〔キーノート講演 2〕

セミアクティブ制振の原理と応用：動吸振器系システムを中心として

Principles and application of semi-active control

阿部雅人（東京大学）

Masato ABE, Department of Civil Engineering, The University of Tokyo, Tokyo 113-8656

Control laws for semi-active tuned mass dampers with variable damping components are derived from analytical perturbation solutions of the structure/tuned mass damper interactive system. At the first half of the paper, optimal control law to achieve fastest decay of impulse response is derived for single degree of freedom structure / tuned mass damper system. Effect of initial displacement of tuned mass damper is also studied. Then, the proposed control law is applied to control of semi-active tuned liquid column damper with variable orifice opening. Efficiency of the proposed algorithms is demonstrated by numerical simulations.

Key Words: Semi-active control, Dynamic vibration absorber, Tuned liquid column damper, Variable damping

1．はじめに

効率的な振動制御の１方法として，可変減衰要素を利用したセミアクティブ制御が注目されている．可変減衰要素によるセミアクティブ制御は，(i) 比較的小さい制御力によって減衰変化が可能であるため，高い制御効率が実現可能である；(ii)可変減衰はシステムを不安定化しないので，誤操作や故障などに対しても信頼性が高い，等，建設系構造物の振動制御に適した特徴を有している．

一方，動吸振器系の制振装置は，定常的外力に対して高い制振性能を持つことや，コンパクトでかつ安価なため設置が比較的容易であることなどの長所を持つことから，建設系構造物の振動制御に広く用いられている．動吸振器の短所としては，地震力や衝撃力など非定常性が強い外力に関してはあまり有効でないことが挙げられる．そのため，セミアクティブ化することによって短所を補い性能を向上させようとする試みがなされてきている．動吸振器へのセミアクティブ制御の適用は，(i)可変減衰要素を用いる；(ii)動吸振器に初期変位を与える，の２つに大別される．

そこで，動吸振器のセミアクティブ制御を取り上げ，その最適な制御則を導くことを目的として，解析的な検討を行った．まず，構造物・動吸振器系の自由振動応答解を摂動解析によって解析的な形で導き，インパルス応答を最速に低減する制御則を構築する．また，提案する制御則を流体の運動を利用した動吸振器系の制振装置に用いた場合の例を示す．

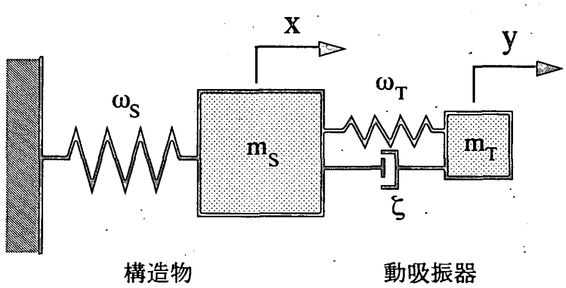


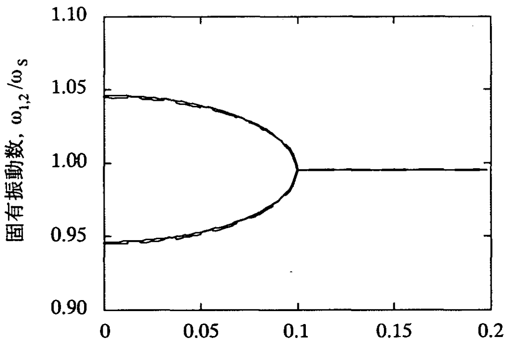
図-1　構造物・動吸振器系

2．運動方程式と摂動解析

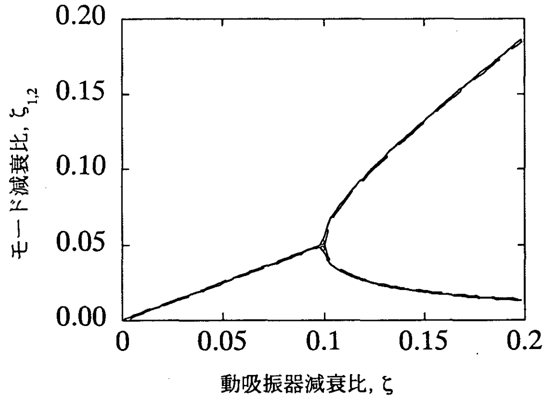
ここでは，１自由度系としてモデル化した構造物と動吸振器の連成系の自由振動応答を解析的な形で表す．なお，動吸振器・構造物系では，制振対象となるモードに近接した固有振動数を持つモードが存在しない場合は，構造物を１自由度系としてモデル化しても，精度の高い制振性能の推定や応答予測が可能である．

動吸振器・構造物系を**図-1** に示す． 可変減衰制御においては，減衰比ζが可変となるが，ここでは，それに先だってζが定数の場合の応答を導く．運動方程式は，xを構造物の変位，yを動吸振器の構造物に対する相対変位すると，

$$\begin{bmatrix} m_S & 0 \\ m_T & m_T \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0 & -2m_T\zeta\omega_T \\ 0 & 2m_T\zeta\omega_T \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} m_S\omega_S^2 & -m_T\omega_T^2 \\ 0 & m_T\omega_T^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{1}$$



