

土の動的支持力について

谷 本 喜 一*

1. ま え が き

地震時の各種構造物基礎、あるいは機械基礎のような不平衡力を発生する構造物基礎、交通荷重を対象とする構造物基礎などは静荷重と動荷重とに対して安定でなければならない。また最近採用されつつある各種の振動施工機械の安定施工についても同様のことがいえる。逆に例えば振動杭打工法については土の支持性を上廻る動荷重が要求されることは当然である。いずれの場合についても動荷重に対する土の支持性が関連するが、動的支持力は従来一般に取り扱われてきた静的支持力とは性質を異にするものである。その1つの理由は振動状態にある土のいわゆる液化現象である。すなわち振動状態にある土はその構成土粒子の結合が乱されるため、静止状態とは異なる力学的性状を示す。一般に粘性土における電気的・化学的な粒子間結合は通常の振動によって乱されることは少ないが、砂質土におけるかみ合せ粒子結合は微弱な振動によっても影響をうけ、粒子間のかみ合せの低下によって内部摩擦角は減少する。振動がはげしくなるにつれてこの現象は著しくなり、遂には流動状態となって液性を呈する。この液化現象が支持力低下の一因となることは容易に想像される。

振動時の支持力低下のもう1つの理由は動荷重の伝達力特性にあるように思われる。伝達力特性とは外部動荷重が土中に伝達されるとき、伝達力は外力そのものでなく、ある場合には外力が拡大され、またある場合には縮小されて伝えられる特性をいう¹⁾が、土のばね特性、減衰特性、振動数などによって変化する。問題になるのは伝達力が外力を上廻る場合であるが、このような場合には支持力は低下するように思われる。しかしこの場合でも支持力そのものは実際には低下せず、外部動荷重よりも大きい伝達荷重が作用するため土が破壊を起しやすくなり、あたかも支持力が低下したかのような結果を与えるものと解釈されよう。従ってこの場合はみかけの支持力低下とみなされる。この性質は砂質土に限らず粘性土においてもみられるが、粘性土においては液化特性はあまり重要ではないから、粘性土の動的特性は主として伝達力特性に基因するものと思われる。

従来、土の動的性質に関する研究はきわめて少なく、

セン断強度に関する最上教授らの研究²⁾、村山教授らの研究³⁾、土圧に関する松尾教授らの研究⁴⁾、また直接に支持力を扱った岡本教授の研究⁵⁾、山内助教授の研究⁶⁾などが挙げられる。文献 5)、6) は地動による支持力変化すなわち地震時を対象とする支持力論を取り扱い、前者は地盤傾斜法による解析を行い、後者は液化現象の解明のため実測支持力値から逆に動的内部摩擦角を求めている。

本文では振動を発生する基礎あるいは機械を対象とする支持力について基礎的実験と一解析法について述べるが、今回の解析では支持力低下は液化特性のみによるものとして考察し、伝達力特性に関する考察は省略することにする。

2. 動的支持力に関する基礎実験

実験に用いた試料槽の寸法は内り幅 85 cm、高さ 55 cm、奥行き 17.5 cm で、この中に配合のよい砂（平均含水比約 7 %）を 5 層にわけて一様な密度（乾燥密度約 1.3 g/cm³）になるように締固め、仕上厚を 55 cm とした。試料上部中央に起振機を載せて種々の振動荷重（最大振動力および振動数を変更）および静荷重（起振機重量および附加重錘の重量）を試料に加えた。起振機は 2 軸偏心質量型で、偏心質量の位相を変えることによって一定振動数で振動力（遠心力）を変え得る特徴がある。最大振動力は約 150 kg（34 cps において）で本実験では上下方向加振を行った。起振機の駆動は 1/2HP モータによって無段変速機およびフレキシブル・シャフトを介して行われた。

実験においては起振機接地部に幅 10.5 cm、奥行き 17 cm（面積 180 cm²）あるいは幅 7.1 cm、奥行き 17 cm（面積 120 cm²）の接地板を取り付け、振動数、最大振動力および静荷重を変えて起振機の沈下状況を測定し、以下に述べるような動的支持力の定義に基づいて各載荷状態における動的支持力を求めた。

