

202 カルマンフィルタによる時変システムの特徴抽出

○ 学 小島 孔明 (宇都宮大院) 正 佐藤 啓仁 (宇都宮大)
正 吉田 勝俊 (宇都宮大) 正 斎藤 秀次郎 (宇都宮大)

Kohmei KOJIMA Utsunomiya University 7-1-2, Yoto, Utsunomiya-shi, Tochigi
Kejin SATO Utsunomiya University
Katsutoshi YOSHIDA Utsunomiya University
Hidejiro SAITO Utsunomiya University

Key Words: kalman-filter, nonlinear, time-varying systems

1. 緒 言

本来、非線形のシステムに対しては通常のカルマンフィルタではなく、拡張カルマンフィルタを用いた方が正確な内部応答の推定を行うことができる。だが、簡易な異常検出を行うだけならば通常のカルマンフィルタでも十分適用できるのではないかと考え、本研究では時変な非線形のシステムに対して、通常のカルマンフィルタを用いて内部応答の推定、及び推定された内部応答より特徴抽出を行った。非線形のシステムに通常のカルマンフィルタを用いた場合の特徴抽出の有効性を検証した。

2. 内部応答の推定と抽出方法

2.1 連続時間の離散化 本研究では離散時間カルマンフィルタを用いるため、連続時間の測定量を離散時間のものへ変換する。連続時間の出力を $y(t)$ とするとき、離散時間は $t_k = t_0 + k\Delta t$ ($k = 0, 1, \dots, 1200$) と表され、離散時間の出力は $y_k = y(t_k)$ となる。 t_0 は初期時刻で $t_0 = 0$ 、 Δt はサンプリング間隔で $\Delta t = 0.05$ とする。同様に連続時間における入力を $f(t)$ とおいたとき、離散時間における値は $f_k = f(t_k)$ となる (表 1)。

この時 f_k を入力、 y_k を出力として、カルマンフィルタのアルゴリズムを適用することにより、内部応答が推定される。

Table 1 連続時間と離散時間のパラメータ

連続時間	離散時間
t : 連続時間のパラメータ	$t_k = t_0 + k \cdot \Delta t$
$f(t)$: 入力	$f_k = f(t_k)$
$y(t)$: 出力	$y_k = y(t_k)$
$h^i(t)$: 内部応答	$h_k^i = h(t_k)$

2.2 数学モデルと内部応答の推定 入力 f_k と出力 y_k の関係を次式で表す。

$$y_k = x_k + v_k \quad (1)$$

$$x_k = \sum_{i=1}^n h_k^i f_{k-i} \quad (k = 1, 2, \dots) \quad (2)$$

ただし、 $k-i < 0$ のとき $f_{k-i} = 0$ とし、最大次数を n は既知とする。ここで、 h_k^i を内部応答という。図 1 に示すように本研究では f_k 、 y_k の測定データから、カルマンフィルタを用いて、 h_k^i を推定する [1]。なお、 v_k は雑音とする。

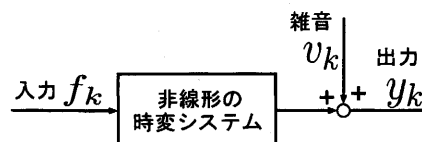


Fig. 1 数学モデル

2.3 内部応答の特徴抽出 ある時刻 t_k と t_{k+1} の推定された内部応答の値の差をフィルタ長分とり、平均し、さらにその変化の差をとる方法で行った。数式は

$$1 \leq t_k \leq N \text{ のとき}$$

$$b(t_k) = \sum_{n=1}^N (h(t_{k+1}, n) - h(t_k, n)) / t_k \quad (3)$$

$$t_k \geq N \text{ のとき}$$

$$b(t_k) = \sum_{n=1}^N (h(t_{k+1}, n) - h(t_k, n)) / N \quad (4)$$

$$d(t_k) = (b(t_{k+1}) - b(t_k))^2 \quad (5)$$

である。 h_k は内部応答、 n はフィルタ長で $1 \leq n \leq N$ 、 t_k は時刻 ($t_k = 1, 2, \dots, 1200$) とする。この方法はすぐ隣同士の内部応答の変化の差をとるので、短時間の内部応答の変化に対し敏感に抽出しやすくなる。概略図として図 2 を示す。

3. 非線形に対する特徴抽出と解析

典型的な非線形のシステムとして、次の Duffing 型の振動系を考える。

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2ck \frac{dx}{dt} + k^2 x + ax^3 = f(t) \quad (6)$$

