation of a Time-Dependent Non-Unified Constitutive Model in FEM
and Application to Lead-Free Solder Joint Analysis

正 小林峰雄 (名大) 正 向井 稔 (東芝) 正 高橋浩之 (東芝)
学 石川智文 (名大院) 正 川上 崇 (東芝) ○正 大野信忠 (名大)

Mineo KOBAYASHI, Tomofumi ISHIKAWA, Nobutada OHNO
Nagoya University, Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya
Minoru MUKAI, Hiroyuki TAKAHASHI, Takashi KAWAKAMI
Toshiba Corporation, Saiwai-ku, Kawasaki

Key Words: Inelastic Constitutive Model, FEM, Lead-Free Solder Joint

1 はじめに

高温での金属材料では、ひずみ硬化とともに熱回復が生じるため、一定ひずみ速度あるいは一定応力の負荷下で定常状態が出現する。このような非弾性特性は、硬化変数の発展式に熱回復を考慮すれば表現される。しかし、移動硬化の進展を高精度に表すため背応力をいくつかの部分に分けた場合、各部分の発展式にそれぞれ熱回復項を設定する必要があるから、熱回復に関する材料定数を限られた試験データから一意的に定めることが難しくなる。これは、統一形非弾性構成式に共通する問題である。このため、非弾性ひずみ速度を過渡部分と定常部分に分離して定式化する方法がしばしば取られる。定常部分は応力と温度の簡単な関数で表されることが多いから、この方法は古典的であるが、実地的である。

非弾性有限要素解析を効率よく安定して行うために、後退オイラー法に基づく構成式の陰的積分および離散化した構成式の接線係数 (コンシステント接線係数) の使用が極めて有効である。前者は有限の増分を取った場合の計算を安定化させるのに対して、後者は Newton-Raphson 法による増分釣合い方程式の反復解法に二次収束をもたらす。このため、時間依存の非弾性構成式に対しても有限要素法でのインプレメンテーションに関する研究がすでにいくつか行われている。しかし、高温での時間依存非弾性ひずみ速度を過渡部分と定常部分に分離した構成式の陰的積分とコンシステント接線係数は、実用上重要であるがまだ報告されていない。

そこで本研究では、高温での時間依存非弾性変形の過渡状態と定常状態を表し得る分離形構成式を考え、陰的積分とコンシステント接線係数を示すとともに、その応用として、電子パッケージの鉛フリーはんだ接合部の有限要素解析を行う。

2 構成式

金属材料に高温で一定ひずみ速度あるいは一定応力の負荷を与えると、通常、過渡状態を経て定常状態が現れる。この定常状態では、ひずみ硬化速度が熱軟化速度と釣り合うから、ひずみ硬化は進行せず、またひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ は応力 σ と温度 T だけに依存する。このような非弾性挙動を簡便に表現するため、非弾性ひずみ速度は過渡部分 $\dot{\epsilon}^t$ と定常部分 $\dot{\epsilon}^s$ からなり、 $\dot{\epsilon}^t$ は硬化の進展の影響を受けるが $\dot{\epsilon}^s$ は σ と T だけに依存するとする。また $\dot{\epsilon}^s$ は硬化変数の変化を伴うことなく生じるとする。硬化変数としては等方硬化変数と移動硬化変数 α を考え、 α は M 個の部分 $\alpha^{(1)}$, $\alpha^{(2)}$, ..., $\alpha^{(M)}$ からなるとする。さらに、これら各部分の変化は、ひずみ硬化と一般化動的回復によって律速さ

れるとする¹⁾。

3 陰的積分とコンシステント接線係数

後退 Euler 法に基づく数値積分は、陰的積分と呼ばれ、数値安定性に優れる。そこで、考える構成式を後退 Euler 法により離散化し、始点 n での状態は既知であり、かつ増分 $\Delta \epsilon$, Δt および ΔT が与えられているとして終点 $n+1$ での状態を求める。この結果、構成式が初期等方であれば、陰的積分は二つのスカラー値方程式に帰着することが示される²⁾。