なお実験に先立って予備実験を行ったが、その装置、方法はほとんど本実験と同様であったので詳細については省略する⁷⁾。

実験結果は次の通りである。

i) 加振時間と沈下量との関係

一定の振動条件で試料を加振するとき、起振機の沈下

* 工博 神戸大学助教授

量は時間とともに増加する。その1例は図-1に示すようである。

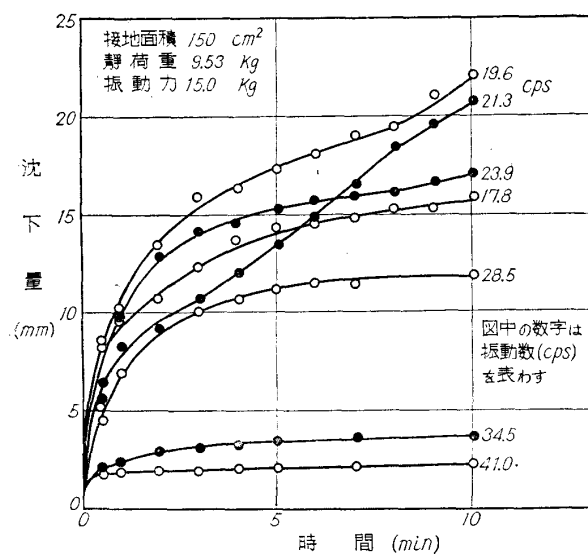


図-1 沈下量と時間との関係 (振動力一定)

ii) 振動数と沈下量との関係

図-1によれば、一定振動力で加振しても振動数の差異によって沈下性状はかなり異なっている。これは振動数と沈下量（ここでは10分間加振後の沈下量をとる）との関係を図-2のように図示すれば一層明白になる。図-2によれば、ある特定の振動数において沈下量の最大値がみられる。従って沈下性状を考える際には振動力はもちろんであるが、さらに振動数についても注意することが必要である。

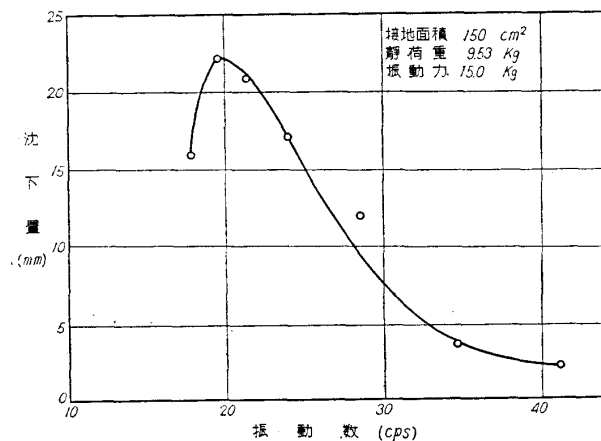


図-2 沈下量と振動数との関係 (予備実験による)

iii) 動的支持力の定義と測定結果

動的支持力の定義はいまだに確立されたものがないようである。ここでは静的支持力の概念に沿って次のように定義する。すなわち、ある一定の振動数で振動荷重を漸増させるが、ある振動荷重段階における沈下が停止した後、次の振動荷重段階に入り、この段階の沈下が停止すれば次の振動荷重段階に入り、以下同様にして沈下が

遂に停止しなくなる段階まで繰返す。この最終段階の振動荷重と静荷重との和を動的極限荷重と名付け、単位面積当りの動的極限荷重をもって動的支持力と呼ぶことにする。このようにして得られた動的極限荷重ないし支持力は 5. viii) に述べるように最小動的極限荷重ないし支持力を示すもので、実際問題としてこの最小値のもつ意義がきわめて重要である。以上の測定にあたって沈下の停止の判定は1分間の沈下増分がその荷重段階における全沈下量の1%以下になれば停止したものとする。また振動数を一定に保って荷重を増加する理由は ii) に述べたことから明らかなように、振動数変化の沈下ないし支持力に与える影響を除くためである。

測定結果の1例を示すと図-3のようである。これは振動数 24 cps, 接地面積 180 cm², 静荷重が 42.5, 36.1, 29.5 kg の場合の測定値を示し、この結果から動的極限荷重を求めると、それぞれ、42.5+25.8=68.3 kg, 36.1+23.1=59.2 kg, 29.5+20.8=50.3 kg となる。

