

DEM

Distinct Element Method

松島 亘 志 (まつしま たかし)

筑波大学 システム情報工学研究科

1. DEM (個別要素法) とは

DEM (Distinct Element Method, 個別要素法) は、砂や礫、粉体などの固体粒子からなる材料 (粒状体) や、コンクリート・亀裂性岩盤などの脆性材料の破壊解析などに用いられる数値解析手法である。本手法の解説は、1990年の技術手帳でも「個別要素法」というタイトルで取り上げられている¹⁾ので、本稿では近年の実務応用への流れも踏まえ、実際の工学問題にDEMを適用する際の技術的なポイントに重点を置いて解説する。

DEMは1971年にCundall (カンドール)²⁾によって提案されたが、その時はDBM (Discrete Block Method) と名付けられ、亀裂性岩盤の崩壊解析を対象とし、要素は2次元の多角形要素であった。その後、接触判定の容易な円形要素を用いて粒状体の解析を行った研究³⁾で、Distinct Element Methodと再定義され、地盤工学の分野にも適用されるようになった。なお、多くの文献では‘Discrete’ Element Methodの略としてDEMを用いているが、これはDistinct Element Methodも含む、もっと広い枠組を指す言葉と認識されている⁴⁾。

また、物理学の分野ではMolecular Dynamics (MD, 分子動力学) 法の一つとして括られることも多い。これは、最も初期のMDにおいて弾性円盤モデル (せん断成分なし) などが用いられていた⁴⁾事による。

日本ではDBMの和訳として「離散剛要素法⁵⁾」、Distinct Element Methodの和訳として「個別剛体要素法⁶⁾」、「個別要素法⁷⁾」、Discrete Element Methodの和訳として「離散要素法⁸⁾」などが用いられている。

2. DEMの計算手法

DEM (Distinct Element Method) において、それぞれの要素 (粒子) は空間的な大きさを持った剛体であり、その運動は、並進および回転の運動方程式を差分法で解くことにより得られる。二つの粒子が接触したと判定されたときには、接触点での作用を法線方向と接線方向に分解し、それぞれにフォークタイプのパネ-ダッシュ

注) Cundallが創業者のひとりであるItasca社の商用DEMコード3DECのマニュアルによれば、Discrete Element Methodは「離散的な物体群の接触と分離を自動解析し、物体群の有限並進および回転変位を計算できる手法」、‘Distinct’ Element Methodは「(パネ-ダッシュポット-スライダモデルによって) 接触点の変形を表現し、粒子運動を陽的な時間積分によって解き進める手法」としている。

ポットモデルを用い、更にスライダおよびディバイダー (分離器) で接続したモデルによって表現する (図-1)。接触している間、パネの伸びは累積されて反力が計算される。ダッシュポットの応答は、接触点における相対速度成分から求められる。また、法線方向力に対する接線方向力の比が、要素間摩擦係数を超えた場合、スライダが滑動し、パネとダッシュポットの力と変位は再配分される。

近年のコンピュータ性能の進歩により、数万~数十万要素を用いたDEM解析も珍しくなくなってきている。そのような大規模DEMの計算時間を主として支配するのは接触判定アルゴリズムである。単に N 個の要素同士の総当たりの接触判定を行うと、演算数は要素数の自乗に比例して大きくなるため、要素数の増加に伴って極端に計算時間が長くなる。一方、解析領域に等サイズセルを設定し、各要素がどこのセルに含まれるかという情報を基に接触可能な要素候補を選定する探索法が提案されている。これを用いると、特に要素サイズがそろっている場合には、各セル内の格納要素数を少なくでき、計算時間の増大を抑えられる。しかし良配合材料の場合には、その効果が少なくなるため、セルのサイズを可変にするなど、他のアルゴリズムが必要となる。そのような接触判定の最適アルゴリズムについては、計算機科学の分野で多くの研究がなされている。

3. DEMにおけるパラメータ設定

DEMにおいては、FEMのように構成モデルを与える必要がない代わりに、接触点での物性値 (図-1) を与える必要がある。まず、接触パネの物性に関しては、弾性球同士の微小変形接触理論 (Hertz理論) から導くことができる⁹⁾。ただし、接線方向のパネ係数の設定には、法線方向と同じ単純なものから、要素間摩擦係数を含むMindlinモデルまで、いくつかのバージョンがある。

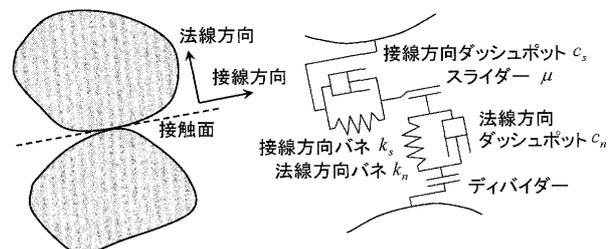


図-1 DEMの接触モデル

ダッシュポットの粘性係数は、法線方向に関しては、非弾性体の反発係数から導くことができ、接線方向に関しては、「法線方向と同じ反発係数」などとする事が多い。ただし、反発係数は粒子が衝突する動的現象に対する物性値であり、地盤のように土粒子が準静的な釣合い状態を保ちながら変形するような場合にも有効であるかは疑問もある。また、砂質土の繰返し載荷試験では粘性（振動周波数依存）の効果がそれほどない、という報告もあることから、そのような解析では、不要な高次振動を減衰させ計算を安定化させるという目的から、接触点マス-バネ-ダッシュポット系における臨界減衰の値で設定するケースも多い。