(a)固有振動数



(b)モード減衰比

図-2 構造物・動吸振器系の固有振動数とモード減衰比

———— 数値解析結果, -------- 摂動解

となる．ここで，m_S, ω_S は構造物の， m_T, ω_T は動吸振器の質量と固有振動数をそれぞれ表す．構造物の減衰は無視したが，これは，振動制御を必要とする構造物の減衰は極めて低いこと，構造物の減衰の動吸振器の設計値への影響が軽微であることによる．

式(1)は，動吸振器と構造物の質量比$\mu=m_T/m_S$ を導入することによって，以下のように無次元化される．

$$\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ddot{x}\\\ddot{y}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0&-2\mu\zeta\omega_T\\0&2\zeta\omega_T\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{x}\\\dot{y}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\omega_S^2&-\mu\omega_T^2\\0&\omega_T^2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix} \qquad (2)$$

摂動解析を適用するにあたって，以下の３つの設計値のオーダーの関係を設定した．

(i) m_T は m_S に比べて１オーダー以上小さい．

(ii) ω_T はω_S に同調しているので，共にその平均値ω_a (= $(\omega_T+\omega_S)/2$)で近似できる．

(iii) 動吸振器の減衰は１より１オーダー小さい．

まず，これらの条件から，直接，式(2)の１行目の速度比例減衰項，$-2\mu\zeta\omega_T$ は他の項より１オーダー小さく，その項は簡略化できる．その上で，両辺にラプラス変換を施すと，初期条件を$x(0)=x_0$, $\dot{x}(0)=\dot{x}_0$, $y(0)=y_0$, $\dot{y}(0)=\dot{y}_0$ とするとき，

$$d(s)X(s)=\left(\omega_a^2+2\zeta\omega_a s+s^2+\mu\omega_a^2\right)\left(\dot{x}_0+sx_0\right)+\mu\omega_a^2\left[\dot{y}_0+\left(s+2\zeta\omega_a\right)y_0\right] \qquad (3a)$$

$$d(s)Y(s)=\omega_a^2\left(\dot{x}_0+sx_0\right)+\left(\omega_a^2+s^2\right)\left[\dot{y}_0+\left(s+2\zeta\omega_a\right)y_0\right] \qquad (3b)$$

となる．ただし，

$$d(s)=\left(\omega_a^2+s^2\right)\left(\omega_a^2+2\zeta\omega_a s+s^2\right)+\mu\omega_a^2 s^2 \qquad (3c)$$

である．自由振動応答を導くためには，４次多項式 $d(s)$の根を求める必要があるが，その解は煩雑であって制御則構築のための洞察を得ることが困難である．そこで，根が以下のような摂動展開で表されるとして，摂動法を適用する．

$$s=\omega_a\left(\pm\mathrm{i}-\zeta/2-\delta\right) \qquad (4)$$

ここで，$\omega_a(\pm\mathrm{i}-\zeta/2)$は， $d(s)$の根の０次近似である．したがって，δは１オーダー小さい項になる．この根を式(2)に代入して高次のオーダーの項を落とすことにより，以下のδに関する２次方程式が得られる．

$$\left(\zeta+2\delta\right)\left(\zeta-2\delta\right)-\mu=0 \qquad (5)$$

これをδについて解くと，

$$\delta=\pm\frac{1}{2}\sqrt{\zeta^2-\mu} \qquad (6)$$

となる．よって， $d(s)$の４つの根は，

$$s_1=\omega_a\left(\mathrm{i}-\frac{\zeta+\gamma}{2}\right),\quad s_2=\omega_a\left(\mathrm{i}-\frac{\zeta-\gamma}{2}\right), \qquad (7a,b)$$

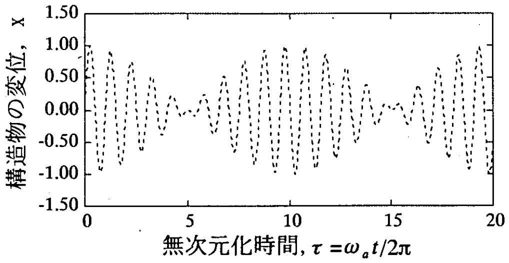
$$s_3=\omega_a\left(-\mathrm{i}-\frac{\zeta+\gamma}{2}\right),\quad s_4=\omega_a\left(-\mathrm{i}-\frac{\zeta-\gamma}{2}\right). \qquad (7c,d)$$

と表せる．ここで，$\gamma=\sqrt{\zeta^2-\mu}$ である．この根を用いて，式(3)に逆ラプラス変換を施すことによって以下に示す自由振動応答が得られる．

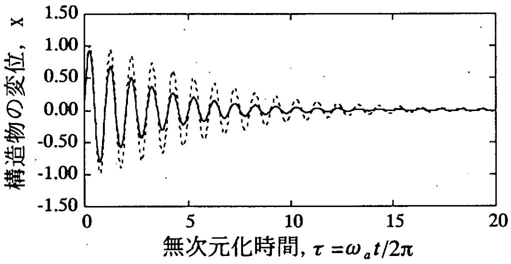
$$\begin{bmatrix}x(t)\\y(t)\end{bmatrix}=\mathbb{W}\Lambda\mathbb{V}\begin{bmatrix}x_0\\y_0\\\dot{x}_0/\omega_a\\\dot{y}_0/\omega_a\end{bmatrix} \qquad (8a)$$

