

304 ケーブル・索道搬器系の動吸振器による制振*

Vibration Reduction of Ropeway Carriers Considering the Effect of Cable Vibration

○正 朴 正圭 (京大院), 正 深田 和範(京大院),
正 松久 寛 (京都大)

Jeong Gyu PARK, Kyoto University, Yoshidahon-machi, Sakyo-ku, Kyoto 606-8501
Kaunori FUKADA, Kyoto University
Hiroshi MATSUHISA, Kyoto University

This paper describes the design method of dynamic vibration absorber for the ropeway carriers suspended by the cable considering the effect of cable vibration. Analytical Green function of cable was used to obtain the stiffness matrix of the cable system. Lumped cable model was used for analysis of ropeway carrier which is suspended by cable. Natural frequencies and mode shapes of the pendulum with cable system were analyzed. Equivalent length and mass of the equivalent simple pendulum were obtained by matching the kinetic energy. Using the equivalent inertia, mass, and length of pendulum, we designed the dynamic vibration absorber for the cable suspension carrier. Experiments of free vibration were conducted to verify the usefulness of this work.

Keywords: Dynamic Vibration Absorber, Vibration Control, Pendulum, Ropeway Carrier, Cable

1. 簡 言

ロープウェイやゴンドラなどの索道搬器はスキー場や観光地で使用されているが、鋼索に懸垂されているという構造から風励振の影響を受けやすいという問題がある。これまでに、搬器の制振装置に関する研究はいくつか行われていて、円軌道形動吸振器、差動滑車動吸振器やジャイロを用いたものなどがある⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾。動吸振器設計での問題はケーブルの取り扱いである。ケーブルも振動し、搬器の支点はケーブルとともに移動する。そのため搬器とケーブルの連成振動として考える必要があり、固有振動数が搬器の位置により変化する。そこで実際には、搬器が鉄塔に衝突するのをさけるため、鉄塔近くの揺れを抑えるように実験値をもとに設計している。しかし、ケーブルと搬器の連成振動を動吸振器で抑えるという視点からの研究は少ない。また、一本のケーブルに複数搬器がついているときには搬器どうしの影響もあり、固有振動数は変化する。塩練ら⁽⁴⁾⁽⁵⁾はケーブルに複数搬器が懸垂された系を考えたが、ケーブルの質量を無視してモデル化し、搬器の制振については検討していない。

そこで本研究では、ケーブルと搬器の連成系と等価な1自由度系の振り子系を求めることにより、ケーブルと搬器の連成振動を考慮した動吸振器の設計法を検討する。

2. 力学モデル

2.1 ケーブル 図1のように両端が同じ高さで固定されているケーブルの y, z 軸の微小変位 v, w の運動方程式は次のように表わされる⁽⁶⁾。

$$H \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + h \frac{d^2 z}{dx^2} = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (1)$$

$$H \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (2)$$

ここで、 H は張力 T の水平成分であり、 h は H の増加量、 ρ はケーブルの線密度である。式(1)と(2)から垂直方向と水平方向の振動は独立していることがわかる。

そこで、本研究では搬器の横振動に影響を与える式(2)のケーブルの水平方向の振動のみを考慮する。そのときの水平方向の固有振動数は次のようになる

$$\omega_r = r\pi \sqrt{\frac{H}{\rho \ell^2}}, \quad r = 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

ここで、 r は振動の次数であり、 ℓ はケーブルの長さである。ケーブルを集中質量系に離散化するため、図2に示されるように η での単位負荷に対する x での変位を与える影響係数 $a(x, \eta)$ を導入する⁽⁷⁾。

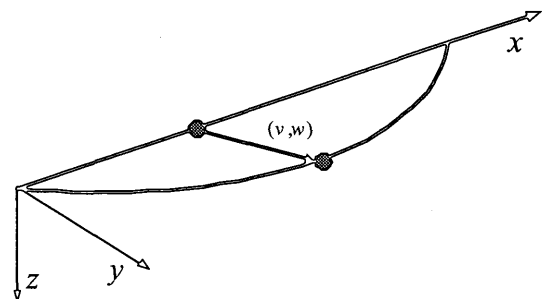


Fig. 1 Schematic diagram of cable

$$a(x, \eta) = \begin{cases} x(\ell - \eta)/H\ell, & \text{for } \eta > x \\ \eta(\ell - x)/H\ell, & \text{for } \eta < x \end{cases} \quad (4)$$

