The Japanese Geotechnical Society

寄稿

振動数ごと等価線形法に関する考察

Accuracy of Frequency Dependent Equivalent Linear Analysis

塩 見 忠 彦（しおみ ただひこ）
㈱マインド エンジニアリングディレクター

藤 原 良 博（ふじわら よしひろ）
㈱マインド 代表取締役社長

1. はじめに

地盤の地震応答解析では，等価線形法がよく使われる。この解析結果のスペクトルは高振動数領域の応答が小さくなるため，古くから地表波を求める場合は，高振動数成分を無視することが推奨されている[1)]。

この原因の一つは，等価線形解析の応答が主要振動の大きなひずみ振幅に基づいた減衰で計算されるために，応答に含まれるひずみの小さい高振動成分が，実際より大きな減衰で計算されることにある。

この欠点を補うために，振動数に依存する剛性と減衰を用いる等価線形法が提案されている[2)~4)]。「振動数ごと等価線形法」とでも呼ぶこれらの方法の数理的解釈を試み，解析法の妥当性を考える。

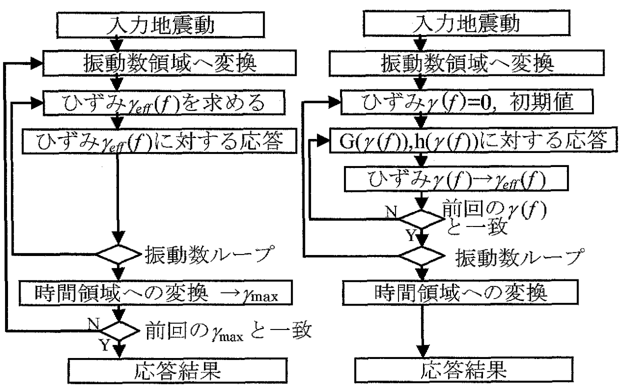
2. 振動数ごと等価線形法

等価線形法では，**図—1** (a)に示すように振動数領域で，有効ひずみ γ_{eff} に対応した剛性・減衰による解析を行う。従来法では γ_{eff} は振動数に対して一定であるが，振動数ごと等価線形法では，振動数 f の関数であるとする。

杉戸ら[2)]は(1)式のように，振動数ごとのせん断ひずみ振幅を最大値で正規化して得られるせん断ひずみ振幅の振動数分布 $\gamma(f)/\gamma(f)_{\max}$ を従来の有効ひずみに掛けて振動数ごとの有効ひずみ $\gamma_{\mathrm{eff}}(f)$ としている（**図—1** (a)）。

$$\gamma_{\mathrm{eff}}(f)=C\gamma_{\max}\frac{\gamma(f)}{\gamma(f)_{\max}} \quad \cdots\cdots(1)$$

ここで $\gamma(f)_{\max}$ は $\gamma(f)$ の最大値，$\gamma_{\max}$ はせん断ひずみの最大値，C は定数（推奨値0.65）である。



(a) 振動数全体で反復計算　(b) 振動数ごとに反復計算

図—1 等価線形法の計算フロー

吉田ら[3)]は，振動数ごとのせん断ひずみと振動数に(2)式の関係があるとし，これにより等価線形解析を行う。

$$\begin{aligned}\gamma_{\mathrm{eff}}(f)&=\gamma_{\max}\ \mathit{for}\ f<f_{\mathrm{p}},\\&=\gamma_{\max}-\gamma_{\max}\left(\frac{\log f-\log f_{\mathrm{p}}}{\log f_{\mathrm{e}}-\log f_{\mathrm{p}}}\right)^{m}\ \mathit{for}\ f_{\mathrm{p}}\leq f\leq f_{\mathrm{e}}, \quad \cdots\cdots(2)\\&=0\ \mathit{for}\ f_{\mathrm{e}}<f\end{aligned}$$

ここで，f_{p} は，ひずみが最大振幅波形の振動数，f_{e}，m は経験値である。振動数 $f_{\mathrm{p}}, f_{\mathrm{e}}$ は地震動に依存し応答ごとに求める（**図—1** (a)）。