有限要素法の非線形釣合い方程式は、通常 Newton-Raphson 法により反復的に解かれる。この場合、反復解の二次収束を得るためには、コンシステント接線係数、すなわち離散化した構成式の接線係数 $\partial \sigma_{n+1} / \partial \Delta \epsilon$ を用いる必要がある。そこで、背応力の離散的变化に対して 4 階の構成式パラメータを導入すると、上述のような分離形構成式に適用可能なコンシステント接線係数が導かれる²⁾。

4 移動硬化モデル

導出した陰的積分の結果とコンシステント接線係数を具体化するためには、移動硬化に関連する構成式パラメータを規定する必要がある。このため本研究では、Ohno-Wang の移動硬化モデル³⁾を主に用い、Armstrong-Frederick の古典モデルによる結果を比較のため示す。

5 解析例

5.1 解析対象 代表的な半導体パッケージである QFP (Quad Flat Package) を想定し、ガルウィングリッド型のはんだ接合部を解析対象とした⁴⁾。接合部の対称性を考慮した有限要素モデルを図 1 に示す。このモデルは、リード、はんだ、およびプリント基板からなり、15 節点の三角柱要素と 20 節点の低減積分直方体要素を用いて要素分割されている。

本研究では、基礎的な検討を行うため、温度は室温 25°C で一定とし、リード端部に図 1 に示すように水平方向の繰返し変位 u_0 を与えた。 u_0 は変位幅 15 μm の台形波とし (図 2)、プリント基板下面は固定した。この負荷条件は、半導体本体とプリント基板の線膨張率のミスマッチに起因する、はんだ接合部の繰返し変形を模擬した機械的疲労試験に相当する。

リードとプリント基板は等方弾性体とし、はんだは 2 節で述べた非弾性構成式に従うとした。はんだは鉛フリーはんだ Sn-3.5Ag-0.5Cu であり、一定ひずみ速度引張試験と一定応力クリープ試験⁵⁾の結果より材料定数を定めた⁶⁾。

5.2 解析方法 解析には、汎用有限要素解析ソフト ABAQUS の Version 6.2 を使用した。ABAQUS には構成式組込用ユーザ

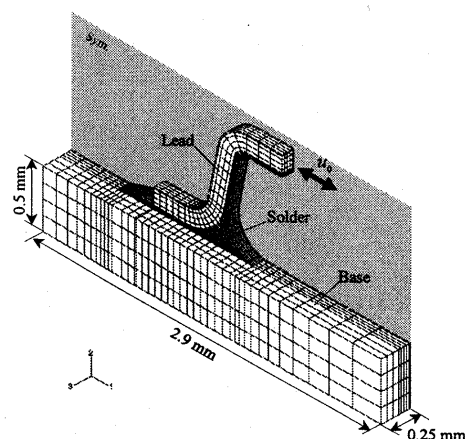
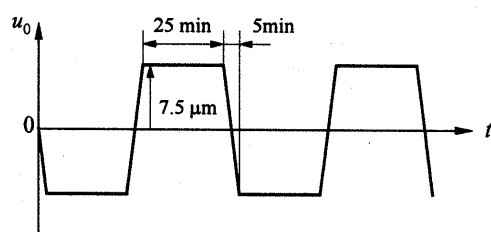


Fig. 1 Finite element model.


Fig. 2 Change in the displacement of lead end, u_0 .

ブルーチン UMAT が用意されているから、導出した陰的積分の結果とコンシステント接線係数を UMAT 用にコーディングした。なお、解析は図 2 に示すように 2 サイクル行い、その際の時間増分としては $\Delta t = 15 (30) \text{ s}$ と $\Delta t = 150 (300) \text{ s}$ の 2 ケースを検討した。ここで、() 内の数値は保持中の時間増分を示す。

5.3 解析結果 第 1 サイクルにおける相当非弾性ひずみ範囲の分布を図 3 に示す。相当非弾性ひずみ範囲は、図中に矢印で示した積分点 (今後、Max 点と呼ぶ) で最大となった。

