The Japan Society of Mechanical Engineers

326 重複係数を考慮した動的切削モデルについて
Dynamic Cutting Model with Overlap Factor

○正 軽部 周 (宇都宮大 SVBL)　正 肖 民 (宇都宮大・院)
正 早乙女 辰男 (パイロット)　正 佐藤 啓仁 (宇都宮大)

Shu KARUBE, Satellite Venture Business Laboratory, Utsunomiya University, 7-1-2 Yoto, Utsunomiya, Tochigi
Min XIAO and Keijin SATO, Utsunomiya University
Tatsuo SOUTOME, Pilot Corporation

An overlap factor is a cutting parameter to explain the occurance of chatter. Conventionally, the overlap factor has been treated as constant in cutting models. In this study, we express the overlap factor mathematically, and construct new cutting model in consideration of dynamic behavior of the overlap factor. Furthermore, we compare experimental results with simulated results and show that this model is effective at studying the chatter.

KeyWords: Modelling, Cutting, Chatter, Overlap factor, Vibration of rotating body

1 緒言

被削面に悪影響を及ぼすびびり振動の発生原因のひとつに，再生びびりがある．これは，切削加工の前工程で残された被削面の凹凸の影響で，加工中に発生する振動が拡大される現象 (再生効果) により発生する自励振動である．重複係数とは，再生効果の影響の度合を表すパラメータであり，通常，切削工具の形状および工具—工作物の相対位置から幾何学的に導出される [1]．重複係数を考慮した切削モデルの研究は多く行われているが，定数パラメータとして用いているものが多い．本研究では重複係数を数式で表現し，これを切削の動力学モデルに導入することで，重複係数を動的に考慮した切削モデルを構築する．更に本モデルを用いた数値シミュレーションを行い，実験との比較を行う．

2 重複係数の導出法

本節では重複係数を切削モデルに導入するため，以下の定式化を行う．図 1は，旋削加工時の工具と工作物の位置

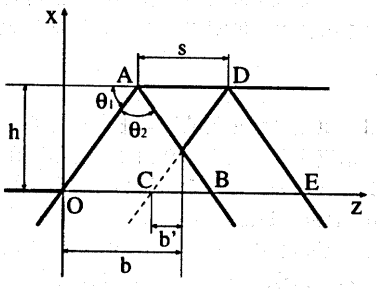


Fig. 1 Overlap factor

関係を示している．$X \geq 0$ の部分が工作物，△OAB が現在の工具位置，△CDE が前回 (主軸 1 回転前) の工具位置である．切込み角 θ_1[rad]，工具ノーズ角 θ_2[rad]，切込み深さ h[mm]，主軸 1 回転当たりの送り量 s[mm] とすると幾何学的関係から切削幅 b[mm]，重複係数 μ が下式で与えられる．

$$b = \frac{h(\tan\theta_1 + \tan\theta_3) + s\tan^2\theta_1}{\tan\theta_1(\tan\theta_1 + \tan\theta_3)} \tag{1}$$

$$\mu = \frac{b'}{b} = \frac{h(\tan\theta_1 + \tan\theta_3) - s\tan\theta_1\tan\theta_3}{h(\tan\theta_1 + \tan\theta_3) + s\tan^2\theta_1} \tag{2}$$

$$\theta_3 = \pi - (\theta_1 + \theta_2) \tag{3}$$

3 重複係数を考慮した動的切削モデル

図 2に，本研究で用いる二自由度切削モデルを示す．X_1, X_2 方向への工作物変位を各々x_1,x_2 とし，本モデルの

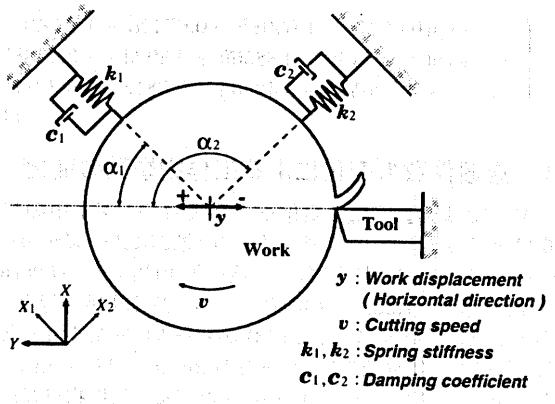


Fig. 2 Cutting model

運動方程式を以下のように構築した．$\dot{}$ は時間微分を表す．

$$\begin{cases} m\ddot{x}_1 + c_1\eta_1\dot{x}_1 + k_1x_1 = F_x\sin\alpha_1 + F_y\cos\alpha_1 \\ m\ddot{x}_2 + c_2\eta_2\dot{x}_2 + k_2x_2 = F_x\sin\alpha_2 + F_y\cos\alpha_2 \end{cases} \tag{4}$$

