教育情報における繰り込み概念の意味

吉田　裕午

数理や情報科学の進展に伴い、情報で得られた知識が旧来の分野に多大の影響を及ぼしている。教育情報コースなど情報を教育に活かす意味もその点に求められる。再帰構造にみる思考法は、繰り込み概念というはば広いものの見方につながっている。そのグラフ表示や視覚化によってさらに把握、活用しやすい概念になる。いくつかの例題により、その持つ意味について考える。

キーワード：繰り込み概念、トップダウン思考、創造性、横断性、心理的時間、協同現象、オープンシステム

1．繰り込み概念とは

端的に言えば、プログラミングの再帰構造を一般的思考の様式に拡張したものだが、発想法や教育においても様々な応用のできる重要な概念である。最初にひらめいた者には明らかなものであっても伝えにくかった事柄を視覚化やプログラミングの再帰的記述によって明示できる。情報教育の横断性（専門性に交わるもの）の重要性については同様の表現で述べられてきているが、繰り込みの持つ目的指向、変分原理的発想法は単なるマニュアルや、功利的発想を越えて創造的、生産的である。

2．教育におけるいくつかの例

調理カード

「料理は一番の情報処理」との言葉もある通り、材料を吟味し、手順・道具を最適にアレンジし、人を喜ばせ満足させる。レシピと呼ばれる材料や調理法をカードにまとめたものも繰り込み構造を意識して作ると初心者にもわかりやすい。別々に作ったものを混ぜ合わせ、盛りつけ、配膳したりしてゆく。各部分の調理法には似た方法が多いので、情報を組み合わされたカードのように繰り込み的に整理するとよい。［1］

絵画指導

三原色による指導を通し、色が多すぎたり、境界線を引きすぎて本質や全体が見えなくなる反省から、色のグラデーションやペイント系に関心を向け、書かれるものにその成長や意味を繰り込んでいく。それによって、感動を閉じ込め、見ている人に豊かに開放することができる。ドゥロウ系の切取りや塗りつぶし的手法に反省を求めている。［2］

パズル

ジグソーパズルも部分が有機的に結合し、全体を構成することで繰り込みである。急にひらめいて、あるピースがどこに当てはまるかわかるのは、色のグラデーションや形という記憶の上手な繰り込みにあるのかも知れない。

後で紐の輪くぐりのパズルの繰り込みを表現してみる。

行事・集団指導

シナリオとアドリブ、劇中劇ではないが特に幼児初等教育にはマニュアル通りでないことが多い。子どもに学ぶという表現もよくされている。

ノーマライゼーションの意味でも教科のカリキュラム以上に生きることに教育の意味が繰り込まれている。命令ばかりの先生では・・・との意見は繰り込み内容の貧弱さを見透かされている感がする。

行事は身近の材料で短時間に手際よく、しかも最大の満足がいくように－－－何か料理と似ている。

教育情報のアイデンティティーは新しい考え方のソースになり、量に裏付けられた質的向上を目指すところにあると思う。当たり前のことではあるが、何が大切なのか様々の場面で判断を間違えず、先を繰り込んだ見通しを与えるものでありたい。

エコロジー

建築物もそうあるべきであるように、森や地球や宇宙も様々のものが交流し、関わりあって調和しており、オープンシステムとしての典型をみることができる。ペースメーカーとしての生物の個体も細胞・組織の物理化学反応の協同現象、他の生物や無機物とのネットワークの中にある。

YUGO Yosida　広島文教女子大学初等教育学科

その他

小学生にはルートや円周率の計算はできないだろうか？企画したり、連携する力はないのだろうか？

子どもの能力や権利について議論や活動があるところだが、トップダウン思考法の開発、オープンシステムの考え方に繰り込みを使うと捉えやすい。

繰り込みとはリノーマライゼーションの訳だが、素粒子論に登場して以来、様々の言葉で表現されてきた捉え方の手法を統一するアナロジーのもととしての意味を持つ。そこでも用いられたグラフ表示は下位構造との関係をはっきりさせる。構造安定性の議論にイメージを与えたカタストロフ理論とはまた違う記述法を与えている。フラクタルはグラフィック分野への応用が著しいが、まだ一部にすぎない。