ただし，

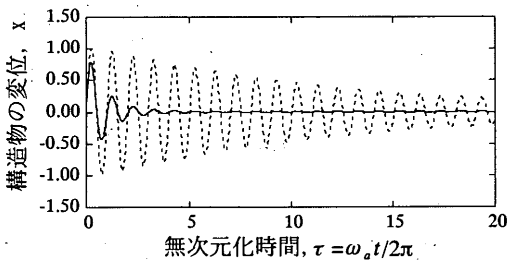
$$\mathbb{W}=\begin{bmatrix}\dfrac{1}{\mathrm{i}\omega_a-s_1}&\dfrac{1}{\mathrm{i}\omega_a-s_2}&\dfrac{1}{\mathrm{i}\omega_a+s_3}&\dfrac{1}{\mathrm{i}\omega_a+s_4}\\\mu&\mu&\mu&\mu\end{bmatrix} \qquad (8b)$$



(a) $\zeta<\sqrt{\mu}$ のとき



(b) $\zeta=\sqrt{\mu}$ のとき



(c) $\zeta>\sqrt{\mu}$ のとき

図-3 構造物のインパルス応答

——— 最適初期変位を与えた場合
- - - - - - 初期変位が無い場合

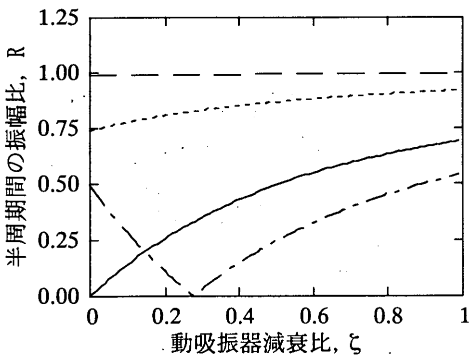


図-4 ゼロクロス間の振幅比

— — — $r=0$； - - - - - $r=-0.25\,r_0$ ——— $r=-r_0$
— · — — $r=-1.5\,r_0$.

$$\Lambda=\begin{bmatrix} e^{s_1 t} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{s_2 t} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{s_3 t} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{s_4 t} \end{bmatrix} \tag{8c}$$

$$\mathbf{V}=\begin{bmatrix} -\zeta+\gamma & i\mu & i(\zeta-\gamma) & \mu \\ \zeta+\gamma & -i\mu & i(-\zeta-\gamma) & -\mu \\ -\zeta+\gamma & -i\mu & i(-\zeta+\gamma) & \mu \\ \zeta+\gamma & i\mu & i(\zeta+\gamma) & -\mu \end{bmatrix} \tag{8d}$$

である．

系の固有振動数ならびにモード減衰比は，j 番目固有値 s_j について，

$$\omega_j=|s_j|,\quad \zeta_j=-\mathrm{Re}[s_j]/\omega_j \tag{9a,b}$$

で与えられる．それらを，μ=0.01 の場合について，動吸振器の減衰比ζの関数として示したのが**図-2**である．摂動解が非常に精度よい近似を与えていることがわかる．**図-2(a)(b)**を見ると，$\zeta=\sqrt{\mu}=0.1$ のときに２つのモードの固有振動数とモード減衰比は一致する．モード減衰比に着目すると$\zeta<\sqrt{\mu}$ では二つのモード減衰比は等しく増加するが，$\zeta>\sqrt{\mu}$ では，増加するモードと減少するモードが現れる．自由振動応答では，モード減衰比が低い方のモードが卓越するので，両モードが等しく高いモード減衰比を持つ$\zeta=\sqrt{\mu}$をパッシブ動吸振器の最適減衰比として用いるのが一般的である．

３．自由振動応答に基づく制御則の構築

本章では，前章で導かれた摂動解を基にして，可変減衰を用いたセミアクティブ制御則を構築する．まず，第１節で，動吸振器の減衰比ζを変化させたときの構造物のインパルス応答特性の変化を摂動解に基づいて論じると共に，インパルス応答を低減させるために最適な動吸振器の初期変位を導く．次いで，第２節で，インパルス応答を最速に減衰させる可変減衰制御則を構築する．