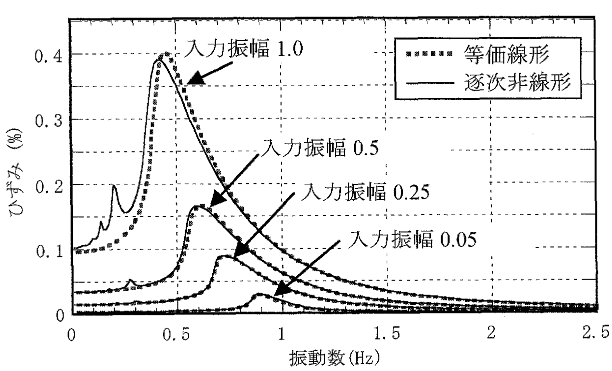
伊藤・東畑[4)]は，各層のせん断ひずみ振幅に対する等価線形剛性・減衰を(3)式に示す振動数ごとの $\gamma_{\mathrm{eff}}(f)$ から $G-\gamma$, $h-\gamma$ 関係を用いて求め，これに対応する応答から時間領域の応答を求める方法を提案している（**図—1** (b)）。

$$\gamma_{\mathrm{eff}}(f)=\gamma(f) \quad \cdots\cdots(3)$$

3. 振動数毎の等価線形手法の解釈

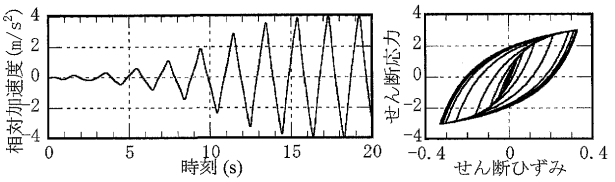
等価線形法における一つの振動数に対する応答は，正弦波に対する応答である。この応答に注目して等価線形と逐次非線形計算により求めた応答を比較すると両者はよく一致する。**図—2** は双曲線モデル（$\gamma_{50}=0.1\%$）を用いた逐次非線形解析とそれに等価な $G-\gamma$, $h-\gamma$ 曲線を用いて行った等価線形解析により求めた共振曲線である。剛性は20％程度まで低下し，ピーク振動数が低振動数側に移動しているが，両者はほぼ一致している。

共振曲線の応答振幅は良く一致するが，逐次非線形解析の応答加速度の波形は正弦波にはならない（**図—3**）。



図—2 時刻歴非線形解析と等価線形解析の共振曲線
（入力振幅は最大振幅のケースで正規化）

NII-Electronic Library Service



図―3　正弦波入力に対する非線形解析の相対加速度と応力

これは，非線形解析では高振動数成分が発生することを意味する。振動数ごと等価線形法はこの高振動数成分を無視していることになる。最大振幅に注目する場合は共振曲線がほぼ一致しているので，これを合成して応答を求める上記方法は合理的に精度を向上させていると考えられる。しかしその前提として，振動数領域に変換された振動数ごとの正弦波の振幅が表している波を特定できることが重要である。

4.　振動数領域の等価線形解析法の課題

振動数に分解された正弦波の振幅は，ある特定区間の波形の振幅を示すのではなく，**図―4** (a)のように主要振動前後の小振幅の高振動数の波や，**図―4** (b)のように主要振動の中の高振動数の波の両方の成分を含んでいる。地震波によって，その割合は異なる。

さらに，主要振動の中の小振幅の高振動数成分は**図―4** (b)のように主要振動波形の中で波打たないで，**図―5** A 点のように正弦波からゆがんだ波にも存在する。

このA点の波形は，点線で示す正弦波とほぼ同じように見えるが，時間で2回微分すると多くの高振動数成分が含まれていることが分かる（**図―5** (b)）。高振動数成分の多くはこうした振幅の小さい波形で構成されている。ひずみの時間微分は，層の高さを掛ければ層間の加速度である。この加速度が応答加速度の高振動数成分に影響を及ぼす。

ここで，**図―5**のような波形のゆがみによる高振動数成分の振幅は主要振動に比べてかなり小さい。これを考慮して，主要振動より振動数が高い場合は，有効ひずみが小さく弾性に近いとして最大振幅 $\gamma_{\max}$ を取る振動数を f_p とし，0.0～f_p 間を $\gamma_{\max}$ とし，αf_p より高振動数側は $\beta\gamma_{\max}$ にするという近似方法も考えられる（αは2～4, $\beta\fallingdotseq 0.0$）。吉田らの方法はこのような方法と考えることができる。この方法の長所は，有効ひずみを求めるための係数 C（$\gamma_{\mathrm{eff}}=C\gamma_{\max}$）を主要振動に対して正確に評価できることである。