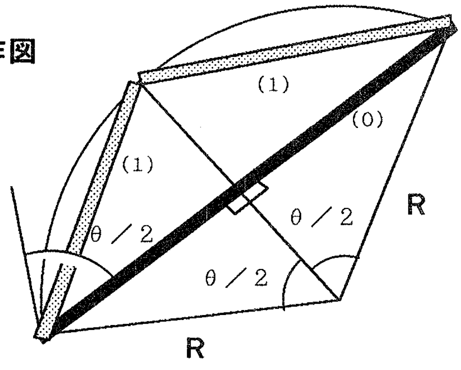
３．繰り込み的発想

楽観的発想法という表現もみられるが、最初と最後に特に注目し、途中は繰り込んで、必要に応じ近似を高めていく方法は楽観的と言えなくはないが、考えてみれば理論にしても写真にしても、あるスケールでしか正しくはない。もっともらしく権威づけられているだけである。むしろ、すべてできあがり、クリアに記述されているという微分的考えの方が発展性を妨げ、結果を不安定にしかねない。

簡単な図形でその発想法を追ってみる。弧や円や正多角形を書く時、どう書こうとするだろうか。その本質的なパラメータを発見するまでにはどんなプロセスがあるだろうか。ここに示す例でも、従来のやり方とは距離を感じるが、これは慣れの問題で応用性の面でもパワーがある。弧の最初と最後に注目し、最も把握しやすい概念として弦（直線）をとり、これに弧を繰り込む。手順としては次の近似をどうとるか指定してやるだけでよい。

弧のパラメータとして曲率半径と回転角をとると、次の近似は回転角の半分の弦にすればよい。接線方

弧の作図



向から弧を書く手続きを弧と書き、引数に近似度とストッパーの２つ加えて、ＬＯＧＯ（ｆｉｎｄｏｕｔ版）で書くと

```
TO 弧 :n :m :R :T
  IF :n>=:m [right :T/2 forward 2*:R*sin(:T/2)
            right :T/2 stop]
  弧 :n+1 :m :R :T/2  弧 :n+1 :m :R :T/2
end
```

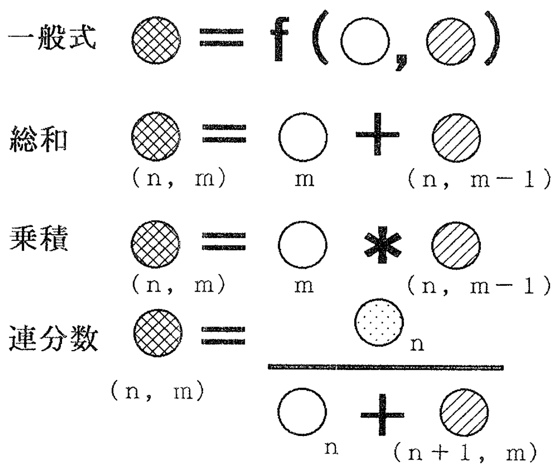
と極めて簡潔に表現でき、正多角形と円の関係も連続的に把握できる。sin に抵抗があれば、近似値を利用すればよい。このあたりの試行錯誤は視野の内である。花びらや花もＬＯＧＯで楽しく書けるが、始めと終わりをきちんと整理しておくと応用も容易である。

```
TO 花びら :R :T
  left :T/2      弧 0 3 :R :T
  right 180-:T  弧 0 3 :R :T  right 180-:T/2
end

TO 花 :R :T :N
  repeat :N[花びら :R :T right 360/:N]
end
```

（ただし、弧の近似は３次、：Ｎは花弁の数。）
色など付ければ、さらに楽しいものになるだろう。

さて、再帰構造は数式の中にも沢山ある。総和、乗積、連分数、漸化式、積分方程式、等々。

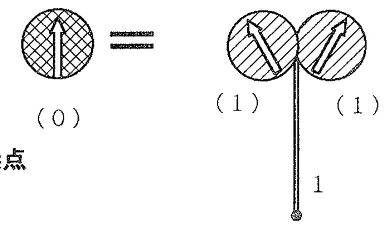


（括弧内は下限、上限を、斜線は繰り込みを示す。）

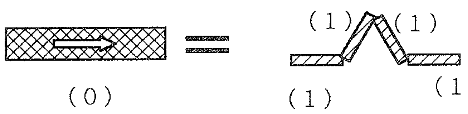
右辺を左辺より繰り込み度の大きくない繰り込みと白丸でかいた把握できる要素にほぐす手順さえ記述すれば、後は自動的に解けていく。漸化式や複素数列も同様に扱え、数値計算と理論を組み合わせるシナジェティック手法も有効である。