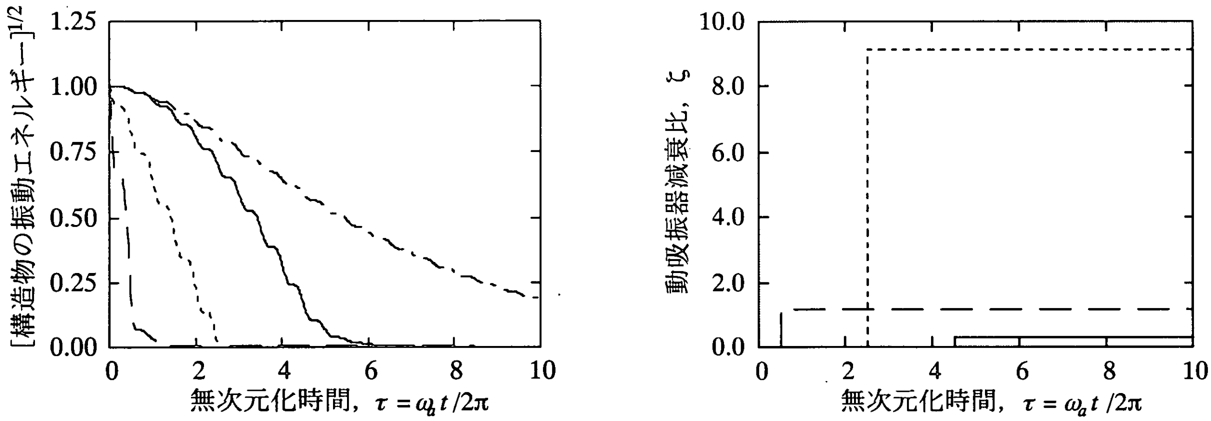
(1)動吸振器への初期変位の付与

構造物・動吸振器系に時間 t=0 においてインパルスが作用したときの応答は，初期条件

$$\dot{x}_0\neq 0,\quad x_0=y_0=\dot{y}_0=0 \tag{10a}$$

の場合の自由振動応答となる．ここでは動吸振器の初期変位の影響も併せて解析するために $y_0\neq 0$ として，

$$\dot{x}_0\neq 0,\quad y_0\neq 0,\quad x_0=\dot{y}_0=0 \tag{10b}$$



(a)応答　　(b)動吸振器の減衰比

図-5　最適可変減衰制御則を用いた場合

— - — - — パッシブ最適；———— $y_0=0$；- - - - - - - $y_0=-\dot{x}_0/\left(\sqrt{\mu}\omega_a\right)$；— — — — $y_0=-5\dot{x}_0/\left(\sqrt{\mu}\omega_a\right)$.

について検討する．そのとき式(8)は，ζの値によって，以下の３通りに，実数関数として表現できる．

a) $\zeta<\sqrt{\mu}$ のとき

$$x(t)=C\cos\left(\frac{1}{2}\sqrt{\mu-\zeta^2}\,\omega_a t-\theta\right)\exp\left(-\frac{1}{2}\zeta\omega_a t\right)\sin(\omega_a t) \tag{11a}$$

ここで，

$$C=\sqrt{\left(\frac{\dot{x}_0}{\omega_a}\right)^2+\left(\mu y_0+\frac{\zeta\dot{x}_0}{\omega_a}\right)^2/\left(\mu-\zeta^2\right)} \tag{11b}$$

$$\theta=\tan^{-1}\left[\left(\frac{\mu\omega_a y_0}{\dot{x}_0}+\zeta\right)/\sqrt{\mu-\zeta^2}\right] \tag{11c}$$

である．

$\mu=0.01$，$\zeta=0$ のときの応答波形を**図-3(a)**に示した．式(11a)中，cos 関数に対応する振動成分はうなりの包絡線の振動を表し，指数と sin 関数の部分が振動数ω_a，減衰比ζ/2 の減衰振動を表している．この場合，系の減衰比はいずれも$\zeta/2<\sqrt{\mu}/2$と小さいため，初期変位を加えても応答低減効果は低い[14]．

b) $\zeta=\sqrt{\mu}$ のとき

この場合，前章に示したように，２つのモード減衰比が$\sqrt{\mu}/2$で等しく最大になる．ところが，応答は，

$$x(t)=\left[\frac{\dot{x}_0}{\omega_a}+\frac{\sqrt{\mu}\dot{x}_0+\mu\omega_a y_0}{2}t\right]\exp\left(-\frac{1}{2}\sqrt{\mu}\omega_a t\right)\sin(\omega_a t) \tag{12}$$

となり，t の線形増加関数を含む形になるので，減衰比$\sqrt{\mu}/2$の１自由度系の応答よりは減衰が遅くなる．t の項の影響は，その係数

$$\frac{\sqrt{\mu}\dot{x}_0+\mu\omega_a y_0}{2} \tag{13}$$

を０にすることによって消去することができ，応答の減衰を速めることができる．これは，動吸振器の初期変位を

$$y_0=-\frac{\dot{x}_0}{\sqrt{\mu}\omega_a} \tag{14}$$

とすることで実現可能である．この初期変位を与えた場合の応答（$\mu=0.01$）を**図-3(b)**に示した．初期変位によって，応答がより速く低減している．

c) $\zeta>\sqrt{\mu}$ のとき

応答は，

$$x(t)=\frac{1}{2\gamma}\left\{\left[-\mu y_0+(-\zeta+\gamma)\frac{\dot{x}_0}{\omega_a}\right]\exp\left(\frac{-\zeta-\gamma}{2}\omega_a t\right)+\left[\mu y_0+(\zeta+\gamma)\frac{\dot{x}_0}{\omega_a}\right]\exp\left(\frac{-\zeta+\gamma}{2}\omega_a t\right)\right\}\sin(\omega_a t) \tag{15}$$