また、弦の水平方向の変位 v は、各点に働く力(慣性力)による変位の積分として与えられるので、

$$v(x) = \int_0^\ell a(x, \eta) \rho(\eta) \ddot{v}(\eta) d\eta \quad (5)$$

となる。

ケーブルを N 点に離散化し、 $\Delta\ell = \ell/(N+1)$ 、 $\rho(\eta_n)\Delta\ell = m_n$ 、 $a(x_m, \eta_n) = a_{mn}$ 、 $v(x_m) = v_m$ 、 $v(\eta_n) = v_n$ とおくと式(5)はつぎのように表わすことができる。

$$v_m = \sum_{n=1}^N a_{mn} m_n \ddot{v}_n \quad (6)$$

これを行列式に置き換えると

$$\{v\} = [a][m]\{\ddot{v}\} \quad (7)$$

になりここで得られた行列 $[a]$ の逆行列は剛性マトリックスになる。

ここで 10 人乗りのゴンドラが多数ついたケーブルを例にとる。ケーブルの張力は山頂付近では大きく、山麓付近では小さくなる。よって線密度 ρ が 6.29kg/m、長さ 100m のケーブルの水平張力を最低 98000N、最大 216000N と想定した場合式(3)による厳密解と集中離散化モデルによる近似解を比べた結果を表 1, 2 に示した。分割数 N が 7 であれば 1 次モードまで、14 なら 3 次モードまで、5% 以内の誤差で近似できる。

2.2 ケーブル・搬器系の力学モデル 図 3 にケーブル・搬器系の力学モデルを示す。ケーブルは前節で求めた複数の質点を繋いだ系で表し、搬器は質量 m_p 、長さ L_1 の振り子とする。搬器に外力 P が働くときの系の運動方程式は次式になる。

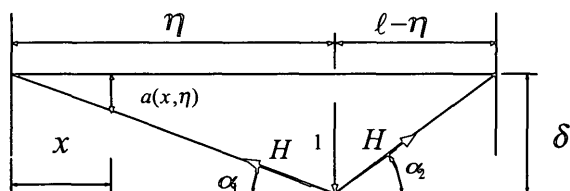


Fig. 2 The flexibility influence function of the cable

Table 1 The natural frequency of cable H=98000N

	Analytic solution	N=7	N=14
ω_1 (rad/s)	3.92	3.82(2.6%)	3.91(0.3%)
ω_2	7.84	7.16(8.7%)	7.72(1.5%)
ω_3	11.76	9.99(15.1%)	11.35(3.5%)

Table 2 The natural frequency of cable H=216000N

	Analytic solution	N=7	N=14
ω_1 (rad/s)	5.82	5.68(2.4%)	5.80(0.3%)
ω_2	11.64	10.63(8.7%)	11.46(1.54%)
ω_3	17.47	14.82(15.2%)	16.85(3.5%)

$$[M]\{\ddot{v}\} + [K]\{v\} = \{F\} \quad (8)$$

ここで

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & m_n + m_p & \cdots & 0 & m_p L_1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & m_N & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & m_p L_1 & \cdots & 0 & m_p L_1^2 \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & k_N + k_{N+1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & m_p g L_1 \end{bmatrix}$$

$$\{v\} = \{v_1 \ v_2 \ v_3 \ \cdots \ v_N \ \theta_p\}^T$$

$$\{F\} = \{0 \ 0 \ 0 \ \cdots \ 0 \ P L_1 e^{i\omega t}\}^T$$

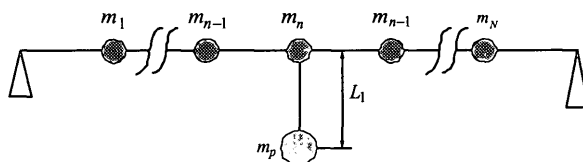


Fig. 3 Lumped cable and pendulum model

式(8)では集中質量 m_{n-1} と m_n の間の剛性を k_n で表した。集中質量が等間隔の場合 $k = k_1 = \cdots = k_{N+1} = H/\Delta\ell$ の関係がある。