また、成長方向、回転方向（スピン）や色などの属性を点、線、面などの基本図形に繰り込むこともできる。よくある例を繰り込み表示すると

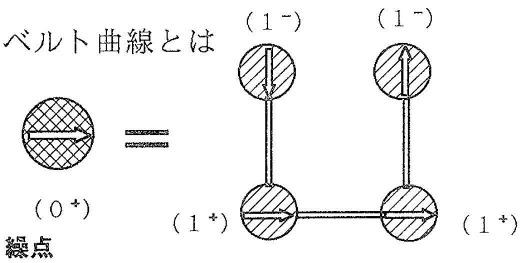
木とは



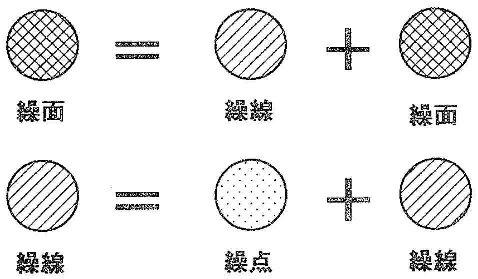
コッホ曲線とは



ヒルベルト曲線とは



紋様とは



蔓状周期図形とは

長さの周期性で切ったり、並進操作などで端をなくする。

（繰のつくものは繰り込みがあることを意味し、上添字の＋－は回転方向属性、括弧内は繰り込み次数を示す。）

4．心理的時間

同じ１分でも緊張していると長く感じられたり、１日でも朝、昼、夜やバイオリズムがあり、１年も春夏秋冬、暑さ寒さも繰り込まれて、一生にはその人の人生が繰り込まれる。今の自分は人類の歴史の繰り込まれた形態という見方もできる。時空では世代で成長する木のように生命のネットワークをイメージすることもできる。すべては捨象されたかのように振る舞うこともあるが、喜怒哀楽の中にも生の時、死の時が支配している。人間は死をリニアに近いものとして捉えることもできる。スケーリングと変分原理的発想で簡単な発展方程式を見直してみる。

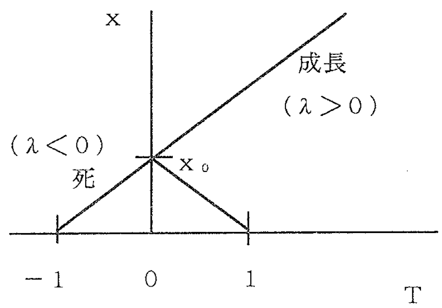
まず、線形１階微分方程式であるが、

$\frac{dx}{dt} = \lambda x$ の解は $x = e^{\lambda t} x_0$ だが、

$T = e^{\lambda t} - 1$ とおくと $x = (T+1)\, x_0$

と書ける。（x_0 は $t=0$ での値）

何の変哲もない式に見えるが、グラフで繰り込み的にみると



となり、時間のスケーリングにより成長や死といった心理的時間を繰り込むことができる。

崩壊や死はマイナスに進む時間で－１で終わる。

定義を逆符号にすると１で終わる。

$\frac{d}{dt} x = A x$ という線形２階微分方程式の解は行列Ａの固有値を α，β として

$$e^{At} = \frac{(A-\beta E)\, e^{\alpha t} - (A-\alpha E)\, e^{\beta t}}{\alpha - \beta}$$

だから、$T_1 = e^{\alpha t} - 1$，$T_2 = e^{\beta t} - 1$

という２つの時間でみた射影とみることができ、

$x = (P_1 T_1 + P_2 T_2 + E)\, x_0$ と書ける。

ただし、x，x_0 はベクトル、P_1，P_2 は射影の、Ｅは単位の行列である。

２つの異なる実固有値の場合は領域を４つに分けて考えられて、１階の拡張になっている。

固有値が共役複素数になる時は周期性を生じる。

$\alpha,\ \beta=\lambda\pm i\omega$ として、e^{At} は

$\left((A-\lambda E)\dfrac{\sin\omega t}{\omega}+E\cos\omega t\right)e^{\lambda t}$ となり