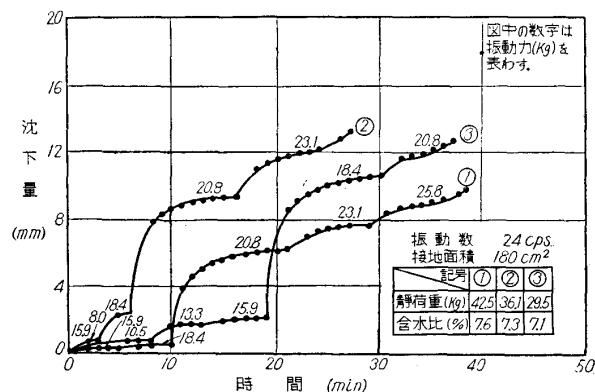


図-3 沈下量と時間との関係 (振動力漸増, 時間は累計)

iv) 動的支持力と静的支持力との比較

図-3ならびに同様の試験結果から荷重・沈下量曲線を描いた1例を示すと図-4のようである。図中には比較のために静荷重試験結果をも記入した。この結果によれば静的極限荷重と動的極限荷重との差異はかなり大きいことが知られる。

各種の载荷条件について動的極限荷重の静的極限荷重に対する比を求めれば図-5のようである。

図-5によれば同一

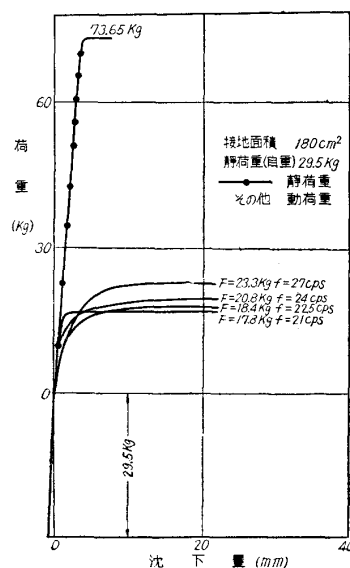


図-4 荷重, 沈下量曲線

報 文・論 文

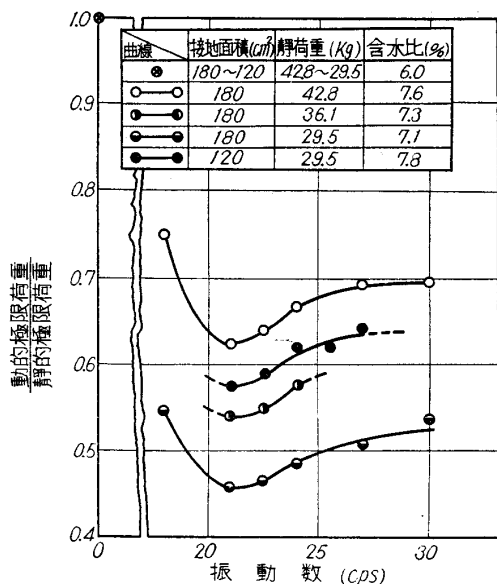


図-5 極限荷重比と振動数との関係

接地面積の場合には静荷重が小さいほど動的極限荷重は小さくなること、また同一静荷重強度の場合には接地面積の小さいときが動的極限荷重の静的極限荷重に対する比が小さいことが知られる。

3. 砂質土の液化特性

振動状態にある砂質土の構成土粒子はきわめて複雑な運動を繰返し、粒子間圧力、粒子相互位置は絶えず変化するものと思われる。従って土性も変化するが、その際もっとも重要なものは内部摩擦の変化であろう。これについて村山教授と著者がかつて研究した結果によれば、内部摩擦力は振動加速度値の対数にほぼ比例して減少するが^{8),9)}、その後発表されたこの分野における研究^{10),11),12),13)}によってもそれがほぼ確実であることが認められる。いま加速度比 ξ を