ここで，c_1, c_2: 座標 X_1,X_2 に対する減衰係数，k_1, k_2: ばね定数，η_1, η_2: 減衰力修正関数，m: 等価質量，α_1, α_2: 座標 $X_1 - X_2$ と座標 $X - Y$ 間の回転角，F_x, F_y: 座標 X,Y に対する切削力の分力である．

$$\begin{cases} F_x = F_c\cos\zeta + F_t\sin\zeta \\ F_y = -F_c\sin\zeta + F_t\cos\zeta \end{cases} \tag{5}$$

ここで，F_c: 主分力，F_t: 背分力，ζ: 切削過程における工具変化角度 [2] である．

$$\begin{cases} \alpha = \alpha_0 - \zeta = \alpha_0 - \tan^{-1}(\dot{y}/v) \\ \gamma = \gamma_0 + \zeta = \gamma_0 + \tan^{-1}(\dot{y}/v) \end{cases} \tag{6}$$

ここで，α: すくい角，γ: 逃げ角，v: 切削速度である．また，y: Y 方向への工作物変位，$\dot{y}$: y の時間微分であり，次式で与えられる．

$$y = x_1\cos\alpha_1 + x_2\cos\alpha_2 \tag{7}$$

$$\dot{y} = \dot{x}_1\cos\alpha_1 + \dot{x}_2\cos\alpha_2 \tag{8}$$

NII-Electronic Library Service

The Japan Society of Mechanical Engineers

式 (4) の減衰修正関数 η_1,η_2 は次式で与えられる [3].

$$\eta_i = \begin{cases} 1-\rho_i\dfrac{\zeta}{\gamma} & (\text{for } \dot{y}<0) \\ 1 & (\text{for } \dot{y}\geq 0) \end{cases} \quad (i=1,2) \qquad (9)$$

ρ_1, ρ_2 は減衰効果を表す係数とする. 式 (5) の主分力 F_c, 背分力 F_t は次式で与えられる [4].

$$F_c = R\cos(\lambda-\alpha) \qquad (10)$$

$$F_t = R\sin(\lambda-\alpha) \qquad (11)$$

$$R = \frac{k_{ab}hb}{\sin\phi\cos(\phi+\lambda-\alpha)}U(h) \qquad (12)$$

ここで R: 切削力, b: 切削幅, h: 切込み深さ, $U(*)$: 単位ステップ関数である. b は式 (1) から時間変化毎に求める. h は, 公称切込み深さ h_i と, 工作物の変動による切込み深さの動的変化 h_v との和になる.

$$h = h_i + h_v = h_i + (\mu y_{back} - y) \qquad (13)$$

ここで μ: 重複係数, y_{back}: 1 回転前の工作物変位であり, $y_{back}(t) = y(t-T)$ (T: 工作物の回転周期, t: 時間) である. μ は式 (2), (3) から時間変化毎に求める. せん断角 ϕ, 摩擦角 λ, せん断応力 k_{ab}[MPa] は, 以下のデータベース (工作物材質が S45C の場合) [5] より求める.

$$\begin{cases} \phi = \exp(0.0587v + 1.0398h + 0.6742\alpha - 1.2392) \\ \lambda = \exp(-0.0546v - 0.8856h + 0.8923\alpha - 0.2388) \\ k_{ab} = \exp(0.0059v - 0.4246h + 0.0818\alpha + 6.3211) \end{cases} \qquad (14)$$

4 重複係数の変化による工作物挙動の変化

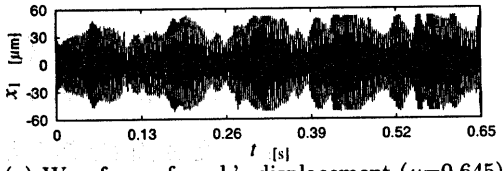
本節では重複係数を変化させた場合の, 切削中の工作物挙動の変化について調べる. 実験にはノーズ角 98 度 (θ_2=1.71rad) の工具を用い, 切込み角 40 度 (θ_1=0.698rad) と 70 度 (θ_1= 1.22rad) の場合について旋削実験を行う. このとき重複係数 μ は, 式 (2),(3) から各々0.645, 0.391 となる. その他の実験条件は, h = 0.1mm, s = 0.051mm/rev, T = 0.13s (主軸回転数 460rpm) とする. 工作物材質は炭素鋼 S45C を用いる. 更に同条件で数値シミュレーションを行い, 実験結果との比較を行う.

