

対数・指数概念を理解するための 教材ソフトの開発

竹中洵治*1/安藤雅夫*2/稲葉 一*3/森 幸雄*4/石原敏秀*5

学習者が問題を解く場合、時間をかけて細かい計算をして答えを求めることはできても直観的にその大きさを知る大雑把な計算ができないし、そのようなことを考えもしない。また、数が大きすぎる量、小さすぎる量をイメージ化する対数・指数的感覚が苦手である。さらに身近な現象をとらえる教材は比較的少ない。このことから、今回教材ソフトを一部開発した。また、その教材がどの学習場面に利用できるかを調べた。

<キーワード>対数、指数、理科、教材開発

1. はじめに

学習者が物理の計算問題を解く場合、公式をうまく適用して詳細に正確に解く力はあるが、そもそも問題文が何を意味しているのかとか、答えが得られたことに満足して答えの意味・解釈に注意を払わない傾向がある。

さらに、電卓の普及した結果、処理はできるが有効数字・桁数を考慮していない学習者が多い。

一方、教科書や問題集にのっている問題を検討して見ると、これが本当に日常起り得るのかという問題や中には問題のための問題ではないかという設問を多くみかけられる。

このことから今後、学習者に求められることのひとつは物理量の対数・指数的感覚を養うこと、すなわち概算計算ができる習慣、能力であろうし、身近な現象と問題とを結びつける課題学習を自らできる力であろうと考える。同時に、教師側として現実的で適切な問題設定の教材開発が求められる。

2. 概算計算の具体例

身近な現象の問題で、厳密な計算をしなくても（厳密な計算結果が無意味なこともある）大まかで、納得のいく結果を導き出す教材がある。図1がその一例である。この例のように、生徒は詳しい計算はよいから、現象から大雑把な概略計算ができるとよい。この他、太陽と月の地球からの視差の問題、衛星放送の受信のためのパラボラアンテナの角度の問

題など身近な問題の例は多い。

【問い】 谷間に作られたダムと発電所とを見学した。今これを幅1 km、長さ15 km、深さ50 mのダムと落差100 mの道水管による発電のモデルで考える。人口40万の都市の電力をこのダムでまかなっているとして、ダムの水が全部入れ替わるには何日かかるか。なお、各家庭での消費電力のみを考え、街灯や工場などは考えない。また発電時のロス、送電時のロス等も考えない。

【解】 ダムの全水量Vは、
 $V = 1.0 \times 10^3 \times 1.5 \times 10^4 \times 5.0 \times 10 = 0.75 \times 10^9 \text{ [m}^3\text{]}$
 質量は、 $M = d \cdot V$
 $d = 1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ だから
 $M = 1.0 \times 10^3 \times 0.75 \times 10^9 = 0.75 \times 10^{12} \text{ kg}$
 位置エネルギーが電気エネルギーに転換したとすると、
 $E = 0.75 \times 10^{12} \times 9.8 \times 1.0 \times 10^2 = 0.74 \times 10^{15} \text{ J}$
 一軒で一日に使う平均の電力量は、月約500 kWhとして、30.5日で割ると16.4 kWh/dで、40万人の都市を10万軒とすると、一日の電気の消費量は
 $E' = 16.4 \times 1 \times 10^5 \text{ kWh}$
 $= 1.64 \times 10^6 \text{ kWh}$
 $= 1.64 \times 10^6 \times 3.6 \times 10^6 \text{ J}$
 $= 0.59 \times 10^{13} \text{ [J]}$
 したがって、利用された日数Dは、
 $D = E/E' = 1.25 \times 10^2$
 $= 125 \text{ 日}$

図1. ダムの貯水量と発電量の問題

3. データベース化

身近な量についてその量に関するデータが完備してあると調べるのに大いに役立つ。

また、多くの教科書には、基本定数表として光速、万有引力定数、電子の質量などを載せている。しかし、概算計算のためには光速 $c = 2.99792458 \times 10^8 \text{ m/s}$ よりも $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ の方が適当である。

このようなデータを加工し、データベース

*1 TAKANAKA, Junji: 岐阜高校 *2 ANDO, Masao: 東海女子短大 *3 INABA, Hajime: 中部女子短大
 *4 MORI, Yukio: 学習情報開発センター *5 ISHIHARA, Toshihide: 岐阜教育大

