

College Analysis における行列計算と不等式

福井正康^{*1}, 尾崎 誠^{*2}, 北村光一^{*3}

<概要>我々は社会システム分析の教育用に College Analysis を開発してきたが、最近では数学分野への応用を進めている。その中で今回は行列計算と不等式の作画について報告する。行列計算はグリッドに入力した行列データを元に、計算式を用いて関数電卓のように計算する。不等式の描画は、不等式に名前を付けて入力し、それらの論理関係を入力して作画するものである。
<キーワード>College Analysis, 数学, 行列, 不等式

1. はじめに

我々は社会システム分析の教育用に College Analysis を開発してきたが、最近では2次元・3次元関数グラフ、定積分、常微分方程式、幾何アニメーション^[1]など、数学分野でのプログラムを組み込んできた。この報告ではその中で、行列計算^[2]と不等式の領域描画プログラムについて紹介する。

2. 行列計算

College Analysis のメニュー[分析-数学-行列計算]を選択すると図1のような実行メニューが表示される。

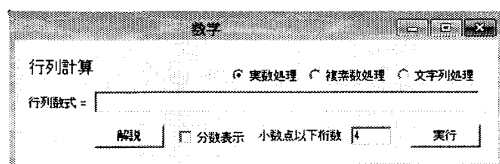


図1 行列計算実行メニュー

行列データは、グリッドエディタに例えば「a3=」のように、行列名を付けて入力する。行列名は必ず後ろに半角の「=」を付け、行列の成分は行列名の右から下にかけて連続的に入力する。空欄が行列の区切りである。図2にデータ入力の例を示す。

ここには、a3, a2, b3, x2, ai, bi という名前の5個の行列が含まれている。行列の成分には単に数字だけでなく、数式や文字列も入力可能である。行列名は小文字と大文字を区別せず、すべて大文字に変換して処理される。

利用者は「行列数式=」のテキストボックスで、グリッドに入力した行列名を含む数式を記述する。例えば「a3-2*imat(3)」として実行ボタンをクリックすると、図3のような結果が

表示される。

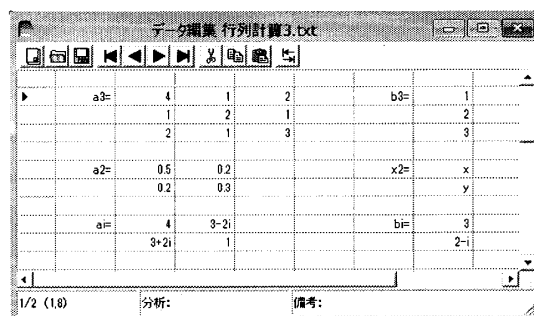


図2 データ入力画面

	1列	2列	3列
1行	2.0000	1.0000	2.0000
2行	1.0000	0.0000	1.0000
3行	2.0000	1.0000	1.0000

図3 「a3-2*imat(3)」計算結果

ここに imat(3)は3行3列の単位行列を表す。

計算式の演算では、スカラー(実数・複素数)同士の加減乗除算、行列同士の加減乗算、行列とスカラーの乗除算(スカラーで割る)が可能である。また関数として扱われるのは、スカラーの College Analysis で標準的に利用できる関数、行列の転置「mt()」、転置共役「madj()」、複素共役「mconj()」、トレース「mtrace()」、行列式「det()」、逆行列「minv()」、固有値対角行列「mival()」、固有ベクトル「mivec()」である。但し、後者2つについては実対称及びエルミート行列のみ対応する。行列の関数で行列式はスカラーとなるが、これも結果が1行1列の行列として表示される。

最後に文字列処理を使って「 $\mathbf{xAx}-1=0$ 」のグラフを描いてみる。計算式を「mt(x2)*a2*x2-1」として文字列処理で表示し、その結果を2次元パラメータ表示関数の陰関数描画に貼り付け、

*1 FUKUI Masayasu : 福山平成大学 e-mail= fukui@heisei-u.ac.jp

*2 OZAKI Makoto : 福山平成大学 e-mail= ozaki@heisei-u.ac.jp

*3 KITAMURA Koichi : 呉工業高等専門学校 e-mail= kitamura@kure-nct.ac.jp

"=0" を付け加えておく (省略してもよい). これを描画すると傾いた楕円が表示される.