4.1 実験結果

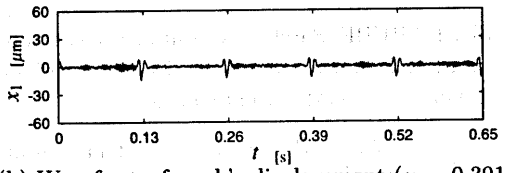
直径 40mm, 幅 15mm の円形工作物を, 直径 10mm, 長さ 50mm のワークホルダで旋盤チャックに固定して切削を行い, 背分力方向の工作物変位を渦電流センサで測定する. サンプリング周波数は 20kHz とする. 図 3(a) に切込み角 40 度 (μ=0.645) のときの結果, 図 3(b) に切込み角 70 度 (μ=0.391) のときの結果を示す. 重複係数の大きい図 3(a) では, びびり音を伴うびびり振動が生じている. このときの波形には工作物回転周期 T=0.13s 毎の強い周期性がみられる. 振動波形のピークトゥピーク値 X_{1p-p} は 102μm である. 重複係数の小さい図 3(b) ではびびり振動は生じず, 重複係数を減少させることでびびり振動が抑制できることを示している. 振動波形のピークトゥピーク値 X_{1p-p} は 22.2μm であり, (a) に較べ約 22 パーセントに減少している.

4.2 数値シミュレーション結果

3 章の数学モデルを以下のパラメータで数値積分した結果を図 4に示す. α_1=0deg, α_2=90deg, α_0=3deg, γ_0=10deg, m=0.245kg, c_1=c_2=63Ns/m, k_1=k_2 =1.12MN/m, h_i= 0.1mm, v=57.8m/min, ρ_1=ρ_2=4, T = 0.13s, 過渡 21 万点, データ数 13 万点. パラメータは全て MKS 単位に換算して計算した. 数値積分には 4 次の RKG 法を用い, 積分ステップは 5.0×10^{-6}s とした. 重複係数 μ の値は時間に従い動的に変動する. 図 4(a) は図 3(a) 同様, T=0.13s の周期性をもつびびり振動波形を示しており, X_{1p-p}=62.7μm である. 図 4(b) では図 3(b) 同様, びびり振動の抑制効果がみられる. ただし図 4(b) の振動変位のピークトゥピーク値 X_{1p-p} は 0.135μm であり, これは図 4(a) の X_{1p-p} が約 0.2 パーセントに減少したことを示している。即ち, 数値シミュレーションでは実験よりもびびり抑制効果が大きく働いており, この原因を解明することが今後の課題である.

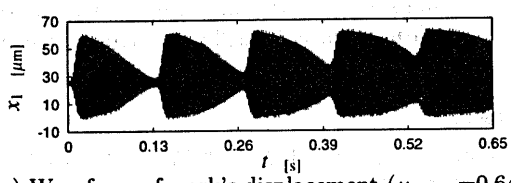


(a) Waveform of work's displacement (μ=0.645)

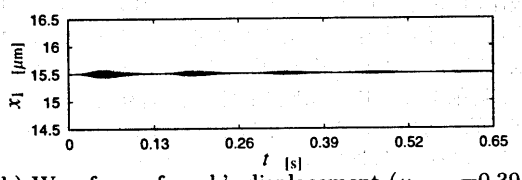


(b) Waveform of work's displacement (μ = 0.391)

Fig. 3 Experimental results



(a) Waveform of work's displacement ($\mu_{(t=0)}$=0.645)



(b) Waveform of work's displacement ($\mu_{(t=0)}$=0.391)

Fig. 4 Simulated results

5 結言

本報では, 重複係数を動的に考慮した切削モデルを新しく構築し, 重複係数が工作物挙動に与える影響について実験と数値シミュレーションの両面から考察を行った。その結果, 実験・数値シミュレーションとも, 重複係数 μ=0.645 のときびびり振動が持続し, μ=0.391 のときはびびり振動が抑制されるという, 一致した傾向を示した。本モデルは, 工具のノーズ角, 切込み角, すくい角, 逃げ角, 送り量などをパラメータとして含んでいるため, 今後, びびり現象の安定限界などを求める際に, より現実に近い数値シミュレーションが可能となることが期待される。

参考文献

(1) 竹山秀彦. 大学講義 切削加工. 丸善, 1980. p.166.

(2) Y.S.Tarng, et al. *Int.J.Mach.tools Manufact.*, Vol. 34, No. 2, pp. 183–197, 1994.

(3) K.Jemielniak et al. *Int.J.Mach.Tools Manufact.*, Vol. 29, No. 2, pp. 239–247, 1989.

(4) 臼井英治. 現代切削理論. 共立出版, 1990. p.14.

(5) 樫村幸辰. 精密工学会誌, Vol.51, pp. 2115–2121, 1985.

NII-Electronic Library Service