化してあると、非常に便利である。また、そういう教材を日ごろから収集しておく必要がある。その一例を図2に示す。

自動車の質量

普通車(3ナンバー): 1.6~2.0 t
 小型車(5ナンバー): 0.6~1.5 t
 軽乗用車: 0.6 t
 大型トラック: 20 t
 大型トレーラー: 40 t

(すべり) 摩擦係数

	乾燥	湿潤
コンクリート	1.0-0.5	0.9-0.4
アスファルト	1.0-0.5	0.9-0.3
積雪	—	0.5-0.2

1年 = $\pi \times 10^7$ s
 地球の質量: 6×10^{24} kg
 地球の半径: 6×10^6 m
 地球の軌道半径: 1.5×10^{11} m

図2

4. 対数・指数への学習者の理解

大きすぎる量、小さすぎる量などを直観的につかむことは大切なことである。そのため、種々の物理量を図3に示すような数値線で表わしておくといよい。

このような物理量としては、質量、長さ、時間、加速度、密度などがある。

10^4 : エベレスト
 10^3 : 長波
 10^2 : ピラミッド
 10^1 : 恐竜
 10^0 : ミの音の波長
 10^{-1} : ピアノの最高音の波長
 10^{-2} : パチンコ玉、超音波
 10^{-3} : 赤外線
 .
 10^{-10} : 原子
 10^{-15} : 陽子、中性子

図3 長さ(単位メートル)

ところで、この理解の仕方として計算尺の原理を応用するとよい。例えば、陽子の大きさと原子の大きさの比を直観的に把握するには、その2つの比が10の5乗の開きがある。そこで、陽子の大きさをパチンコ玉の大きさと仮定すれば図3で5つ目盛を上へずらした10000mが原子の大きさに対応していることが分かる。

もう一つの工夫は、何かに例えてみることである。よく行なわれる例として地球の歴史を1年とすると人間の誕生は12月31日で

あることなどである。

図4には、ハイパーカードを用いた教材開発の例である。

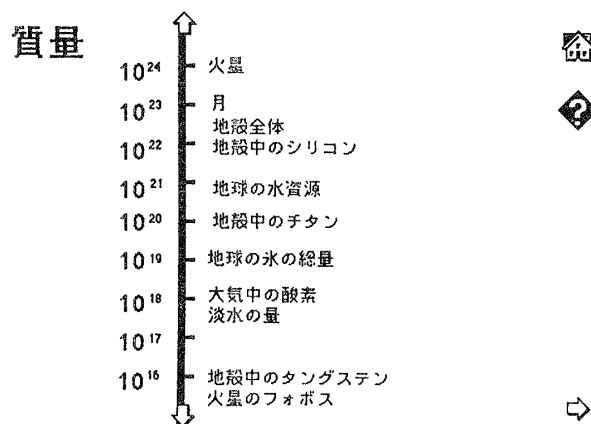


図4 ハイパーカードを用いた教材例

5. 課題学習

平成6年度から高等学校では教育課程が変わり、新教育課程での物理においては探求活動、課題研究が重要視されている。その場合、ただ単にテーマを与えておいて調べておきなさいでは、生徒は何をやってよいのかわからない。かといって微に入り細を穿つ指示・助言を与えては課題研究にならないし、探求活動にもならない。そのためにもこれまで述べた概算計算の方法は、よい課題学習への教材となり、またそれをレポートするデータとなるのであろう。教師は表に出ず、あたかも生徒が調べて研究した形にするには今まで述べてきた方法、あるいはデータベースが必要である。その一例を図5に示す。

【問い】道路の曲り角、ないしは曲線部分での遠心力の危険性について考えてみよう。急な曲り角の手前によく30 km/hの制限の表示がある。つぎの条件での危険性を調べよう。

道路の曲率半径: $r = 30$ m
 自動車の質量: $m = 10^3$ kg
 自動車の時速: $v = 60$ km/h
 タイヤの摩擦力は、 10^4 Nとする。

【解】

車の重量 $W = mg$
 $= 10^3 \times 9.8 = 9.8 \times 10^3$ N

時速 $v = 60$ km/h
 $= 16.7$ m/s

曲り角の遠心力 F は、

$F = m \frac{v^2}{r}$
 $= 10^3 \times 17^2 / 30$
 $= 10^4$ Nとなり、遠心力とタイヤの摩擦力がほぼ同じ大きさとなり横滑りして危険。

図5 道路のカーブにおける危険度