

說

無理して“結果”を合わせないこと—信頼性を意識した数値解析へ

Efficiency of Reliability-oriented Numerical Analysis in Geotechnical Engineering

若井明彦（わかい あきひこ）

群馬大学大学院准教授 工学研究科

1. はじめに

数値解析が科学技術のあらゆる分野で現象予測の切り札としてその地位を確固たるものにしたのは、20世紀後半からの電算技術の飛躍的進歩に後押しされたものであるが、地盤工学分野における発展を考える場合、個々の力学現象を記述する構成則や数理モデルの研究がこれに大きく貢献したことは論を待たない。この詳細は例えば文献¹⁾に譲るが、様々な材料や現象を精緻に表現するための解析手法が次々に提案され、それらは多様な技術需要の大部分に応えうるまでに成熟した。今や数値解析の使途は、単一現象の順予測のみならず、設計条件の最適化、逆解析手法の援用による対象の同定など、より広汎な応用目的に拡大している。

一方、実務において数値解析が一般化するにつれて、その取り扱われ方については一層の慎重さが求められている。コスト削減等の事情で調査・試験に割ける費用が制限され、決定根拠が十分でない入力パラメータを数値解析に採用せざるを得ないような場合、予測された結果の信頼度をどのように評価するかは、非常に難しい問題である。予測される結果の精度は、解析の前提条件が現実の状況をどれだけ正確に反映しているかによって大きく変わる。パラメータを適切に決定するために必要な調査・試験について、数値解析の能力に見合った質と量を確保するための努力が今後は強く望まれる。

2. パラメータの不確実性と予測結果

長きにわたる研究の成果として、数値解析に用いられる構成則や数理モデルが精緻化し、実際の土の力学特性をより精度良く再現できるようになり¹⁾、実在対象の単純化（モデル化）に伴う誤差は大幅に低減されつつある。

一方、実在対象そのものが有する不確実性の考慮については、設計上は安全係数等を乗ることで経験的に（あいまいに）処理されている場合が多く、そこに“不搅乱試料の三軸試験から得た定数”と“ N 値から決めた定数”とが混交してしまう背景がある。パラメータの不確実性が解析結果に与える影響について検討した事例を紹介しながら、この点について簡単におさらいしてみたい。

2.1 不均質な土からなる盛土の地震時沈下量^{2),3)}

入力パラメータの不確実性ないしバラツキの程度は、そのパラメータを決定する際に用いた個々の調査・試験法の有する精度や適性に関連する。また、そもそも対象材料そのものが空間的に不均質（図-1）なため、限られた標本の物性（の平均値）を全体の代表値として取り扱うと、それに伴う誤差も当然発生する。本事例ではこれらを考慮するため、不確実性を有するパラメータで地盤物性をモデル化し、動的弾塑性 FEM (UW モデル⁴⁾)に基づいて地震後の残留沈下量を予測した。モデルの単純化のため、盛土本体を解析対象とし、基礎地盤から盛土に入射する水平地震動をある既定の地震波形とした。

空間的に不均質なパラメータを乱数処理した多数回の試行解析をもとに、解析結果の分布を統計処理して解釈するモンテカルロ・シミュレーション手法に基づき、盛土を構成する土の物性の不確実性（図-2）が地震後の残留沈下量の分布に与える影響を調べた例を図-3に示す。今回は試行回数が100回と比較的少なめであるため、予測された沈下量の分布性状にはやや乱れが見られるものの、最頻値より大きい側の分散が大きいわゆる対数正規分布様の分布に近いことが確認された。