3. 不等式グラフ

メニュー[分析-数学-グラフ-不等式グラフ]を選択すると図4のような不等式グラフの実行メニューが表示される.

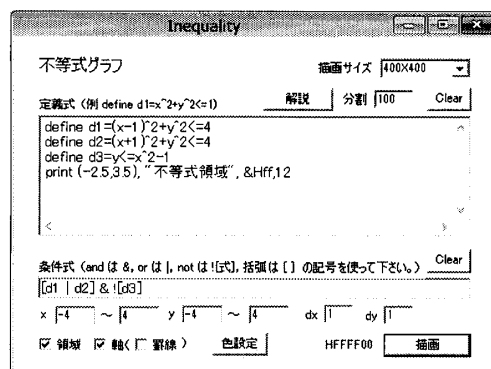


図4 不等式グラフ実行メニュー

メニューは, 定義式の部分と条件式の部分に分かれ, 定義式の部分では不等式が1つずつ名前を付けて定義される. 条件式の部分では, 複数の不等式を使った論理演算式が指定される. ここで条件式で指定された「真」の領域は「色設定」ボタンで選択される色で塗られる.

図4に示される設定で, 「描画」ボタンをクリックすると, 図5に与えられるグラフが表示される.

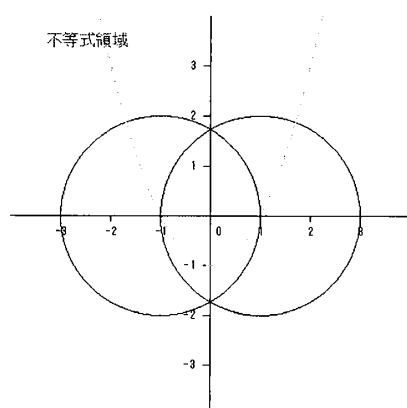


図5 不等式領域グラフ

不等式の名前は以下のように付けられる.

define 名前=不等式 (含等式)

文字列は以下の書式で描画される.

print (x,y,"文字列" [, 色番号, サイズ])

これらは幾何アニメーションと同じである.

条件式の部分の書式は以下である.

条件式の例

[d1 | d2] & ![x^2+y^2<=5]

define コマンドで定義された名前か, 式を直接使う.

論理積は &, 論理和は |, 式の括弧は [] を用い, 否定は ![論理式] である. 境界は「真」の領域に含まれる場合は黒, 含まれない場合はグレーで表示される.

描画される画面サイズは 400×400 から 900×900 まで, 100 刻みで選択できるが, 画面のドットごとに真偽を判定するので, 画面サイズが大きいほどサイズの 2 乗に比例して計算時間がかかる. 画面の下領域は描画範囲を表し, dx と dy は軸目盛の幅を表す. 「軸」チェックボックスは座標軸の表示・非表示を, 罫線チェックボックスは, 座標軸が表示された場合に罫線を描くか否かを決める.

4. おわりに

行列計算のプログラムについて, 参考文献[2]では実行列の計算機能まで作成していたが, 今回はそれを複素数に拡張した. しかしまだ非対称行列の固有値や固有ベクトルには対応していない. これを求めるには, 文字列計算機能を使い, 方程式ソルバーを介した計算になる.

文字列計算機能については, まだ大きな問題が残っている. 例えば, 文字列での計算は行列式には対応しているが, 逆行列には対応していない. さらにその結果は, 数式の簡単化を行っていないため, 表示が見にくく, 扱いにくい. 根本的な解決には数式処理の機能を組み込まなければならない.

不等式の描画では, グラフを例にして説明を行ったが, 軸を非表示にして, 文字列の表示機能を活用すると, プログラムはベン図の表示にも利用できる. 今後は領域による色分けの機能を加えて, 幾何アニメーションへの組み込みも考えている.

参考文献

- [1] 社会システム分析のための統合化プログラム 22 - 幾何アニメーション -, 福井正康, 福山平成大学経営研究, 第 10 号, (2014) 79-104. 及び同じシリーズの論文
- [2] 社会システム分析のための統合化プログラム 23 - 行列計算・自由記述統計・検定の効率化・層別分割表の検定 -, 福井正康・尾崎誠・細川光浩・奥田由紀恵, 福山平成大学経営研究, 第 11 号, (2015) 73.