多自由度の等価質量同定法として背戸ら⁽⁸⁾および大熊⁽⁹⁾が提案した固有ベクトル法により、ケーブルと搬器連成系に対する等価一自由度振動系を求めた。まず、図 3 に示した系のある固有モードでの運動エネルギーは次式に表現できる。

$$T = \frac{1}{2} \omega^2 \{V\}^T [M] \{V\} \quad (9)$$

ここで $\{V\} = \{v_1 \ \cdots \ v_N \ \theta_p\}^T$ は固有ベクトルである。等価単振子の質量と長さを m_{eq} と L_{eq} とすると、その運動エネルギーは

$$T = \frac{1}{2} \omega^2 m_{eq} L_{eq}^2 \theta_p^2 \quad (10)$$

と表され、式(9)と式(10)を比較することにより、次式が得られる。

$$m_{eq} L_{eq}^2 = \{Y\}^T M \{Y\} \quad (11)$$

ここで $\{Y\} = \{v_1/\theta_p \ \cdots \ v_N/\theta_p \ 1\}^T$ である。

等価長さは固有振動数より求まるので ($L_{eq} = g/\omega_n^2$, ω_n は固有振動数)、式(11)から等価質量を求めることができる。支柱間距離 100m、線密度 6.29kg/m、水平張力が 98000N と 216000N のケーブルを 15 個の集中質量でモデル化し、

搬器(10人乗り Gondola)の質量が 790kg、長さが 3.8m とした場合、搬器の位置と固有振動数と等価質量の関係を図 4 に示す。固有振動数は約 18%、等価質量は約 4%変動する。水平張力が 216000N では固有振動数は約 10%、等価質量は約 1%変動する。張力が少ない程、ケーブルの影響は大きくなる。

2.3 ケーブル・搬器・動吸振器系の力学モデル 図 5 の円軌道形動吸振器をケーブル・搬器系に取り付けたときの力学モデルを図 6 に示す。 m_d は動吸振器の質量、 q_d は角変位、 L_2 は曲率半径、 L_0 は動吸振器の曲率中心と Gondola 支点間の長さである。そのときのシステムの運動方程式は次式で表わされる。

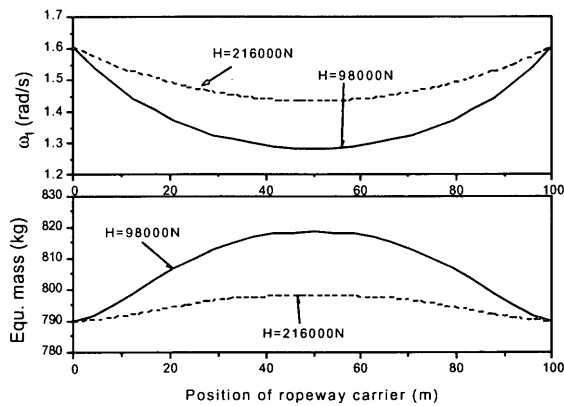


Fig. 4 The natural frequency and the equivalent mass

$$[M]\{\ddot{v}\} + [C]\{\dot{v}\} + [K]\{v\} = \{F\} \quad \cdots \cdots (18)$$

ここで

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & m_n + m_p + m_d & \cdots & 0 & M_3 & m_d L_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & m_N & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & M_3 & \cdots & 0 & M_1 & M_2 \\ 0 & 0 & \cdots & m_d L_2 & \cdots & 0 & M_2 & m_d L_2^2 \end{bmatrix}$$

$$M_1 = m_p L_1^2 + m_d (L_2 - L_0)^2, \quad M_2 = m_d L_2 (L_2 - L_0)$$

$$M_3 = m_p L_p + m_d (L_2 - L_0)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & c_2 L_2^2 \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & k_N + k_{N+1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & K_1 & m_d g L_2 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & m_d g L_2 & m_d g L_2^2 \end{bmatrix}$$

$$K_1 = m_p g L_p + m_d g (L_2 - L_0)$$

$$\{v\} = \{v_1 \quad v_2 \quad \cdots \quad v_N \quad \theta_p \quad \theta_d \quad v\}^T$$

$$\{F\} = \{0 \quad 0 \quad \cdots \quad 0 \quad P L_p e^{j\omega t} \quad 0\}^T$$