$$\xi = \frac{\text{振動加速度}}{\text{重力加速度}}, \quad (1)$$

摩擦比 μ を

$$\mu = \frac{\text{振動時内部摩擦力}}{\text{静止時内部摩擦力}} \quad (2)$$

と定義して、 μ (普通目盛) と ξ (対数目盛) との関係を図示すれば図-6 のようになる。図中の諸結果のうち

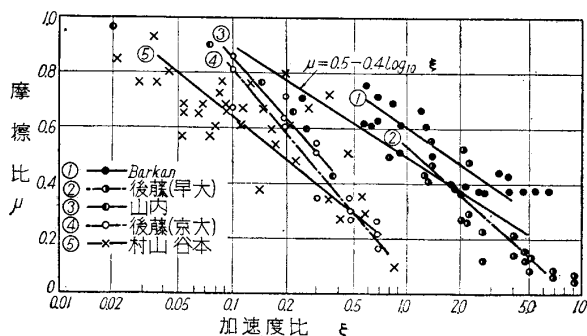


図-6 摩擦比と加速度比との関係

村山・谷本と記したものの以外は文献 10)~13) から著者が整理して記入したものである。図-6 によれば各実験成果はそれぞれほぼ 1 直線上にあることが知れる。従って振動時の内部摩擦力は振動加速度の対数的増加に比例して次式が成立することになる。

$$\mu = \mu_0 - C_f \cdot \log_{10} \frac{\xi}{\xi_0} \quad (3)$$

ここに μ_0 はある特定の加速度比 ξ_0 における摩擦比で、 C_f は土質条件その他によって定まる係数である。式 (3) は ξ のきわめて大きい値あるいは小さい値に対しては成立しないであろう。

図-6 に示した各実験の結果は近似的に式 (3) で表わされるが、各実験結果相互間にはかなりの差異がみられる。その理由は各実験の実験方法、土質などの違いによるものと思われる。すなわち、例えば Barkan 氏の実験は現場杭の引抜き抵抗に関するもので、杭周の地盤はかなり締固められていたため引抜きにおける拘束性は十分大きいものと想像されるのに対し、著者らの実験は側方自由の豆砂利中にそう入した薄い鋼板の引抜き抵抗に関するもので、引抜きに対する拘束性はきわめて小さいという差異があり、これが測定結果にかなりの相異が現われた原因であると解釈される。

動的支持力の推定にあたって加速度比と摩擦比との関係を知ることはきわめて望ましいので、図-6 に示した結果の平均値的な意味で多少大胆ではあるが次の実験式を仮定する。

$$\mu = 0.9 - 0.4 \log_{10} \frac{\xi}{0.1} = 0.5 - 0.4 \log_{10} \xi \quad (4) \quad (0.1 \leq \xi \leq 5)$$

式 (4) は実験条件によってはかなりの誤差を含むが、一応の目安を得るためには便利である。

4. 土の振動特性

振動を発生する構造物と地盤土との振動特性の解析は一般に困難であるとともに実用上の難点もあるので次のような 1 質点線型振動系の理論によって近似解を求めることが多い。すなわち図-7 のような振動系モデルを用いるが、ここで M は構造物質量 M_0 と土の換算質量 M_s との和、 K は土のばね係数、 C は土の減衰係数であ

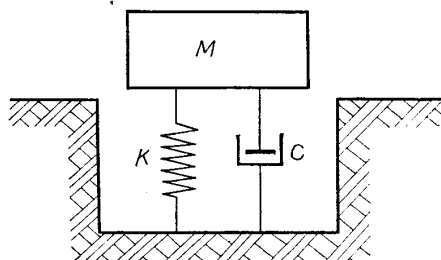


図-7 簡単な振動系モデル

る。 M の平衡位置からの変位を、 x 、時間を t で表わすとき自由振動の方程式は

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} + C \frac{dx}{dt} + Kx = 0 \quad (5)$$

で、自由振動数 f_{nd} は次式で与えられる。

$$f_{nd} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M} - \frac{C^2}{4M^2}} \quad (6)$$

一般に C は小さいので、 f_{nd} は減衰のない系の自由振動数 f_n に近似的に等しい。すなわち

$$f_{nd} \doteq f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}} \quad (7)$$

一方 M が振動源として周期的振動力 $F \sin \omega t$ を発生するときの強制振動の方程式は

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} + C \frac{dx}{dt} + Kx = F \sin \omega t \quad (8)$$