比較のため、同図にはこの確率分布の期待値（算術平均値）の値0.39 mとともに、仮に入力パラメータの空

※寸法は本事例の計算ケース

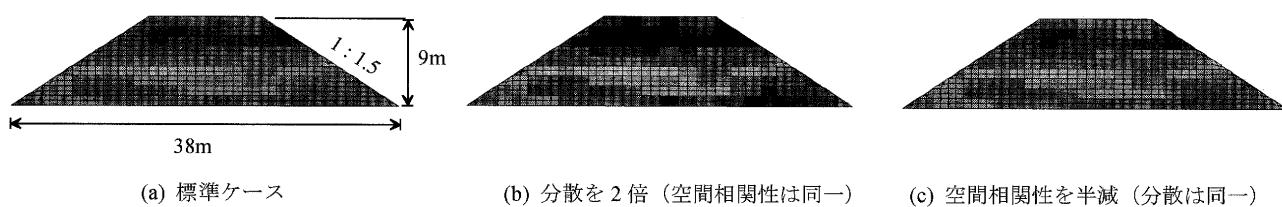


図-1 盛土材料の不均質性のイメージ図（物理量の統計的分散と空間自己相関関数に基づく不均質性の定量化モデル）

総 説

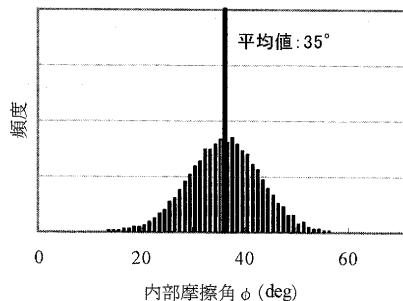


図-2 盛土中の各要素に想定した入力パラメータの統計的分布

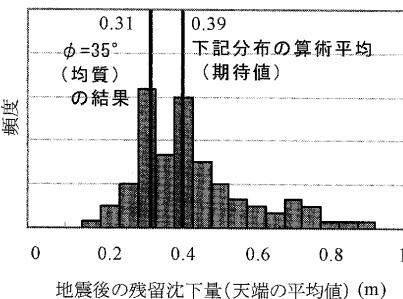


図-3 FEM により得られた地震後の残留沈下量

間的変動を無視（すなわち均質仮定）して、その算術平均 ($\phi = 35^\circ$) の値を採用して盛土内一定値とした場合の予測結果 0.31 m を一緒に図示してある。実は、後者は日常の設計実務で私たちがしばしば適用する手法である。すなわち、適切な調査・試験手法に基づいて材料の平均的な物性を把握し、その条件に基づいて対象が確定論的なモデル化されたことを意味する。もちろん、なされた調査・試験の精度が劣る場合（信頼度の低い経験則等に基づいてパラメータ決定した場合など）には、そのパラメータの値が対象物性の代表値を表していない可能性が高くなり、予測結果の信頼度は著しく低下する。

この図-3において興味深い点は、入力パラメータの統計的平均値 ($\phi = 35^\circ$) を採用した均質仮定の予測結果 (0.31 m) より、不確実性を考慮した予測結果の分布曲線の期待値 (0.39 m)の方が、やや大きめな沈下量となっていることである。こういった問題では、精度の高い調査・試験に基づいたパラメータ（の平均値）を用いたとしても、実際に生ずる現象を図-3のように危険側に予測する傾向があるため、入力パラメータを決定する際に何らかの安全側補正を行うか、性能照査に用いる指標（許容値）をより厳しい側に調整する必要がある。

このような大小関係が成立する理由は、不均質な斜面が残留変位を生ずる際、斜面内により弱い部分を選択しながらすべり機構が進展する（進行性破壊）ことが主な原因であると考えられる。全体積の中で弱点の占める体積の割合以上にその影響がより顕在化しやすいのが、こうした斜面安定問題の特徴と言えそうである。これは入力パラメータに正規分布（図-2）を仮定しているのにもかかわらず、沈下量の分布は対数正規分布的（図-3）になることとも関連していると考えられる。

参考までに、土のパラメータの有する不確実性が半減

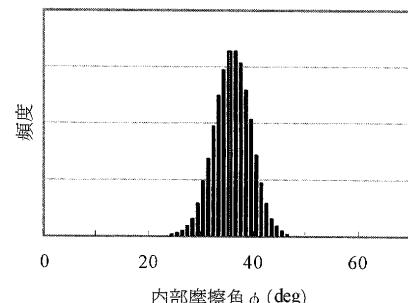


図-4 図-2においてパラメータの分散を半減させたケース

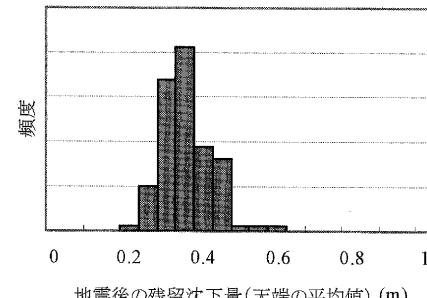


図-5 図-4の場合に得られる地震後の残留沈下量

した場合（図-4）を想定してみると、予測される沈下量の分布性状は図-5のようになる。元のパラメータで得られた図-3の分布性状と比較すれば明らかなように、入力パラメータのバラツキが小さくなれば、必然的に予測結果の分散は小さくなる。ここではパラメータの空間的な不均質性に由来するバラツキを単に不確実性として捉えたが、これをパラメータ自体の信頼性（決定根拠の妥当性）に読み替えて考えれば、数値解析の精度が入力パラメータの精度に大きく左右される理由は自明であろう。繰返しになるが、数値解析の精度を高める一番の早道は、パラメータを決定するために必要な調査・試験を適切に実施することである。

2.2 不均質な粘土地盤上の基礎の圧密沈下量⁵⁾

前項の図-3では、入力パラメータの分布の平均値を採用して確定論的に予測された沈下量が、パラメータのバラツキを考慮して得られた沈下量の分布の期待値よりもやや危険側になる（変位を過小評価する）という例を示したが、すべての問題でこのような大小関係が成り立つわけではないことを指摘しておきたい。