となる． **図-2**のモード減衰比のうち，高い方が第１項に対応し，低い方が第２項に対応することになる．**図-3(c)**に示した$\mu=0.01$，$\zeta=0.2$ ($>\sqrt{\mu}$)の場合の応答からもわかるように，低い減衰比を持つモードのため応答の減衰は$\zeta=\sqrt{\mu}$ の場合よりも遅くなる．

低減衰の第２項を消去するような初期変位を動吸振器に与えることによって，応答を低減することができる．すなわち，

$$y_0=-\frac{(\zeta+\gamma)\dot{x}_0}{\mu\omega_a} \tag{16}$$

とすることによって，**図-3(c)**に示した，応答は$(\zeta+\gamma)/2$の減衰比を持つ１自由度系のようになる．式(16)は，低減衰項を消去し高減衰項のみ残しているから，応答に最大の減衰比を与える初期条件を与えていることになる．

このように，適当な初期変位を動吸振器に与えることによって，特に最適減衰比より高い減衰を持つ動吸振器の性能を大幅に改善できる．

(2)可変減衰制御

ここでは，動吸振器の減衰は動吸振器にとりつけたダンパーの速度のゼロクロスで半周期に１度だけ変化させるものとする．これは，ダンパーの速度がゼロに近いときに減衰を変化させることによって，突然の減衰変化に伴う過大な制御力の変動を防ぐためである．また，液柱管ダンパーなどでオリフィス開口によって減衰を制御するシステムでは，ゼロクロスで開口変化させることにより，液体とオリフィスの相互作用が最小化され，開口変化に伴う制御力を小さくすることができる．

そのため各ゼロクロス間の半周期は，通常の定係数線形系となる．動吸振器速度のゼロクロス時の状態を$x=x_0$，$\dot{x}=\dot{x}_0$，$y=y_0$，$\dot{y}=\dot{y}_0$と表すと，動吸振器応答と構造物応答は約四半周期の位相差を持っていることから，$\dot{y}_0\approx x_0\approx 0$となる．この初期条件は，前節で議論した初期条件と一致するので，式(11)(12)(15)は，ここでも適用可能である．

前節のいずれの場合でも，構造物の応答は，

$$x(t)=A(t)\sin(\omega_a t) \tag{17}$$

の形で表すことが出来るから，各ゼロクロス間の半周期間における構造物の速度振幅の比は，

$$R=\frac{A(t_0+\pi/\omega_a)}{A(t_0)} \tag{18}$$

と表せる．以下，各ゼロクロス間において，この振幅比Rを最小化するように減衰値ζを選択することによって，最適な可変減衰制御則を導く．

式(11)(12)(15)を式(18)に代入することによって，

$\zeta<\sqrt{\mu}$のとき

$$R=\sqrt{1+\frac{(r+\zeta)^2}{\mu-\zeta^2}}\exp\left(-\frac{\pi\zeta}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi\sqrt{\mu-\zeta^2}}{2}-\theta\right) \tag{19a}$$

$\zeta=\sqrt{\mu}$のとき

$$R=\left[1+\frac{\pi\left(r+\sqrt{\mu}\right)}{2}\right]\exp\left(-\frac{\pi\sqrt{\mu}}{2}\right) \tag{19b}$$

$\zeta>\sqrt{\mu}$のとき

$$R=\frac{1}{2\gamma}\left[(-r-\zeta+\gamma)\exp\left(\frac{-\zeta-\gamma}{2}\pi\right)+(r+\zeta+\gamma)\exp\left(\frac{-\zeta+\gamma}{2}\pi\right)\right] \tag{19c}$$

ただし，

$$r=\frac{\mu\omega_a y_0}{\dot{x}_0} \tag{19d}$$

$$\theta=\tan^{-1}\left[(r+\zeta)/\sqrt{\mu-\zeta^2}\right] \tag{19e}$$

となる．rは，基本的に，動吸振器と構造物の応答の比である．また，θは，式(11c)で与えられた，うなりの包絡線の位相と同じものである．

動吸振器と構造物の応答の位相差はほぼ四半周期であったから，式(19d)の定義から考えて，rは一般に負の値をとる．質量比μ=0.01の動吸振器について，いくつかの負のrの値を設定し，Rをζについて図示したのが，**図-4**である．図中，r_0は，式(19a)において，ζ=0のときにcos項が0となるときのrの絶対値であり，$r_0=\sqrt{\mu}\cot(\sqrt{\mu}\,\pi/2)$である．図からわかるように，$-r_0$は，半周期後に構造物の力学的エネルギーが0となる$y_0$と$\dot{x}_0$の状態を表す．

図より，$r>-r_0$の場合，Rは常にζの単調増加関数になっているから，ζ=0が半周期後の応答を最小化する．これは，構造物の応答の絶対値に比べて動吸振器の応答の絶対値が小さい場合にあたり，**図-3(a)**の$0<\tau<5$の，うなりによって動吸振器へ振動エネルギーが移っていく状態に対応する．この意味するところは，動吸振器の応答が構造物と比較して小さい場合は，減衰によるエネルギー吸収を期待するより，ζ=0としてうなりを利用して動吸振器へエネルギーを移した方が，構造物の振動を低減するのに有利になるということである．なお，式(11)から考えても，うなりの包絡線の振動数がζが小さい方が大きいから，ζ=0が最もエネルギーの移動を速め有利となる．