で与えられる。この解は次のようである。

$$x = \frac{F}{\sqrt{(K - M\omega^2)^2 + (C\omega)^2}} \sin(\omega t - \varphi) \quad (9)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{C\omega}{K - M\omega^2} \quad (9)'$$

以上の計算は近似的なものであって実際には若干の問題がある。2. に述べた実験において振幅を測定した結果、図-8,9 のような共振曲線が得られたが、これから

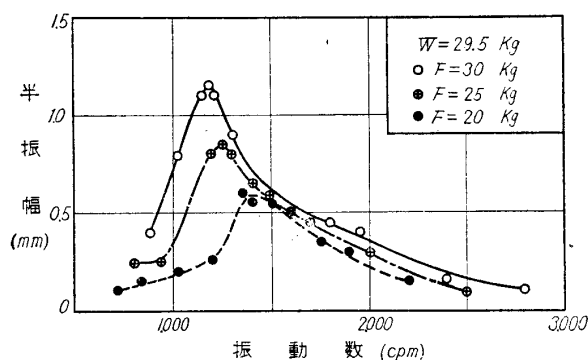


図-8 共振曲線 ($W=29.5\text{kg}, A=180\text{cm}^2$)

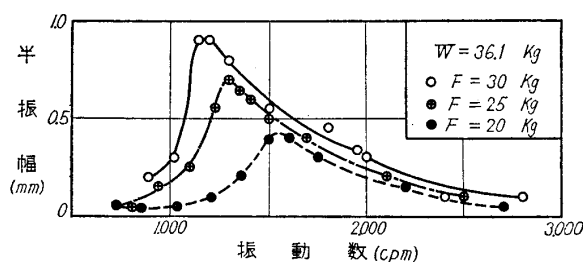


図-9 共振曲線 ($W=36.1\text{kg}, A=180\text{cm}^2$)

知られるように系は soft spring 特性をもつ非線型振動系である。従って上記の解析が正しくないことは明らかであるが、この不備を補う意味で M, C, K が常数ではなく振動条件によって変化する量であると考えて実情に近づくことが一般に行なわれている。ここでもその意味で各振動条件に応じて M, C, K を求めよう。式(9)は一応近似的には成立するから、振幅 a は次のように

なる。

$$a = \frac{F}{\sqrt{(K - M\omega^2)^2 + (C\omega)^2}} \quad (10)$$

共振円振動数を ω_r とすれば $\omega_r \doteq \omega_n = 2\pi f_n$ から

$$\omega_r \doteq \sqrt{K/M} \quad (11)$$

従って

$$K \doteq M\omega_r^2 \quad (12)$$

いま強制円振動数 ω が共振振動数 ω_r に等しくなったときの振幅を a_r で表わせば式(10), (12) より

$$a_r \doteq F/C\omega_r \quad (13)$$

となり、従って C は

$$C \doteq F/a_r\omega_r \quad (14)$$

より F, a_r, ω_r から決定される。

強制円振動数 ω が十分大きいとき、これを ω_∞ で表わし、これに対する振幅を a_∞ とすれば

$$a_\infty \doteq F/M\omega_\infty^2 \quad (15)$$

となり、従って M は

$$M \doteq F/a_\infty\omega_\infty^2 \quad (16)$$

より $F, a_\infty, \omega_\infty$ から決定される。 M が求められれば K は式(12) から求められる。

図-8, 9 のような共振曲線を用いて M, C, K を求めれば表-1 のようになる。表-1 において * 印は式

表-1 共振曲線から M, C, K を求めた結果

静荷重 $W(\text{kg})$	接地面積 $A(\text{cm}^2)$	振動力 $F(\text{kg})$	減衰係数 C (kgsec/cm)	質 量 $M(\text{kgsec}^2/\text{cm})$		ばね係数 $K(\text{kg/cm})$	
				*	**	*	**
42.5	180	40	2.48	0.050	0.043	616	535
"	"	30	2.75	0.048	"	703	635
"	"	25	2.91	0.040	"	697	756
"	"	20	2.84	0.035	"	696	863
36.1	"	30	2.63	0.040	0.037	615	564
"	"	25	2.63	0.037	"	684	679
"	"	20	2.74	0.032	"	840	963
29.5	"	30	2.10	0.035	0.030	540	463
"	"	25	2.21	0.036	"	618	517
"	"	20	2.28	0.025	"	533	642