例えば、ある仮想の軟弱粘土地盤上でベタ基礎支持の戸建住宅（図-6）の圧密沈下量を、Cam-clay モデルを用いた土-水連成の弾塑性 FEM により予測する場合を考える。前節と同様のモンテカルロ・シミュレーションを実施して統計処理を施したところ、空間的に不均質な入力パラメータ（粘土の圧縮指数 n など）の平均値を採用して均質仮定とした確定論的な圧密沈下量 (0.088 m) は、不均質な条件で得られた沈下量の分布の期待値とほぼ近い値であった（図-7）。これは、家屋および基礎の作用荷重が地盤全体に分担支持されるため、地盤の局所的な強弱すなわち不均質性の影響が全体として薄められる側の結果になったのではないかと考え

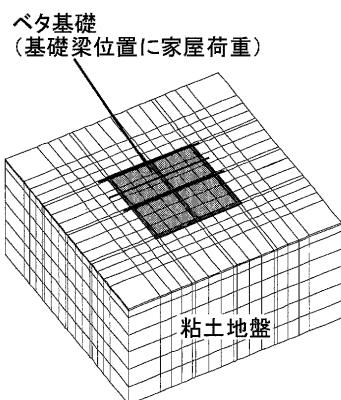


図-6 戸建住宅の圧密沈下の解析（家屋重量は荷重として載荷）の例

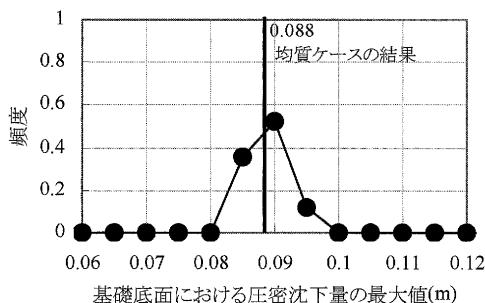


図-7 FEM により得られた基礎底面の圧密沈下量

られる。

3. 完全に合わなくてよい—まとめに代えて

前提条件が不確実である以上、予測される結果も不確実である。実務においては、設計上の許容値を考える際にどの程度のリスクを許容するか（図-8）という思考が必要である。材料の平均的物性に基づいた確定論的な予測結果は、こういった意味では一定の超過確率に対応する分布内の一つの指標に過ぎない。許容されるリスクの大きさに応じて、安全側補正を行うことが肝要である。

ところで、数値解析の結果の良否を論ずる際、再現対象となる現象の実測結果にどれだけ近い結果が得られたかで議論が終始する場合が多いが、上記の思考を念頭に置くと、たまたま実測値と異なる解析結果が得られたと

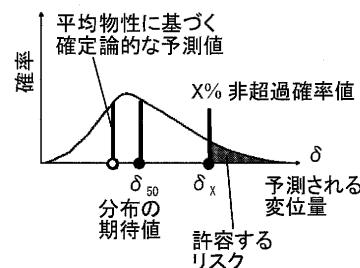


図-8 設計での許容値とリスク、非超過確率

しても、それが結果の不確実性下で許容される範囲内であれば、積極的に肯定されるべきなのではないかと思われる。逆に、予測と実測の偶然の一一致を無条件に受け入れてしまう方が、むしろ工学的には危険であろう。

ある条件の組合せで導かれた予測結果が実測に合わないのであれば、同じ根拠資料に基づいて導かれるあらゆる前提条件の下で、実測に合う予測結果が得られる組合せが“全く”ないのかどうかが、個々の数値解析法の良否を判断する上で重要な材料となりうる。恣意的な判断により予測結果が大きく変動しないように、十分な質量の調査および試験を将来実施すれば、このような予測誤差は次第に低減させることができるであろう。

参 考 文 献

- 1) Murakami, A., Wakai, A. and Fujisawa, K.: Numerical methods, Part II Soils and Foundations—Past, Present and Future, *Soils and Foundations*, Vol. 50, No. 6 [Jubilee Issue] (印刷中), 2010.
- 2) 若井明彦・鶴飼恵三・谷 茂：不均質な土構造物の地震時残留沈下量に関する信頼性設計のための基礎的研究，応用力学論文集，Vol. 8, pp. 663~672, 2005.
- 3) 若井明彦・西村伸一・谷 茂：地盤物性の不確実性が土構造物の地震時残留沈下量に与える影響，第6回構造物の安全性・信頼性に関する国内シンポジウム論文集, pp. 321~326, 2007.
- 4) Wakai, A. and Ugai, K.: A simple constitutive model for the seismic analysis of slopes and its applications, *Soils and Foundations*, Vol. 44, No. 4, pp. 83~97, 2004.
- 5) 若井明彦・田村昌仁・岡野泰三：三次元FEMに基づく住宅の長期沈下予測のための基礎的研究，日本建築学会構造系論文集，第73卷，第626号, pp. 567~574, 2008.

(原稿受理 2010.11.4)