

207 多入力多出力非最小位相系に対するモデルフィードバック制御の補償器のクラスに関する一考察

A study on the class of model feedback controllers for multiple-input/multiple-output non-minimum-phase system

○学 柄澤 侑利 (群馬大学), 学 関野 文規 (群馬大学大学院), 学 干川 達也 (群馬大学大学院),
正 萩原 隆明 (群馬大学大学院), 正 山田 功 (群馬大学大学院)

Yuuto KARASAWA Gunma University, 1-5-1 Tenjincho, Kiryu, Gunma
Fuminori KANNO Graduate school of Engineering, Gunma University, 1-5-1 Tenjincho, Kiryu, Gunma
Tatsuya HOSHIKAWA Graduate school of Engineering, Gunma University, 1-5-1 Tenjincho, Kiryu, Gunma
Takaaki HAGIWARA Graduate school of Engineering, Gunma University, 1-5-1 Tenjincho, Kiryu, Gunma
Kou YAMADA Graduate school of Engineering, Gunma University, 1-5-1 Tenjincho, Kiryu, Gunma

Key words: Model Feedback Control System, Multiple-input/multiple-output, Non-minimum-phase system, Parameterization, Strongly stabilizable

1 まえがき

モデルフィードバック制御系は, Narikiyo and Izumi により提案された制御系設計法である [1]. 不確かさの存在のもとで安定性の保証, 感度関数の成形にすぐれた制御系設計法の一つである. モデルフィードバック制御系には構造的な制約があり, 補償器のクラスが小さく保守的な制御系しか設計できない可能性がある. Yamada et al. は, モデルフィードバック制御構造を採用したとしても補償器のクラスが小さくならなければならないことを示し, 安定性が保証されフィードバック特性を陽に指定するモデルフィードバック制御系の設計法を提案した [2]. さらに Yamada et al. は, 多入力多出力非最小位相系について検討している [3]. しかしながら, 非最小位相系に対するモデルフィードバック制御系については検討していない.

本稿では, 多入力多出力非最小位相系に対するモデルフィードバック制御系の補償器のクラスについて検討する.

2 モデルフィードバック制御系

Narikiyo and Izumi により提案されたモデルフィードバック制御系は, Fig. 1 で表される [1]. ただし, $G(s) \in R^{p \times p}(s)$ は

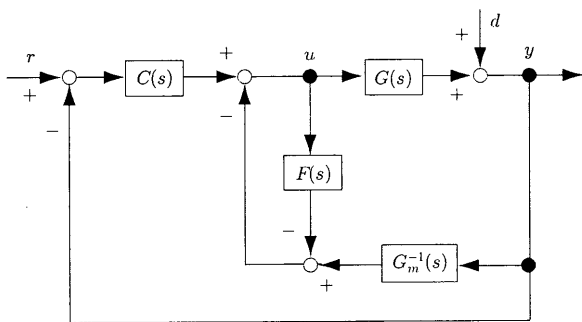


Fig. 1: Model Feedback Control System

真にプロパーな制御対象, $G_m(s) \in R^{p \times p}(s)$, $C(s) \in R^{p \times p}(s)$, $F(s) \in R^{p \times p}(s)$ は補償器, $r \in R^p$ は目標入力, $u \in R^p$ は制御入力, $y \in R^p$ は観測出力, $d \in R^p$ は外乱とする. さらに, $G^{-1}(s)$ が強安定化可能, すなわち, $G^{-1}(s)$ を安定化する補償器が存在すると仮定する.