(16)を用いて求めた結果を示すが、これから知られるように M は振動力 F の増加とともに大きくなるようである。**印の M は土の換算質量を無視して起振機質量のみを表わしている。* 印および ** 印の M を比較してみると振動力 F の増加とともに土の換算質量が増加する傾向がみられるが、ある場合には土の換算質量が負値をとり奇異に感じられる。実験誤差によるものか何かの現由によるものか不明である。概略値でよい場合には換算質量を無視してもよいように思われる。

5. 動的支持力計算法の試案

動的支持力を考えるにあたって土の内部の耐荷状態を知ることは困難であるから静的支持力論からの類推を行

報 文・論 文

ない、土の内部摩擦のみが振動状態に応じて変化するものとして、次のような計算順序に従って動的支持力を求めることができる。

- i) M, C, K, F, ω を仮定する。
- ii) 構造物加速度 α を計算する。
- iii) 破壊に直接関係する滑り面上での平均加速度（これを有効加速度と仮称する） $\bar{\alpha}$ を計算する。
- iv) 摩擦比 μ を計算する。
- v) 静的内部摩擦角 ϕ_s と μ とから動的内部摩擦角 ϕ_d を計算する。
- vi) 载荷条件に応じた静的支持力式として Terzaghi 氏の式を採用する。これは一般に次の形式である。

$$q_s = f_n[\tau, c, N_c(\phi_s), N_q(\phi_s), N_\gamma(\phi_s), B, D_f] \quad (17)$$
ただし、 τ は土の単位重量、 c は土の粘着力、 B は载荷幅、 D_f は根入れ長、 N_c 、 N_q および N_γ は Terzaghi の支持力係数である。
- vii) 動的支持力式は式 (17) の ϕ_s を ϕ_d でおきかえた次式で与えられる。

$$q_d = f_n[\tau, c, N_c(\phi_d), N_q(\phi_d), N_\gamma(\phi_d), B, D_f] \quad (18)$$
- viii) 静荷重 W と振動力 F との和 $W+F$ と動的極限荷重 $Q_d = Aq_d$ (A は接地面積) とを比較し、前者が小さいならば Q_d は求める動的極限荷重である。しかし前者が大きければこの载荷状態では既に破壊が起っており支持性そのものが無意味である。この間の事情は 図-10 によって説明される。図-10 においてある一定の振動数 f_1 で加振するときの動的極限荷重は振動力の変化とともに 1 本の曲

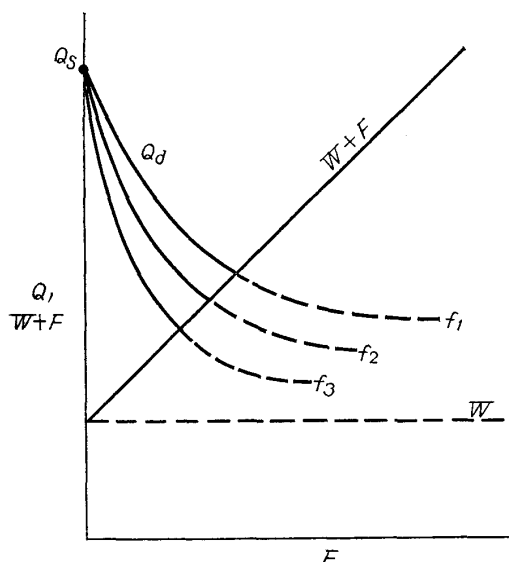


図-10 動的極限荷重の説明図

線で表わされるが、この曲線が $W+F$ よりも小さい部分は実現し得ない状態で実線部のみが動的極限荷重として意味をもつ。すなわち動的極限荷重は $Q_d = W+F$ を満足するような最小値が存在する。2. に述べた動的極限荷重の測定法は実はこの最小

極限荷重を表わすものである。加振振動数が変化すれば動的極限荷重は変化し、ある特定の振動数において絶対最小極限荷重をとるが、この振動数はほぼ共振振動数に等しいものと思われる。

