141 環境の動特性が不確かなバイラテラル制御系の一設計法

A design method of bilateral control with uncertain dynamics of environments

○非 飯田 寛之（群馬大学） 非 工藤 直樹（群馬大学）
正 山田 功 （群馬大学）

Noriyuki Iida Gunma University, 1-5-1 Tenjincho, Kiryu, Gunma
Naoki Kudou Gunma University, 1-5-1 Tenjincho, Kiryu, Gunma
Kou Yamada Gunma University, 1-5-1 Tenjincho, Kiryu, Gunma

1 まえがき

本稿では，バイラテラル制御系の設計法を検討する．バイラテラル制御は，マスタースレーブシステムにおいて，スレーブシステムの力の情報を操作者に直接伝える制御のことである．環境の動特性が不確かな場合がある．これまで，環境が不確かなバイラテラル制御系を安定化するには，環境を不確かさとみなしロバスト制御を適用する方法が提案されている．しかしながら，これまで提案されてきた設計法は環境に接したスレーブシステムとスレーブシステムの不安定極数が等しいという仮定のもとで議論されてきていた．ある場合には，この条件がなりたない．本稿では，環境に接したスレーブシステムの不安定極数がスレーブシステムのそれと異なるようなバイラテラル制御システムの簡単な設計法を提案する．

2 問題の記述

Fig. 1 のバイラテラル制御系を考える．

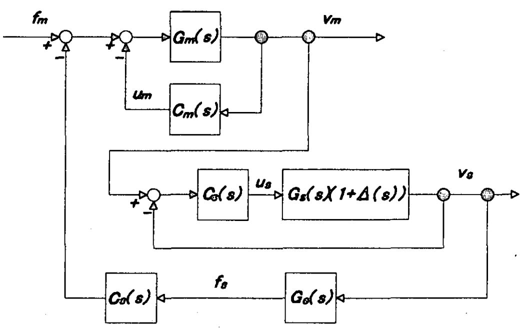

Fig. 1: Bilateral control system

ただし，$G_m(s) \in R(s)$ はマスターシステムの伝達関数，$G_s(s) \in R(s)$ はスレーブシステムの伝達関数，$G_s(s)(1+\Delta(s)) \in R(s)$ は環境に接したスレーブシステムの伝達関数であり，$C_m(s) \in R(s)$，$C_s(s) \in R(s)$ と $C_c(s) \in R(s)$ は補償器，$G_e(s) \in R(s)$ は環境からの反力の伝達関数，f_m は人間のオペレーターの力，f_s はスレーブシステムからマスターシステムへの反力，v_m はマスターシステムの速度，v_s はスレーブシステムの速度，$u_m(s)$，$u_s(s)$，$u_c(s)$ は制御入力である．また閉右半平面で $G_s(s)(1+\Delta(s))$ のゼロ点の数が $G_s(s)$ のそれに等しいと仮定する．また $G_s(s)(1+\Delta(s))$ の不安定極数は $G_s(s)$ のそれとは等しくならないと仮定する．不確かさ $\Delta(s)$ は

$$\left|\frac{\Delta(j\omega)}{1+\Delta(j\omega)}\right| < |W_s(j\omega)| \quad \forall\omega \in C_+ \tag{1}$$

が成り立つとする．ここで $W_s(s) \in RH_\infty$ である．$G_e(s)$ は漸近安定で，最小位相であると仮定する．ここで，$C_c(s)$ はスレーブシステムが環境に触れているときだけ働く事に注意する．

高性能なバイラテラル制御システムは v_s が定常偏差なしに，v_m にすばやく追従するシステムである．本稿の目的は次の仕様を満足する Fig. 1 のバイラテラル制御システムを設計することである．