$\omega t=2\pi n$ （nは整数）でみると1階と同様で回転部分の自由度と時間が繰り込まれているとみなされる。

$\omega=0$ の極限では

$((A-\lambda E)t+E)\,e^{\lambda t}$ となり、並進と1階の変化が組合わさっている。

高階の場合も線形ならその階数の時間を使って擬似的に時間に線形に解を表現できる。

成長するモードは固有値の実数部の大きい時間の射影方向の成分である。

参考に自然放射性元素の崩壊をみると、3階なら、

$$\frac{d}{dt}N=\begin{bmatrix}\lambda_1 & 0 & 0\\ -\lambda_1 & \lambda_2 & 0\\ 0 & -\lambda_2 & \lambda_3\end{bmatrix}N$$ となり、

固有値は $\lambda=\lambda_1,\ \lambda_2,\ \lambda_3$ だから、

$T_1=e^{\lambda_1 t}-1$ 等々となるが、崩壊なのでマイナスで絶対値の一番小さいものが残り、それを λ_1 とすると、その射影行列は

$$P_1=\frac{(A-\lambda_2E)(A-\lambda_3E)}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_1-\lambda_3)}$$

$$=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1} & 0 & 0\\ \dfrac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)} & 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$\fallingdotseq\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} & 0 & 0\\ \dfrac{\lambda_1}{\lambda_3} & 0 & 0\end{bmatrix}$$

となり、放射平衡の式

$$\lambda_1N_1=\lambda_2N_2=\lambda_3N_3$$

が得られる。

この系列は伝達やトップダウン式命令系統のモデルにもなるだろう。ゆっくりした上位のペースメーカーによって全体のリズムが決定されている。

手際の悪い所に仕事が溜っているのは当然か。

次に非線形で飽和を示す例としてよくあげられるロジスティック曲線を繰り込みで考えてみよう。

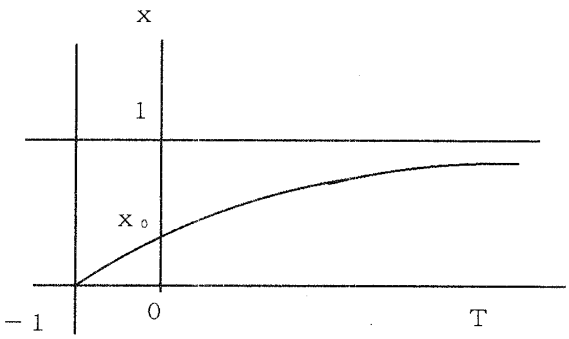
適当に規格化すると次のような微分方程式になる。

$$\frac{dx}{dt}=(1-x)\,x$$

$T=e^{t}-1$ とスケーリングすると、

$$x=\frac{T+1}{T+\dfrac{1}{x_0}}=1-\frac{\dfrac{1}{x_0}-1}{T+\dfrac{1}{x_0}}$$ となるが、

これは、反比例のグラフの一部である。



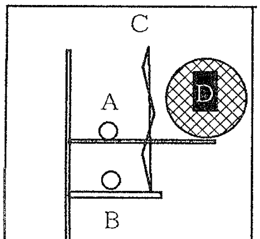
この繰り込みは立上りの遅い現象について、長い目でみるということに対応している。あるいは、わずかの変化も見逃さないするどい観察とも表現できる。未来の結果が予想できる場合は、傍目には急激な変化であっても当事者には当然の滑らかな変化であることもあるだろう。

5．遊びと繰り込み

初等教育においても生活科や合科の重要性が指摘されてが、繰り込みは切捨てでなく混ぜ合わせから生まれる。

難しいとされる円周率やルートの計算さえ図形、パズルなどからひらめくパスがある。

その路を発見する眼と仕掛作りが指導者の基本であろう。



紐Aが輪Cをくぐって、Dを回って紐Bの状態になる。Dは上部の輪の繰り込みを表現。

参考文献

［1］料理新事典　ホームレシピセンター編　アドア出版

［2］三原色の絵の具箱　松本キミ子　ほるぷ出版