6. 動的支持力の計算例

前節の計算法に従って 2. に述べた実験条件について理論的動的支持力を計算してみよう。前節の計算法の適用に際して次のような具体的仮定をおくことにする。

- i) M, C, K は 表-1 (M, K については**印の値)を採用することにする。 F, ω は普通の場合は予め与えられるが、ここでは適宜の値をとることとする。
- ii) 加速度 α は式 (9) を 2 回微分して最大値をとり

$$\alpha = \frac{F \omega^2}{\sqrt{(K - M \omega^2)^2 + (C \omega)^2}} \quad (19)$$

で計算する。

- iii) 有効加速度 $\bar{\alpha}$ は次のように仮定する。

$$\bar{\alpha} = \alpha/10 \quad (20)$$

この仮定は荷重直下、荷重幅の 2 倍の点における加速度を滑り面上の平均加速度とみなし、実測資料を参考にして採用した。

- iv) 摩擦比 μ は式 (4) から求める。

$$\mu = 0.5 - 0.4 \log_{10} \xi, \quad \xi = \bar{\alpha}/g \quad (4)$$

- v) 動的内部摩擦角を次式から求める。

$$\tan \phi_d = \mu \tan \phi_s \quad (21)$$

- vi) 静的極限荷重を Terzaghi 氏の式によって計算する。実験条件はほぼ 2 次元問題として近似できるから、帯状荷重の場合の式：

$$Q_s = A[cN_c(\phi_s) + \tau D_f N_q(\phi_s) + \tau \cdot B \cdot 1/2 N_\gamma(\phi_s)] \quad (22)$$

を用いる。

- vii) 動的極限荷重 Q_d は式 (22) における ϕ_s を ϕ_d で置き換えた次式によって計算する。

$$Q_d = A[cN_c(\phi_d) + \tau D_f N_q(\phi_d) + \tau \cdot B \cdot 1/2 \cdot N_\gamma(\phi_d)] \quad (23)$$

- viii) $W+F$ と Q_d とを比較し、前者が小さいときは Q_d は求める動的極限荷重であるが、前者が大きいたまはすでに破壊状態にあって動的極限荷重は決定されない。

以上の計算仮定に従って、 $W=29.5, 36.1, 42.5$ kg, $A=180$ cm², $F=15, 20, 30$ kg, $f=20$ cps ($\omega=2\pi \times 20$ cps), $\tau=1.39$ gr/cm³, $\phi_s=35^\circ$, $c=0$, $D_f=0$, $B=10.5$ cm として計算すれば、静的極限荷重 Q_s は

$$Q_s = 92.8 \text{ kg}$$

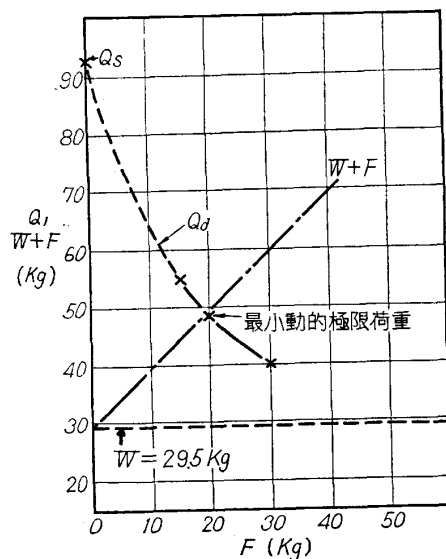
となり、動的極限荷重（ただし viii) の検討を要す） Q_d は 表-2 のようになる。

表—2 Q_d の計算例

$W(\text{kg})$	$F(\text{kg})$	$Q_d(\text{kg})$
42.5	15	67.5
"	20	57.0
"	30	48.5
36.1	20	52.7
"	30	46.4
29.5	15	54.8
"	20	48.5
"	30	40.1

表—2 の結果から $W+F$ と Q_d とを比較した例を図—11 に示す。これは $W=29.5 \text{ kg}$ の場合について検討

したもので、図中の最小動的極限荷重より左上方の部分が動的極限荷重として意味をもっている。最小動的極限荷重は 49.0 kg である。同様にして $W=36.1, 42.5 \text{ kg}$ の場合についても最小動的極限荷重を求めることができる。これらの結果を実測の最小動的極限荷重と比較すれば表—3 のようになる。