Max 点での鉛直方向の応力-ひずみ曲線を図 4 に示す。この図は、移動硬化モデルとして OW モデルを用いた場合の結果である。図 4 を見ると、時間増分 Δt の取り方は解析結果にほとんど影響しないことがわかる。例えば、Mises の相当応力に関して $\Delta t = 15 (30) \text{ s}$ と $\Delta t = 150 (300) \text{ s}$ の結果を比較すると、差は最初の負荷終了点と保持終了点でそれぞれ 2.9% および 1.2% しかない。このことは、弾-塑性変形で OW モデルを用いた場合の陰的積分の精度が大変よいこと¹⁾と符号する。

以上では OW モデルを用いた場合の結果について述べたが、AF モデルを使用すると $\Delta t = 15 (30) \text{ s}$ と $\Delta t = 150 (300) \text{ s}$ の結果がかなり異なり、陰的積分の精度が低下する (図 5)。

これは、弾-塑性変形の場合¹⁾と同様な結果である。したがって、本研究のような時間依存変形でも、OW モデルは AF モデルより陰的積分の精度に関して優れていると言える。

参考文献

- 1) M. Kobayashi and N. Ohno, Int. J. Numer. Meth. Eng. **53**, 2217 (2002).
- 2) 石川智文, 小林峰雄, 大野信忠, 高橋浩之, 向井 稔, 川上 崇, 日本機械学会講演論文集, No.01-16, 385 (2001).
- 3) N. Ohno and J.-D. Wang, Int. J. Plasticity **9**, 375 (1993).

- 4) 向井 稔, 高橋浩之, 川上 崇, 小林隆二, 高橋邦明, 小林峰雄, 機講論, No. 01-10, 499 (2001).
- 5) 高橋浩之, 向井 稔, 川上 崇, 日本材料学会第 49 期学術講演会講演論文集, 125, (2000).
- 6) 石川智文, 小林峰雄, 大野信忠, 高橋浩之, 向井 稔, 川上 崇, 日本機械学会講演論文集, No. 013-1, 89 (2001).

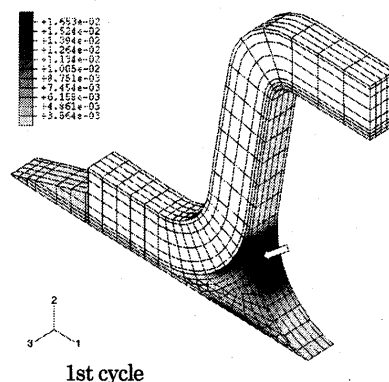


Fig. 3 Distribution of Mises equivalent inelastic strain range.

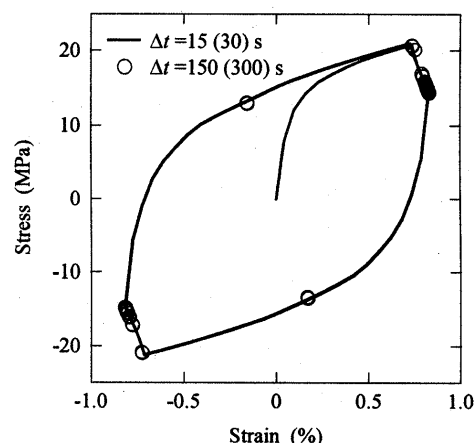


Fig. 4 Vertical stress-strain relation at the point of maximum inelastic strain range (OW model).

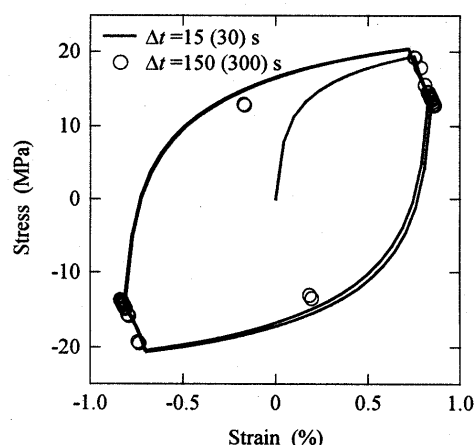


Fig. 5 Vertical stress-strain relation at the point of maximum inelastic strain range (AF model).