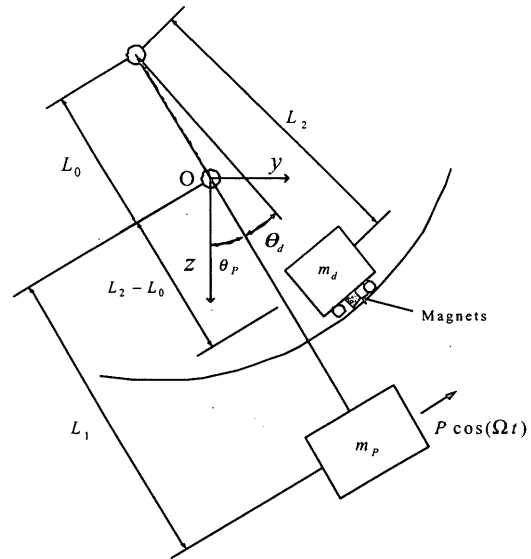


Fig. 5 Schematic diagram of pendulum with pendulum dynamic vibration absorber

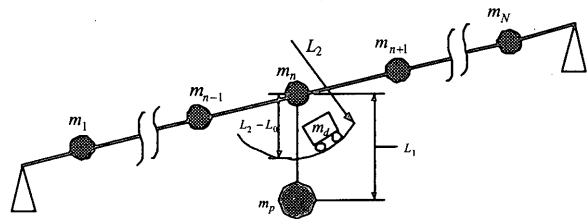


Fig. 6 The Lumped cable, pendulum, and DVA model

2.4 動吸振器の最適設計 動吸振器の設計法として定常応答を考慮した定点理論⁽¹⁾を用いた。基本的な特性を得るために搬器 1 台がロープの中央にあるときの動吸振器による制振効果を調べた。等価一自由度系の搬器を図 7 に示す。質量 790kg で長さ 3.8m の搬器は水平張力 98000N のケーブルとの連成により見かけ上、質量 819kg、長さ 6m の搬器と等価となる。○印がケーブルであり、●印が回転中心である。動吸振器の質量を 50kg とし、ケーブルの連成を考慮せずに設計された動吸振器を設置した場合(case1)と連成を考慮して 1 次モードに対して設計された動吸振器を設置した場合(case2)のコンプライアンス曲線(θ_p/P)の比較を図 8 に示した。Case1 では制振されていないことがわかる。

2.5 複数搬器の場合 100m のケーブルに 2 台の搬器が 50m 間隔で付いている場合を考察する。左右対称に付いた場合の 1 次、2 次モードを図 9 に示す。また、搬器の位置による固有振動数と等価質量の変化を図 10 に示す。 ω_1 は搬器位置によらず一定であるが ω_2 は搬器位置によって変化する。次に搬器がケーブルの 25m(搬器 L)と 75m(搬器 R)の位置にあるときに両方の搬器に 1 次モード用動吸振器を取り付けた場合(case3)、搬器 L に 1 次モード用、搬器 R に 2 次モード用(case4) 用動吸振器を取り付けた場合のコンプライアンス曲線を図 11、図 12 に示した。図 11、図 12 は加振点がそれぞれ搬器 L、搬器 R のときである。