従来法のCは，主要応答ひずみの平均的な振幅に対する弾性定数を得るための係数である。伊藤・東畑の方法は，振動数領域への変換で得られる振動数ごとの平均的な振幅に対して，等価線形法の考え方を適用することより，この係数を合理的に高精度化したと見なせる。

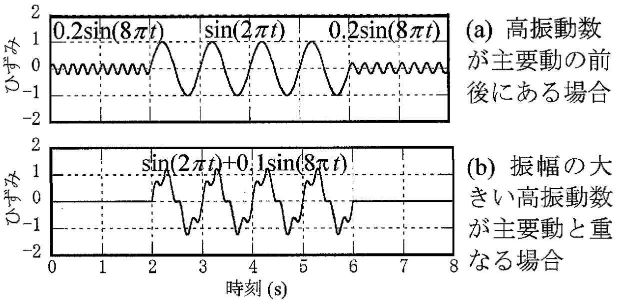
しかしどの方法も特定の振動数の精度には限界がある。

5.　ま と め

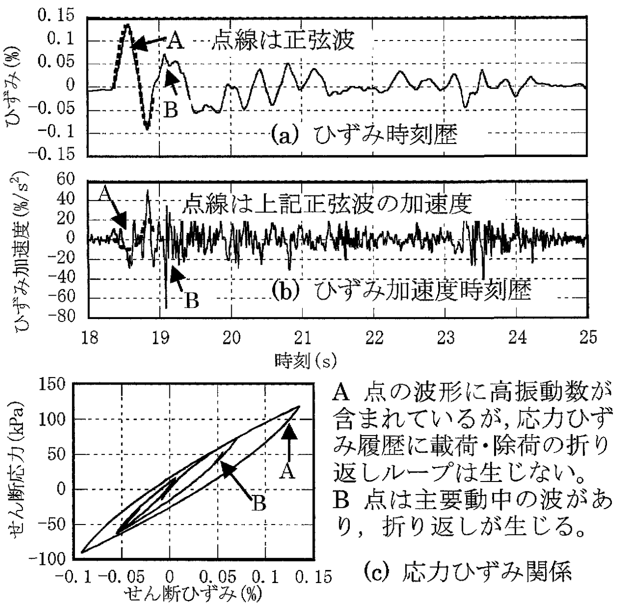
SHAKE などの等価線形解析では，応答が大ひずみ領域になると，高振動数成分の減衰が実際より大きくなるため，高振動数領域の応答スペクトルの精度が悪い。

精度が悪い原因は等価線形法という近似方法にある。この近似方法を改良するため，いくつかの方法が提案されている。それらの方法の数理的な意味合いを検討し，その精度がどのようにして向上できているかを示した。同時に理論的な限界についても示した。

これらの理論的限界から大ひずみ領域の応答で高振動数成分を含めたスペクトル，時刻歴応答の評価をするためには，逐次非線形解析のように理論的に解が正解に近づく方法を用いるべきである。そのためには，微小ひずみから大ひずみまで剛性・減衰を正確に表せる構成式の確立が必要である。今後の研究に期待したい。



図―4　高振動数を含む時刻歴波形の模式図



図―5　正弦波形状からゆがんだ波

参 考 文 献

1) Seed, H. B. and Idriss, I. M.: Analysis of ground motions at Union Bay, Seattle, during earthquake and distant nuclear blasts, *Bulletin Seismological Society of America*, Vol. 60, No. 1, 1970.

2) 杉戸・合田・増田：振動数特性を考慮した等価ひずみによる地盤の地震応答解析法に関する一考察，土木学会論文集，No. 493/Ⅲ-27, pp. 49～589, 1994.

3) 吉田：DYNEQによる方法，地盤の地震応答解析，10.4.3節(2)，鹿島出版会，pp. 194～196, 2010.

4) 伊藤・東畑：振動数特性を考慮した等価線形解析手法の提案と検討，土木学会第65回年次学術講演会，Ⅲ-353, p. 705～706, 2010.

NII-Electronic Library Service