1. マスターシステム
   (a) 補償器 $C_m(s)$ は $G_m(s)$ を安定化する．
   (b) マスターシステムは望ましいインピーダンスを持つよう制御される．$\hat{G}_m(s)$ を望ましいインピーダンス特性を持つような伝達関数とする．一般性を失うことなく，$G_m(s)$ は最小位相，漸近安定であり，$\hat{G}_m(s)$ の相対次数はマスターシステムの $G_m(s)$ より多いとする．このとき，この問題は，f_m から v_m の伝達関数
   $$\frac{v_m}{f_m} = \frac{G_m(s)}{1+G_m(s)C_m(s)} \tag{2}$$
   を，$\hat{G}_m(s)$ と等しくする補償器 $C_m(s)$ を見つける問題に等しい．
2. スレーブシステム
   (a) スレーブシステムの速度 v_s は定常偏差なしで，マスターシステムの速度 v_s に追従する．これは $C_s(s)$ が原点に極を持ち，スレーブシステムの感度関数 $S_s(s) = 1/(1+G_s(s)C_s(s))$ を満足する問題に等しい．
   (b) スレーブシステムが環境に接していないとき，スレーブシステムは漸近安定である．スレーブシステムは環境に接している場合でも，漸近安定である．
3. コミュニケーションシステム
   (a) $C_c(s)$ は Fig. 1 制御系を安定化している．
   (b) $C_c(s)$ は直に，環境からスレーブシステムの反力を伝える．これは広い周波数帯で，
   $$C_c(j\omega) \simeq 1 \tag{3}$$
   を満足する $C_c(s)$ を設計する問題に等しい．

3 補償器設計

ここでは，仕様を満足する Fig. 1 のバイラテラル制御系の設計法を与える．まず，設計に必要な定理をまとめる．最小位相システムに対し，原点に極を持つすべての安定化補償器のパラメトリゼーションは次の定理にまとめられる．

定理 1 プラント $G(s)$ は可制御，可観測な，最小位相系であると仮定する．次の条件を満足する $K(s)$ が存在する．

- $G(s)C_{ss}(s) + K(s)$ は最小位相である．
- $K(s)$ はバイプロパーで漸近安定である，

ここで，$C_{ss}(s)$ は

$$C_{ss}(s)=\frac{\alpha(s+\beta)}{s} \tag{4}$$

により与えられ，$\alpha\in R$ と $\beta\in R$ は適当な正の実数である．上記の $K(s)$ を用いると，(4) 式の制御系を安定化し原点に極を持つすべてのプロパーな補償器 $C(s)$ のパラメトリゼーション

$$C(s)=\frac{C_{ss}(s)C_f(s)}{1+C_f(s)K(s)} \tag{5}$$

$$\lim_{\omega\to\infty}1+C_f(j\omega)K(j\omega)\neq 0$$

により与えられる．ここで，$C_f(s)$ は

$$C_f(s)=\frac{1}{Q(s)}-\frac{1}{G(s)C_{ss}(s)+K(s)} \tag{6}$$

により示され，自由パラメーター $Q(s)$ は任意の安定でバイプロパーな有理伝達関数である．

3.1 マスター補償器 $C_m(s)$ の設計法

$G_m(s)$ が最小位相であるという仮定と定理 2 から，$G_m(s)$ に対する安定化補償器 $C_m(s)$ は

$$C_m(s)=\frac{C_{mss}(s)C_{mf}(s)}{1+C_{mf}(s)K_m(s)} \tag{7}$$

$$\lim_{\omega\to\infty}1+C_{mf}(j\omega)K_m(j\omega)\neq 0$$

により与えられる．ここで，

$$C_{mf}(s)=\frac{1}{Q_m(s)}-\frac{1}{G_m(s)C_{mss}(s)+K_m(s)} \tag{8}$$

$$C_{mss}(s)=\frac{\alpha_m(s+\beta_m)}{s} \tag{9}$$

であり，$K(s)$ は $G_m(s)+K_m(s)$ を最小位相とする漸近安定な実有理伝達関数である．f_m から v_m の伝達関数を $G_m(s)$ と等しくする $Q_m(s)$ は

$$\begin{aligned}Q_m(s)&\\ =&\ -\frac{(G_m(s)C_{mss}(s)+K_m(s))}{G_m^2(s)C_{mss}(s)}\\ &\{G_m(s)K_m(s)-\hat{G}_m(s)(G_m(s)C_{mss}(s)+K_m(s))\}\end{aligned} \tag{10}$$