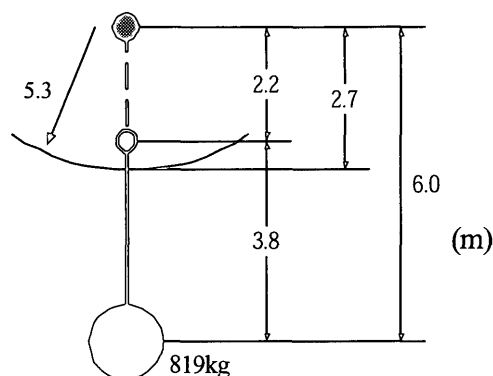


Fig. 7 Equivalent pendulum for the first mode

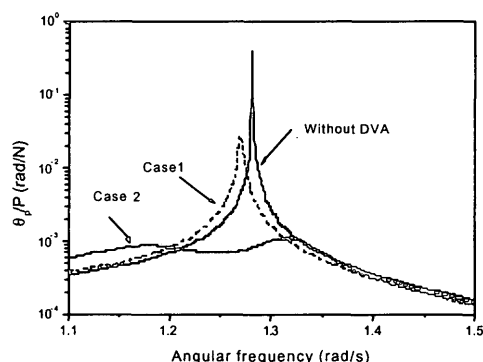


Fig. 8 Compliance curves of carrier

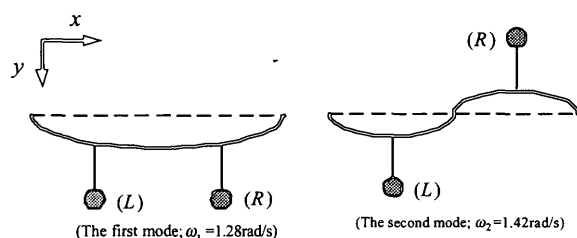


Fig. 9 Mode shape of carriers and cable

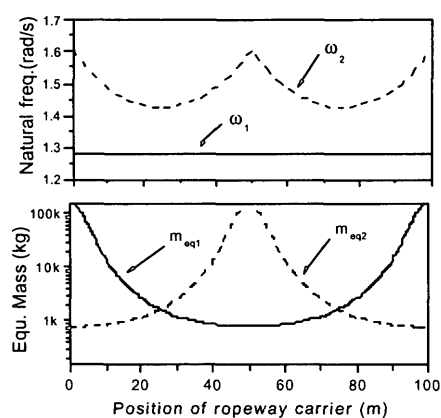


Fig. 10 Variation of natural frequency and equivalent mass of pendulum

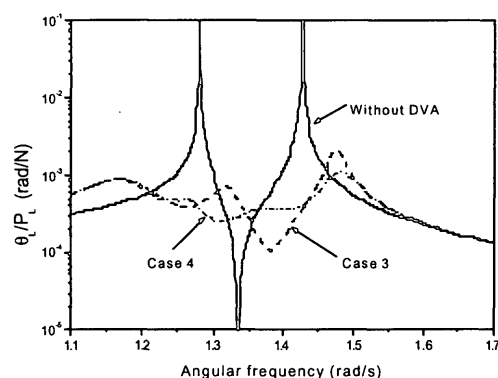


Fig. 11 The compliance of pendulum L (Excited at L)

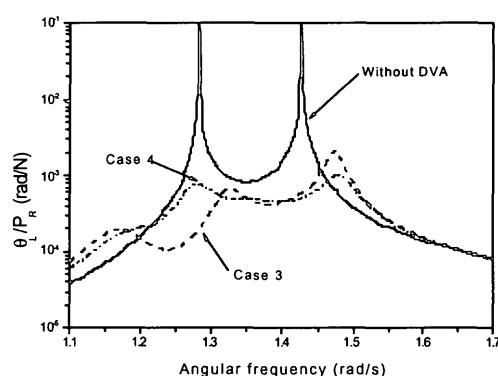


Fig. 12 The compliance of pendulum L (Excited at R)

3. 実験

3.1 振り子1つのとき 本研究で使用する実験装置は、図 13 に示すように、両端固定された 2m のケーブルを支柱に掛け、支柱間に搬器にみたてた振り子 ($m_1 = 2.75\text{kg}$) を取り付けられている。動吸振器は、質量 0.85kg、軌道の曲率半径 0.37m である。ケーブルの張力(150N)の調整は支柱より外側においてケーブルに取り付けたターンバックルでケーブルの長さを調整することにより行う。また、ケーブルの線密度を大きくするためにケーブルには等間隔に9個の質点質量(両端 0.36kg、その他 0.24kg)を取り付けている。振り子の角変位は直接計測することができないので、支点と質量の振幅を計測し、それらのデータから角変位を求めた。なお、変位の測定には超音波変位計を用い、FFT アナライザーで記録した。振り子をケーブルの中央に取り付けた場合の動吸振器がないとき(a)とあるとき(b)の時間応答を図 14 に示す。この図から動吸振器は十分制振効果を持ち、シミュレーションとよく合っていることがわかる。