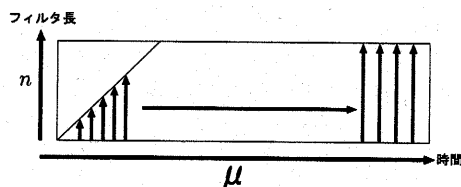


Fig. 2 概略図

k はバネ定数、 c は減衰係数 a は x^3 の係数、 t は時間、 $f(t)$ は外力 ($A \cos \omega t$)、 A は (外力の) 振幅、 ω は (外力の) 角振動数とする。また、各パラメータの値は

$$k = 1.0 \quad A = 1.0 \quad \omega = 2.0$$

$a = 0.0$ (線形) もしくは $a = 1.0$ (非線形)

とした。フィルタ長は $n = 20$ 、サンプリング数は $t_k = 1200$ [点] とする。さらに減衰係数 c のみに以下のような時間的変化を与える。

$$c = 0.5 (0 \leq t_k < 400)$$

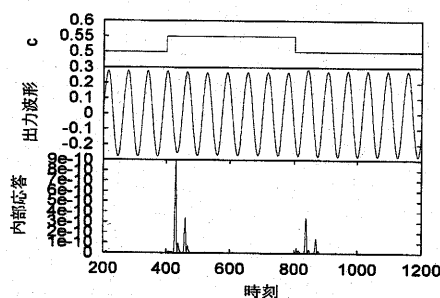
$$c = 0.55 (400 \leq t_k < 800)$$

$$c = 0.5 (800 \leq t_k \leq 1200)$$

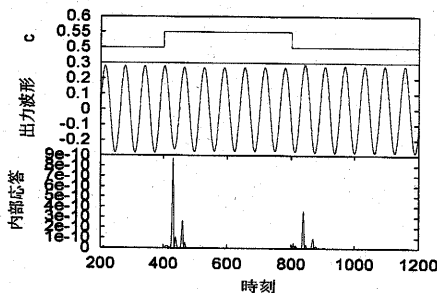
先に設定した基本パラメータを用い推定された内部応答に特徴抽出法を適用した結果を、図 3 に示す。なお、図 3 の上段は線形システム ($a = 0.0$)、下段は非線形システム ($a = 1.0$) である。 x 軸は時刻 t_k を表し、 y 軸の上段は減衰係数 c の変化量、中段は出力波形、下段は抽出結果である。先に述べたように上段の減衰係数 c をサンプリング数 $t_k = 400$ で 0.5 から 0.55 と変化させ、800 で 0.55 から 0.5 に変化させた。減衰係数 c を変化させたサンプリング数 $t_k = 400$ 、800 において中段の出力波形に変化はほとんど見られない。しかしながら、下段の内部応答の特徴抽出の結果ではサンプリング数 $t_k = 400$ 、800 のとき減衰係数 c の時間的変化に対応した内部応答の変化がピーク状として表れているのが確認できる。このパラメータの時間的変化に対応したピーク状の内部応答の変化を特徴点と本研究では考える。

なお、特徴抽出を行うことができなかった一例として、非線形性の強くなった場合 ($a=11$) のときの図 4 を示しておく。

今回、設定した数学モデルによるシミュレーションから、非線形システムの場合においても、減衰係数 c の時間的変化を出力波形からは判別することが困難であった。しかし、減衰係数 c の時間的変化に対応した特徴点を確認することが出来た。さらにフィルタ長 n 、外力、 x^3 の係数 a の初期値を変えても、減衰係数 c を変化させた時刻に対応した特徴点を確認できる範囲があることがわかった。具体的には振幅 A の値が $A \geq 3.4$ となった場合、角振動数 ω が $\omega \leq 1.28$ となった場合、 x^3 の係数 a が $a > 11$ または $a < -8$ となった場合、特徴点を確認することが困難となった。減衰係数 c ではなく外力の角振動数 ω と振幅 A に時間的変化を与えた場合においても特徴点を確認することが出来た。

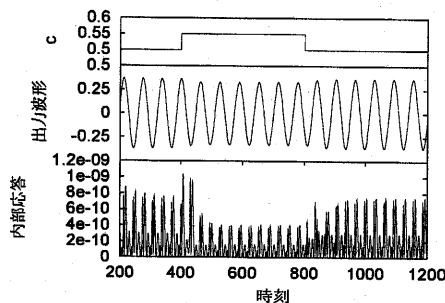


$a=0.0$



$a=1.0$

Fig. 3 時間的変化を手段とした抽出結果



$a=11$

Fig. 4 時間的変化を手段とした抽出結果

4. 結 言

今回のシミュレーションでは非線形のシステムに通常のカルマンフィルタを用いた場合でも、時間的変化に対応した内部応答の変化を抽出する範囲があることがわかった。以上の結果から非線形性が強くない場合においては、簡易な異常検出ならば拡散カルマンフィルタを用いずとも通常のカルマンフィルタで異常検出を行うことができる一例を明らかにした。

5. 参考文献

- [1] 佐藤啓仁・吉田勝俊・館野学・雨宮靖・池添美代子、カウンタ・ローリングの同定 (カルマン・フィルタによる特徴抽出), 日本機械学会論文集 (C 編), 66 巻 651 号, (2000).