Narikiyo and Izumi は, 補償器 $G_m(s)$, $C(s)$, $F(s)$ をそれぞれ, $G_m(s)$ は制御対象周, $C(s)$ は制御系全体の特性を指定する補償器, $F(s)$ は r から u までの伝達特性を安定にする補償器と位置づけている. モデルフィードバック制御系には, $G_m(s)$ を制御しやすい系に指定し, モデルフィードバック制御系を構成することで, 元の制御対象 $G(s)$ を外乱のない制御しやすい系に変換することができ, 補償器 $C(s)$ を簡単な補償器に選ぶだけで良好な制御特性を得ることができるという特徴がある. しかし, 制御系全体の制御特性から見ると, それぞれの補償器が果たすべき役割には, いくぶん曖昧さが残る. なぜなら, 目標入力特性, 外乱抑制特性, 感度特性, 相補感度特性はすべて, $G_m(s)$, $C(s)$, $F(s)$ の関数であり, 独立に指定することが困難であるからである. 制御系全体の制御特性と補償器の役割を明確にするためには, 制御構造がシンプルな方が望ましい. そのため, Fig. 1 の制御系から外側のループと補償器 $C(s)$ を取り除いた Fig. 2 の制御構造を採用する. この Fig.

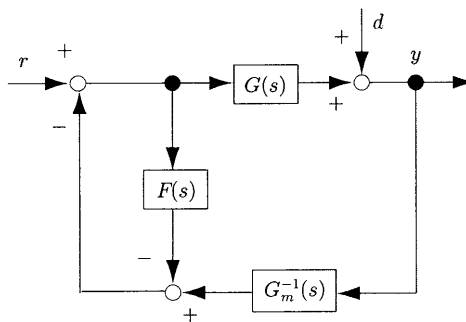


Fig. 2: Simple Model Feedback Control System

2 の制御構造で制御対象 $G(s)$ を内部安定化する補償器のすべてが表現できるのであれば, フィードバック特性を指定する目的に対しては, Fig. 2 の制御系を採用することで十分である.

本稿では制御系全体の制御特性と補償器の役割を明確にするため, Fig. 2 のモデルフィードバック制御系と安定化補償器のパラメトリゼーションの関係を明らかにすることを目的とする. 本稿では特に非最小位相系に対する安定化補償器のパラメトリゼーションとモデルフィードバック制御系の関係を検討する.

3 パラメトリゼーションとモデルフィードバック制御系の関係

ここでは、真にプロパーな非最小位相系に対するプロパーな安定化補償器のパラメトリゼーションと Fig. 2 のシンプルモデルフィードバック制御系の関係について検討する。制御対象 $G(s)$ は $\text{rank } G(s) = p$ を満足し、 $G^{-1}(s)$ が強安定化可能である真にプロパーな非最小位相系であるとする。このとき、

$$\begin{cases} y = G(s)u \\ u = -C(s)y \end{cases} \quad (1)$$

の制御系が内部安定であるための必要十分条件は、補償器 $C(s)$ が

$$C(s) = (I + \bar{C}(s)K(s))^{-1} \bar{C}(s) \quad (2)$$

$$\left(\det \left\{ \lim_{\omega \rightarrow \infty} (I + \bar{C}(j\omega)K(j\omega)) \right\} \neq 0 \right)$$

で表されることである [3]。ただし、 $K(s) \in RH_{\infty}^{p \times p}$ は $G(s) + K(s)$ を最小位相系とするバイプロパーで安定な実有理関数であり、 $\bar{C}(s)$ は

$$\bar{C}(s) = Q^{-1}(s) - (G(s) + K(s))^{-1} \quad (3)$$

と記述される。また、 $Q(s) \in RH_{\infty}^{p \times p}$ は 0 でないバイプロパーで安定な実有理関数である。補償器として (2) 式の $C(s)$ を用いたとき、(1) 式の制御系は、Fig. 3 のように表される。

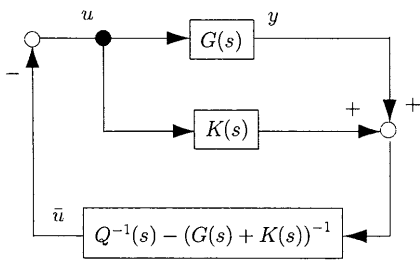


Fig. 3: The internally stable unity-feedback control system

Fig. 3 の制御系と Fig. 2 で表されるモデルフィードバック制御系の関係を明らかにするために、つぎの定理を用いて、Fig. 3 で表されるブロック線図を等価変換することを考える。