図—11 数値計算結果から最小動的極限荷重を決定する方法

表—3 理論並びに実測による極限荷重比の比較

理 論 値				実 測 値		備 考
破壊時の荷重		極限荷重	極限荷重比	極限荷重	極限荷重比	
静荷重	動荷重					
$W(\text{kg})$	$F(\text{kg})$					
92.8	0	92.8	—	103.2	—	静的載荷 動的載荷
42.5	17.5	59.5	0.64	66.1	0.64	
36.1	15.0	54.5	0.59	56.8	0.55	
29.5	17.3	49.0	0.53	49.6	0.48	

表—3 は $f=20 \text{ cps}$ における理論ならびに実測最小極限荷重を示しているが、理論値と実測値とは極限荷重および極限荷重比の両者について 10% 以内の誤差の範囲で一致している。

7. む す び

本文は動荷重が作用する場合の砂質土の支持力（動的支持力）が静荷重に対するそれと異なることを土の液化特性から説明し、動的支持力計算法についての試案を述べ、この方法によって実測値にはほぼ一致する理論値が得

られることを明らかにしたものであるが、動的支持力の定義、実測方法、計算に採用した諸仮定などについては将来なお改訂を要する点があるものと思われる。また応用面においては諸常数の決定に幾多の問題があるが、これについては適宜の実測を併用しなければならないであろう。

動的支持力の解明は動荷重に対する構造物基礎の支持性の確保のために必要であるばかりでなく、逆に動荷重によって支持性を低下し、支持性に打ち勝って施工する場合の施工能率の増進のためにもきわめて重要であると考えられるが、後者については別の面から研究しつつあるので次の機会に報告したいと思う。

終りに本研究に対して御指導戴いた京都大学教授・村山朔郎博士に深謝の意を表わすとともに、実験ならびに計算の面で援助された岩崎照昌氏、香西美也氏、西勝氏に感謝の意を表わす次第である。

参 考 文 献

- 1) 谷本喜一，地盤の振動性状と機械基礎，土と基礎 Vol.5, No.2, p.34 (昭 32)
- 2) 最上武雄，山口柏樹，中瀬明男，土の動力学的性質について，東大理工研報告，第8巻，第1号 (1954) 及び第9巻，第1号 (1955)
- 3) 村山朔郎，柴田徹，斎藤実，粘土の動態時強度と鉄道路盤の強度試験，土と基礎，Vol.6, No.3, p.15 (昭 33)
- 4) 松尾春雄，大原資生，水に飽和された土の振動圧力，土木学会誌，40-6, p.11 (昭 30)
- 5) 岡本舜三，地震時における土の支持力と土圧力について，土と基礎，Vol.5, No.2, p.4 (昭32)
- 6) 山内豊聡，水平振動による砂の支持力減少に関する実験的一考察，土と基礎，Vol.6, No.3, p.19 (昭 33)
- 7) 村山朔郎，谷本喜一，土の動的支持力に関する基礎的研究，土木学会第13回年次学術講演会概要，第Ⅱ部，p.47 (昭 33)
- 8) 村山朔郎，谷本喜一，軟弱な支持層を有する粒体層の振動性状について，土木学会誌，41-3, p.85 (昭 31)
- 9) S. Murayama and K. Tanimoto, Fundamental Research on Vibro-compaction of Soil, Report on Researches and Investigations 1955~1956, Jap. Soc. S.M.F.E., p.48 (1957)
- 10) D.D. Barkan, Foundation Engineering and Drilling by the Vibration Method, Proc. 4th. Int. Conf. S.M.F.E., Vol. II, p.3 (1957)
- 11) 後藤尚男，道床及び路盤の動的強度の研究，(第Ⅱ部)，国鉄部外委託研究報告書 (昭 31)
- 12) 後藤正司，砂層の振動と引抜き抵抗について，土木学会第13回年次学術講演会概要，第Ⅱ部，p.45 (昭 33)
- 13) 上記 6)