3.2 振り子2つのとき 次に振り子2つをケーブルの 0.5m と 1.5m の位置に取り付けたときの実験装置を図 15 に示す。二つとも動吸振器のない条件で左の振り子に初期変位を与えたときの時間応答を図 16 に示す。動吸振器がないにもかかわらず振動が変化しているのは、左右の振り子の間をエネルギーが移動するうなり現象が起こっているためであり振動の減衰はほとんどない。

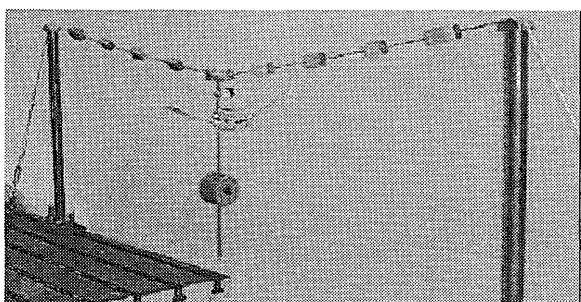


Fig.13 Experimental step response of dual pendulum without DVA

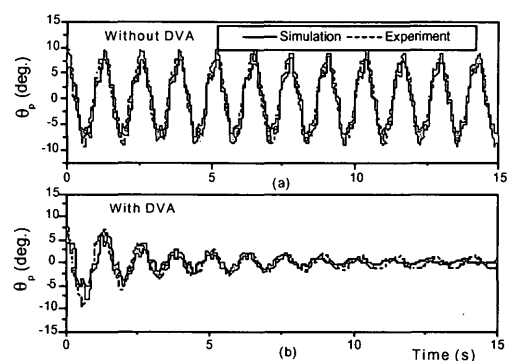


Fig.14 Free vibration of pendulum (a) without DVA (b) DVA

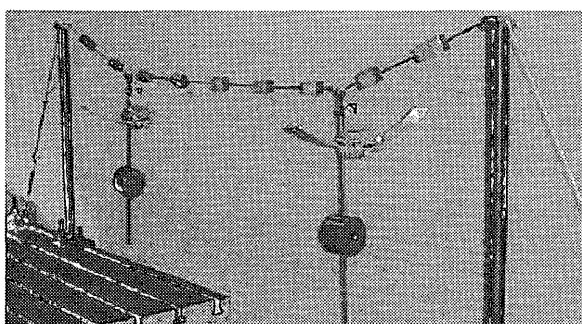


Fig.15 Experimental step response of dual pendulum without DVA

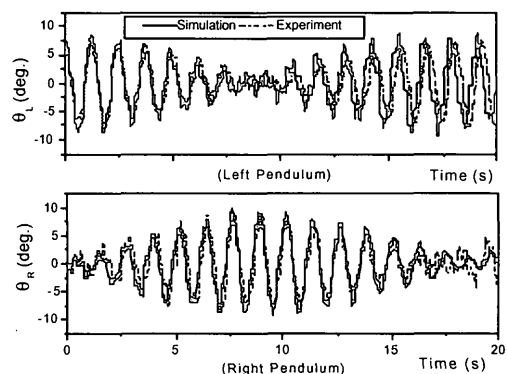


Fig.16 Experimental step response of two pendulums without DVA

左の振り子に動吸振器を付けたとき(図 17), 右の振り子に動吸振器を付けたとき(図 18), 両方の振り子に動吸振器を付けたとき(図 19)の 3 パターンを計測した。動吸振器は 1 次モード用であり、初期条件として左の振り子に変位を与える。なお、各図の上段は左の振り子、下段は右の振り子の自由応答である。動吸振器のついた振り子はよく制振されている。また、うなり現象はなく付いていない方も減衰している。