定理 1 任意の $Q(s) \in RH_{\infty}^{p \times p}$ に対して、

$$Q(s) = Q_1(s)(G(s) + K(s)) + Q_2(s) \quad (4)$$

の分解が常に可能である。ただし、 $Q_1(s) \in RH_{\infty}^{p \times p}$ 、 $Q_2(s) \in RH_{\infty}^{p \times p}$ である。また、(4) 式を満足するすべての $Q_1(s)$ 、 $Q_2(s)$ は、

$$\begin{bmatrix} Q_1(s) & Q_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & Q(s) \end{bmatrix} + L(s) \begin{bmatrix} \bar{D}(s) & -(\bar{N}(s) + \bar{D}(s)K(s)) \end{bmatrix} \quad (5)$$

と表される。ただし、 $L(s) \in RH_{\infty}^{p \times p}$ は任意の関数であり $\bar{N}(s) \in RH_{\infty}^{p \times p}$ 、 $\bar{D}(s) \in RH_{\infty}^{p \times p}$ は、 $G(s)$ の RH_{∞} 上の右既約因子、 $\bar{N}(s) \in RH_{\infty}^{p \times p}$ 、 $\bar{D}(s) \in RH_{\infty}^{p \times p}$ は、 $G(s)$ の RH_{∞} 上の左既約因子であり、

$$G(s) = N(s)D^{-1}(s) = \bar{D}^{-1}(s)\bar{N}(s) \quad (6)$$

を満足するものとする。 ■

(証明略)

$Q(s)$ を (4) 式のように分解したとき、Fig. 3 の \bar{u} は、

$$\begin{aligned} \bar{u} &= (Q^{-1}(s) - (G(s) + K(s))^{-1})(y + K(s)u) \\ &= \{Q^{-1}(s)(I - Q_1(s))(G(s) + K(s)) - Q^{-1}(s)Q_2(s)\} \end{aligned} \quad (7)$$

と書き直すことができる。したがって、 \bar{u} が不変であるように Fig. 3 を Fig. 4 のように等価変換できる。ただし、Fig. 4 の

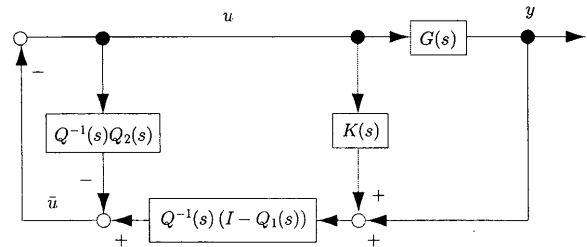


Fig. 4: Simple Model Feedback Control System for the strictly proper system

制御系が well-posed であるために、 $\det Q_1(s) \neq 0$ を仮定する。ここで、 $Q(s)$ がバイプロパーであるので、 $Q^{-1}(s)(I - Q_1(s))$ と $Q^{-1}(s)Q_2(s)$ がともにプロパーになることに注意する。Fig. 4 において、

$$(I - Q_1(s))^{-1} Q(s) = G_m(s) \quad (8)$$

$$Q^{-1}(s)Q_2(s) + Q^{-1}(s)(I - Q_1(s))K(s) = F(s) \quad (9)$$

とおくことにより、Fig. 4 の制御系は Fig. 2 の制御系と等価になる。したがって、Fig. 2 のモデルフィードバック制御構造を採用したとしても補償器のクラスが狭くはならないことが示された。

4 あとがき

本稿では、Yamada et al. の結果を拡張し、多入力多出力非最小位相系に対する安定化補償器のパラメトリゼーションとモデルフィードバック制御系の関係を検討した。

参考文献

- [1] T. Narikiyo and T. Izum, "On model feedback control for robot manipulators", *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 113, pp.371-378, 1991.
- [2] K. Yamada, T. Moki and Y. Funami, "A Study on the class of controllers in Model Feedback Control", *Transaction of the Japan Society of Mechanical Engineers*, 69-681, pp.1267-1273, 2003(in Japanese).
- [3] K. Yamada, H. Yamamoto and L. Nan, "Relation between model feedback control systems and the parameterization of MIMO plants", *Proceedings First International Conference on Innovative computing Information and Control*, 4-12, pp.3329-3340, 2008.