次に，$r=-r_0$の場合を考える．$r=-r_0$の場合は，ζ=0とすれば，半周期後に**図-3(a)**のτ=5の状態のように構造物の力学的エネルギーは0となる．しかし，それはうなりによるものであるから，その後，**図**-3(a)の$5<\tau<10$の領域に見られるよ

うにエネルギーが動吸振器から構造物に逆流することになる．また， $r<-r_0$ の時は，半周期後に既にエネルギーの逆流が起こり始めているため，$r=-1.5r_0$ の曲線からわかるように，ζが小さいときに逆に応答が増加している．この場合の減衰値の選択としては， $r=-1.5r_0$ のグラフに見られる R=0 となるζの値を探索して，そのζを用いるという方法が考えられる．しかし，それでは，半周期後に構造物の振幅は０になっても，動吸振器の振幅は一般には０にならず，エネルギー逆流の問題の解決にはならない．

そこで，前節で導かれた初期変位の制御則を用いて，効率よくエネルギーを吸収することを考える． すなわち，前節の関係を逆に利用して，y_0 に対応するζを求める． $r=-r_0$ のときには，r の絶対値が r_0 より大きく，動吸振器の振幅が構造物の振幅よりかなり大きくなるため，3(1)節の c)の場合に相当する．そこで，対応する式(16)を，ζについて解くと，

$$\zeta=-\frac{1}{2}\left[\frac{\dot{x}_0}{\omega_a y_0}+\frac{\mu\omega_a y_0}{\dot{x}_0}\right]. \tag{20}$$

となる．

以上をまとめると，

$r>-r_0$ のとき：

$$\zeta=0 \tag{21a}$$

$r=-r_0$ のとき：

$$\zeta=-\frac{1}{2}\left[\frac{\dot{x}_0}{\omega_a y_0}+\frac{\mu\omega_a y_0}{\dot{x}_0}\right] \tag{21b}$$

ただし， $r_0=\sqrt{\mu}\cot(\sqrt{\mu}\,\pi/2)$ (21c)

が，最適な制御則であることがわかる．この制御則は，導出の過程で述べたように，動吸振器の応答が構造物の応答に比べて小さい内は，積極的にうなりを利用してエネルギーを移していき，動吸振器の応答が十分に大きくなったところで，大きな減衰を加えることにより，効率的にエネルギーを吸収しようとするものである．

これを用いて，インパルス応答の計算を行ったのが，図-5である．応答は，エネルギーの平方根，すなわち，応答の包絡線で表している．この可変減衰制御則は，動吸振器の初期変位の影響を r の計算を通して自然に取り入れることが出来るので，同時にその影響も示した．なお，図中，初期変位の値 $-\dot{x}_0/\left(\sqrt{\mu}\omega_a\right)$ は，動吸振器の減衰ζがパッシブ最適であるときの最適初期変位である．いずれの場合もパッシブに比べてかなりの応答低減が可能である．

4．TLCD への応用

同調系ダンパーの１種である液柱管ダンパー（ＴＬＣＤ：Tuned Liquid Column Damper）は，図－６のようなU字管内の液体（通常水）を振動させる同調系ダンパーである．また，管内にとりつけられたオリフィスによる水頭損失によって減衰を得ている．ＴＬＣＤは，動吸振器と比較して構造が簡単で安価であることや，液体の量を調節することによって容易に固有周期の調整ができること，容器と水の摩擦が小さいため小振幅の振動にも効果を発揮できることなどの利点を有している．しかし，水の比重が小さいため装置が大きくなることや，オリフィスの水頭損失による非線形性のため性能が振幅に依存するという欠点がある．そこで，ここでは，オリフィスの開口率を調節することで，減衰を調節するセミアクティブＴＬＣＤを取り上げ，性能の向上可能性を探る．

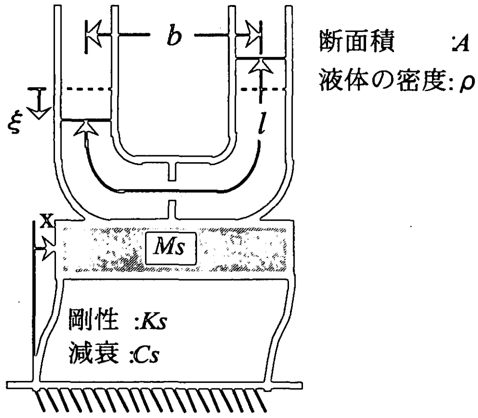


図-6 ＴＬＣＤ模式図

ＴＬＣＤを水平方向に加振した時の，管内の液体の運動方程式は，液体を非圧縮，非粘性（オリフィス部を除く）を仮定すれば，液体の運動は管軸方向の１自由度系として，次のように表される．

$$\rho Al\ddot{\xi}+\frac{1}{2}\rho A\kappa|\dot{\xi}|\dot{\xi}+2\rho Ag\xi=-\rho Ab\ddot{z}(t) \tag{22}$$