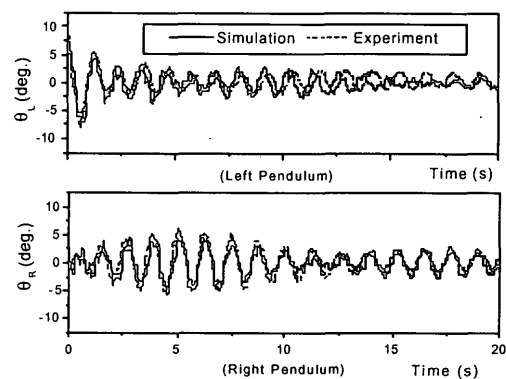


Fig.17 Experimental step response of two pendulums with DVA on left pendulum

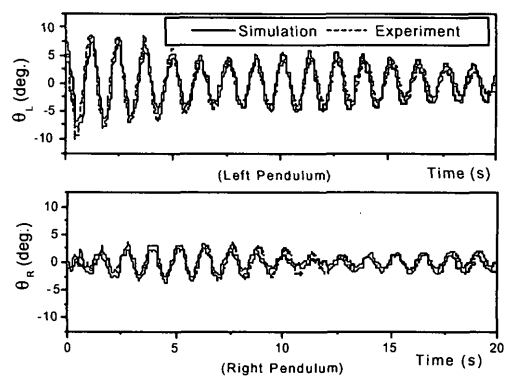


Fig.18 Experimental step response of two pendulums with DVA on right pendulum

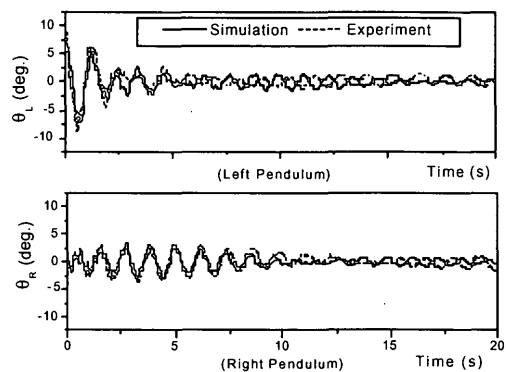


Fig.19 Experimental step response of two pendulums with DVA on both pendulum

4. 結 言

本論文では、ケーブルや他の搬器の連成を含めた搬器の制振方法を論じ、シミュレーションと実験を行った。ケーブルの影響のため搬器の位置によって固有振動数は大きく変動する。そこで、ケーブルを考慮した等価単振子を求めた。その各モードの等価単振子に対して制振効果を持つ動吸振器を設計することで、多自由度系の各モードを制振する動吸振器を設計できることがわかった。複数搬器の場合も同様に動吸振器の設定法を提案した。

文 献

- (1) 松久寛, 顧栄栄, 王永生, 西原修, 佐藤進, 索道搬器の動吸振器による制振, 日本機械学会論文集, **59**-562 C(1993), 1717-1722
- (2) 朴正圭, 松久寛, 本田善久, 差動滑車動吸振器による振り子の制振, 日本機械学会論文集 **67**-657, C(2001), 1409-1415
- (3) 西原修, 松久寛, 佐藤進, ジャイロモーメントを用いる制振機構, 日本機械学会論文集, **57**-534, C(1991), 497-503
- (4) 塩練俊一、長井正夫、索道輸送系の振動特性にかんする研究（第1報、複数搬器の連成モデル）**54**-624, C(1998), 2847-2852
- (5) 塩練俊一、長井正夫、索道輸送系の振動特性にかんする研究（第2報、模型実験装置による検討）**65**-632, C(1999), 1368-1373
- (6) H.Max Irvine, Cable Structures, MIT Press (1981)
- (7) L.Meirovitch, Analytical Methods in Vibrations, Macmillan, (1967)
- (8) 背戸一登、大熊政明、山下繁生、長松昭男、多自由度の等価質量同定法、日本機械学会論文集, **53**-485, C(1987), 52-58
- (9) 大熊政明, 制振制御のためのモード解析, 日本音響学会誌, **56**-10, (2000), 727-733