で与えられる．

3.2 スレーブ補償器 $C_s(s)$ の設計法

$C_s(s)$ は $G_s(s)(1+\Delta(s))$ を安定化しなければならない．参考文献 [1] によれば，上記のクラスのプラントに対するロバスト安定条件は

$$\left\|\frac{1}{1+G_s(s)C_s(s)}W_s(s)\right\|_\infty=\|S_s(s)W_s(s)\|_\infty \le 1 \tag{11}$$

を満足することである．したがって，仕様を満足するには，

$$\|S(s)W(s)\|_\infty\le 1 \tag{12}$$

とするよう $C_s(s)$ を設計すればよい．

注意 1 もし $C_s(s)$ が閉右半平面でゼロ点を持たないなら，成し遂げられる低感度特性は制限されると言うことに注意する *[2],[3],[4],[5]*. 加えて $C_s(s)$ は自由度を持つ．それゆえ，本稿では，$C_s(s)$ は閉右半平面でゼロ点を持たない安定化補償器にえらばれていると仮定する．

3.3 コミュニケーション補償器 $C_c(s)$ の設計法

$C_c(s)$ を設計する問題は

$$\left\|\frac{\hat{G}(s)C_c(s)}{1+\hat{G}(s)C_c(s)}\bar{W}(s)\right\|_\infty\le 1 \tag{13}$$

を満足し，なるべく広い周波数帯で $C_c(j\omega)\simeq 1$ を満足させる問題と等価である．ただし，$\hat{G}(s)=G_e(s)G_m(s)/(1+G_m(s)C_m(s))$ である．$\hat{G}(s)$ が安定であるので $\hat{G}(s)C_c(s)/(1+\hat{G}(s)C_c(s))$ が安定となる補償器 $C_c(s)$ のパラメトリゼーションは

$$C_c(s)=\frac{\bar{Q}(s)}{1-\hat{G}(s)\bar{Q}(s)} \tag{14}$$

と記述される．ただし，$\bar{Q}(s)\in RH_\infty$ である．(14) 式より (13) 式は

$$\left\|\hat{G}(s)\bar{Q}(s)\bar{W}(s)\right\|_\infty\le 1 \tag{15}$$

と書き直される．ここで，$\bar{Q}(s)$ を $\bar{Q}(s)=q(s)/(1+\hat{G}(s))$ で与える．ただし $q(s)\in RH_\infty$ はローパスフィルタである．したがって (15) 式は,

$$\left\|\frac{\hat{G}(s)\bar{W}(s)}{1+\hat{G}(s)}q(s)\right\|_\infty\le 1 \tag{16}$$

となる．このとき,

$$C_c(s)=\frac{q(s)}{1+\hat{G}(1-q(s))} \tag{17}$$

が成り立つので，広い周波数帯で $q(j\omega)\simeq 1$ を満足すると $C_c(j\omega)\simeq 1$ が成り立つ．また，ある $q(s)$ で，(17) 式を満足しないとき，$q(s)$ を小さくしていくと (17) 式を満足しやすくなるという傾向があり，仕様に合う $C_c(s)$ を設計できる．

4 あとがき

本稿では，環境に接したスレーブシステムの不安定極数がスレーブシステムのそれと必ずしも等しくないバイラテラル制御システムの簡単な設計法を提案した．

参考文献

[1] K. Yamada (1998). Robust stabilization for theplant with varying number of unstable poles and low sensitivity characteristics. In: Proc. 1998 American Control Conference, pp. 2050-2054.

[2] H.W.Bode(1945). Network analysis and feedback amplifier design. D.Van Nostrand. NJ.

[3] B.A. Francis, G.Zames(1984). On H_∞-optimal sensitivity theory for siso feedback systems. IEEE Transactions on Automatic Control29(), 9-16.

[4] J.S.Freudenberg and D.P.Looze(1985). Right half-plane poles and zeros and design tradeoffs in feedback systems.IEEE Transactions on Automatic Control30(), 555-565.

[5] J.S.Freudenberg, D.P.Looze(1988). Frequencydomain properties of scalar and multivariable feedback systems. Springer-Verlag.