要素間摩擦係数 μ は、接触面での微細な凹凸の影響も含まれるため、理論的に求めることは難しい。土粒子間摩擦の場合には実験データなどを基に $\mu = 0.5$ 程度の値が用いられることが多い。

時刻刻みに関しては、波動方程式の差分法における安定性条件（クラン条件）から決めることが多いが、粘性減衰が含まれる場合には、異なった理論式となる。いずれにせよ、要素接触点でのバネ係数を上述のように土粒子や岩盤の剛性から求めると、時刻刻みは非常に小さく取らなければならない、実務応用への障壁になる。一定拘束圧下でのせん断や岩塊が斜面を滑り落ちる運動など、弾性振動が現象の支配的要因とならない問題では、バネ係数が解析結果に及ぼす影響が小さい。したがって、いたずらに物性論から組み上げるのではなく、現象を理解した上で適切にパラメータ設定をするといった工学的判断も重要となる。

また、実務で DEM を用いる場合には、多くの場合、現地計測によって得られる N 値や V_s , c , ϕ 等のマクロな物性値に合うように接触点物性を決める必要がある。粘着力に関しては、上述の接触バネに加えて、引張りに抵抗するバネを新たに設定することが行われる。一方、 ϕ に関しては、粒子間摩擦角のほか、粒度、粒子形状、間隙比とその異方性、粒子の破碎性などの様々な要因が絡んでくるため、要素試験の解析を行い、そこから逆同定するケースが多い。しかし、円要素や球要素を用いた解析では、粒子間摩擦角をいくら大きくしても ϕ が増加しないという問題（要素形状効果）もある。これに対処するために、接触点に回転抵抗を設定したり、複数の円・球要素を接合したり（クランプ要素）、多角形、多面体要素を用いる、といったことが行われる。

4. DEM の今後

材料を粒子の集合と考え、それらの相互作用を解くことによって材料の巨視的な力学挙動を再現できる、という考え方は、物理学の自然な流れといえる。DEM の場合には、工学の対象となる構造のスケールに対して一段

小さなスケール（固体粒子や単位岩塊のスケール）を考えることによって、比較的単純なモデルから複雑な現象を表現することを目指したものであるが、これまでの多くの解析例は定性的な評価に留まっており、FEM などのように「実務に使える」レベルには到達していなかった。これは、上記の微視構造スケールに対する詳細なモデル化が、計算機能力の限界に阻まれていたことによる。勿論、土粒子一粒一粒をモデル化して地盤モデルを作成することは非現実的であるが、粒子のサイズ効果や形状効果、破碎効果などの物性を、限られた計算資源の中でいかに適切に取り込むか、という部分のノウハウの蓄積が求められている。

DEM が対象としている大変形問題や破壊問題は、マクロな物性がドラスティックに変化する、本質的に難しい問題である。このことを理解した上で、その変化を自然に表現できる DEM を正しく評価し、その適切な使い道を考えるときに来ている。

個別要素法の入門書としては文献(10), (11)などがあり、また粒状体力学に関する理論書としては文献(12)などがある。

参考文献

- 1) 木山英郎：個別要素法，技術手帳，土と基礎，Vol. 38, No. 4, pp. 98~99, 1990.
- 2) Cundall, P. A.: A computer model for simulating progressive, large-scale movements in blocky rock systems. *Proc. Symp. ISRM*, Nancy, France, 2, pp. 129~136, 1971.
- 3) Cundall, P. A., STRACK, O. D. L.: A discrete numerical model for granular assemblies, *Geotechnique*, Vol. 29, No. 1, pp. 47~65, 1979.
- 4) Alder, B. J., Wainwright, T. E.: Phase transition in elastic disks, *Physical Review*, Vol. 127, No. 2, pp. 359~361, 1962.
- 5) 木山英郎・藤村 尚：カンドルの離散剛要素法を用いた岩質粒状体の重力流動の解析，土木学会論文報告集，No. 333, pp. 137~146, 1983.
- 6) 大西有三ほか：個別剛体要素法（Distinct Element Method）とその岩盤工学への適用について，第14回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集，土木学会，pp. 51~55, 1982.
- 7) 伯野元彦：粒状体の運動 —数値シミュレーション—，地学雑誌，Vol. 98, No. 6, pp. 806~814, 1989.
- 8) 川口寿裕・田中敏嗣・辻 裕：離散要素法による流動層の数値シミュレーション（噴流層の場合），日本機械学会論文集（B編），Vol. 58, No. 551, pp. 79~85, 1992.
- 9) Johnson, K. L.: *Contact mechanics*, Cambridge University Press, 1985.
- 10) 伯野元彦：破壊のシミュレーション —拡張個別要素法で破壊を追う—，森北出版，1997.
- 11) 粉体工学会編：粉体シミュレーション入門—コンピュータで粉体技術を創造する，産業図書，1998.
- 12) Oda, M., Iwashita, K. editors: *Mechanics of Granular Materials —An Introduction—*, Balkema, 1999.

(原稿受理 2009.5.17)