ここで，ξ：静水時からの液面の変位，A：管の断面積，ρ：液体の密度，l：液柱の長さ，κ：オリフィスの圧力損失係数，g：重力加速度，b：液柱管の幅，$\ddot{z}(t)$：ＴＬＣＤの水平方向の加速度，である．圧力損失係数κは，オリフィスの水頭損失の量を表す係数で，オリフィスの開口率によって変化する．開口率が大きいオリフィスは水頭損失が小さいので，開口率とκには，逆比例的関係がある．κとオリフィスの開口率の関係は，管の形状，管径によって変化するので，

κと開口率の関係は断面ごとに，実験的に求める必要がある．なお，ここでは，この開口率とκの関係はすでに知られていると仮定して，κを開口率を表す直接変数として扱う．

また，式(22)の左辺の水頭損失項には，速度の２乗に比例する減衰項が入っているため，運動方程式は非線形である．

次に，ＴＬＣＤと１自由度の構造物の連成した系の運動方程式は，

$$\begin{bmatrix} M_s + \rho Al & \rho Ab \\ \rho Ab & \rho Al \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\xi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_s & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}\rho A\kappa|\dot{\xi}| \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_s & 0 \\ 0 & 2\rho Ag \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \xi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

と表せる．ここで，x：構造物の変位，M_S：構造物のモード質量，C_S：構造物のモード減衰，K_S：構造物のモード剛性，$f(t)$：外力，である．さらに，表－１に示す無次元数を導入すると，式(23)は，以下のように表される．

$$\begin{bmatrix} 1+\mu & \mu r \\ r & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\xi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\omega_S\zeta_S & 0 \\ 0 & \frac{1}{4g}\omega_T{}^2\kappa|\dot{\xi}| \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_S{}^2 & 0 \\ 0 & \omega_T{}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \xi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{f(t)}{M_S} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

表－１　構造物及びＴＬＣＤの無次元数

$\mu = \rho Al / M_S$	ＴＬＣＤと構造物の質量比
$r = \rho Ab / \rho Al$	ＴＬＣＤの有効質量比
$\omega_S = \sqrt{K_S / M_S}$	構造物の固有角振動数
$\omega_T = \sqrt{2g/l}$	ＴＬＣＤの固有角振動数
$\zeta_S = C_S / 2M_S\omega_S$	構造物の減衰定数

表－２　数値シミュレーションにおける構造物，ＴＬＣＤの諸元

モード質量（M_S）	705,600（kg）
固有振動数（ω_S／2π）	0.259（Hz）
構造物の減衰定数(ζ_S)	0.00159
質量比(μ)	0.01
有効質量比(r)	0.35
液体の密度(ρ)	1,000（kg/m^3）
液柱長さ(l)	7.469（m）
液柱管幅(b)	2.614（m）
液柱管断面積(A)	0.944（m^2）

ここでは，制御則１としてTLCDの減衰の振幅依存性を除去するセミアクティブ制御則，制御則２として，前章の方法を拡張したセミアクティブ制御則を導き，それぞれ数値計算によって有効性を確認する．なお，いずれの場合においても，オリフィス開口の制御は，流体抵抗を減らすことを念頭に，流速のゼロクロス点において行うこととした．

<u>制御則１</u>

まず，TLCDの非線形性を軽減して，線形のパッシブ動吸振器並みの性能を実現する制御則を考える．図-2で指摘したように，両モードの減衰が等しく高くなるζ_Tがパッシブな意味での最適減衰である．その値は，TLCDの場合，

$$\zeta_T^{optimal} = r\sqrt{\mu} \quad (25)$$

と表せる。このとき，κは，次のように与えられる。

$$\kappa = \frac{3\pi gr\sqrt{\mu}}{\omega_a{}^2\xi_0} \quad (26)$$

これは，液柱の変位ξ_0の関数であり，非線形性を除去するためには，液柱の変位を測定し，オリフィスの開口率にフィードバックする必要があることを示している．

<u>制御則２</u>

これは，式(21)の制御則をTLCDの式(24)に適合するよう拡張したものである．具体的には，

$$\zeta_T = \left| \frac{\omega_a \mu r \xi_0}{2\dot{x}_0} \right| \quad (27)$$

であり，対応する，圧力損失係数κは，

$$\kappa = \frac{3\pi}{2}\frac{\mu rg}{\omega_a}\frac{1}{|\dot{x}_0|} \quad (28)$$

となる．

自由振動応答，調和応答の計算結果をそれぞれ図－７，図－８に表した．構造物及びＴＬＣＤの設定値は，表－２のとおりである．比較のため，パッシブＴＬＣＤ（κ＝1.0で一定)，ＴＬＣＤなし（図－７のみ）の結果をあわせて示した．

自由振動応答では，制御則１，２とも，うなりによる振幅の増大が見られなくなっている．また，特に制御則２では，効果的な振動の低減がなされていることが分かる．調和応答では，両制御則とも，応答の外力に対する依存性が無くなり，どの外力に対しても同等の性能が発揮されている．特に制御則２が制振効果が高いことがわかる．なお，ＴＬＣＤを導入しない場合の応答倍率は，約310である．また，外力が0.6-0.8[cm/s^2]の領域では，κ＝1.0のパッシブＴＬＣＤの方が高い性能を示している．それは，ここで求められた２つの制御則は，自由振動応答に関する考察を基に構築されており，必ずしも調和応答に対しては最適でないためであると思われる．

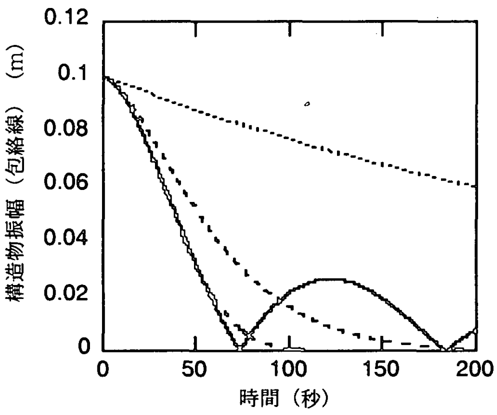


図-7　自由振動応答の包絡線

————: パッシブ（κ=1.0）
– – – – –： セミアクティブ（制御則１）
– —— –: セミアクティブ（制御則２）
……： ＴＬＣＤなし

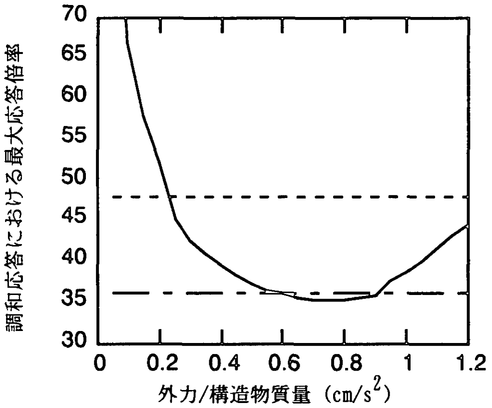


図-8　調和外力に対する最大応答

————: パッシブ（κ=1.0）
– – – – –： セミアクティブ（制御則１）
– —— –: セミアクティブ（制御則２）

5．まとめ

ここでは，可変減衰要素を持つ動吸振器の制御則を摂動解析に基づいて導出し，その有効性をインパルス応答および地震応答に関して，数値シミュレーションで検証した．主たる結論は以下の通りである．

(1) インパルス応答の摂動解を用いて，低い減衰を持つモードを意図的に取り除く動吸振器の最適初期変位を，解析的に求めることができた．

(2) インパルス応答を最速に低減する可変減衰制御則を導いた．それは，構造物応答に比べ動吸振器の応答が小さい場合には，積極的にうなりを使ってエネルギーを動吸振器へ移し，動吸振器応答が大きくなったところで大きな減衰を加えてエネルギーを吸収する方法である．

(3) 数値シミュレーションによりセミアクティブＴＬＣＤでは，振幅依存性が解消され，外力のレベルにかかわらず一定の制振効果を確保できることが分かった．特に，提案したセミアクティブ制御則（制御則２）では自由振動応答，調和応答ともに，高い制振効果が得られている．

ここでのセミアクティブ制御の基礎理論は文献(1)(2)による．文献(3)では地震応答制御への応用，文献(4)(5)ではセミアクティブ TLCD の理論の詳細が展開されている．なお，紙面の都合でここでは触れることが出来なかったが，文献(6)(7)は，摂動理論のアクティブ動吸振器への拡張がなされており，文献(8)(9)では，磁性流体を用いたスロッシングダンパーにおける実験的検証がなされている．

文献

(1) M. Abé and T. Igusa, Semi-active dynamic vibration absorbers for controlling transient vibration, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 198, pp.547-569, 1996.

(2) M. Abé: Vibration control of structures with closely spaced frequencies by a single actuator, *Journal of Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME,* Vol.120, pp.117-124, 1998.

(3) M. Abé: Semi-active tuned mass dampers for seismic protection of civil structures, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.25, pp.743-749, 1996.

(4) M. Abé, S. Kimura, and Y. Fujino: Semi-active tuned liquid column dampers with variable orifice openings, *Third International Conference on Motion and Vibration Control*, pp.7-11, 1996.

(5) 木村周二・阿部雅人・藤野陽三：可変オリフィスを利用したセミアクティブ同調液柱管ダンパーの制御則，構造工学論文集，土木学会，Vol.43A，pp.671-678，1997.

(6) 阿部雅人・藤野陽三：アクティブ動吸振器の最適制御則の摂動解，構造工学論文集，土木学会，Vol.42A，pp.739-746，1996.

(7) M. Abé: A rule-based control altorithms for active tuned mass dampers, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 122, pp.705-713, 1996.

(8) 阿部雅人・藤野陽三・佐野泰如：磁性流体を用いたアクティブ同調液体ダンパー（TLD）に関する実験的検討，日本機械学会第５回「運動と振動の制御」シンポジウム，pp.277-280，1997.

(9) M.Abé, Y.Fujino and S.Kimura: Tuned liquid damper with high performance fluids, *Second World Conference on Structural Control*, pp.131-138, Kyoto, Japan, 1998.