The Japanese Geotechnical Society

円筒スベリ面の側面抵抗計算式

奥村樹郎*

まえがき

延長の短い築堤では側面抵抗が安定に及ぼす影響はかなり大きい。しかし側面抵抗の計算は相当煩雑で，ともすれば概算ですませがちである。

従来の計算法には多くの問題点が含まれるが，それにしても，もう少し簡単で正確な求め方がないものかと考え，わりあい一般的と思われる二，三のケースについて円筒スベリ面を仮定した時の側面抵抗モーメントの計算式と計算図表を作成してみた。

またこれに基づいて二，三の実例で概算値との比較を行なった。

1. 粘着力による抵抗モーメント計算の仮定と条件（図—1 参照）

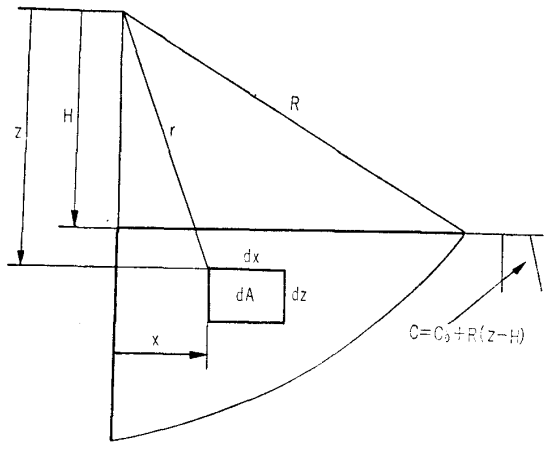
（1） 対象は円筒側面の粘着力による抵抗モーメントとする。

（2） 粘着力 c は深さとともに直線的に増加し，

$$c=c_0+k(z-H) \quad \cdots\cdots(1)$$

で表わされるものとする。

（3） 円弧スベリ計算法では破壊は円の中心を軸とした回転破壊であるとしている。したがって円筒側面の回転変位は中心からの距離に比例して大きくなり，円周面で破壊ヒズミ相当の変位が起こるとしてよい。一方，土のセン断抵抗はヒズミにほぼ比例して大きくなるから，円筒側面のセン断抵抗は深さの要素の他に，中心からの距離に比例して大きくなるとするのが妥当と思われる。



図—1 粘着力の仮定と条件

このことをセン断抵抗力の可働率 p という言葉で表わせば，

$$p=\frac{r}{R} \quad \cdots\cdots(2)$$

となる。この考え方はベインテストのデータ整理にも適用されている[1]。

（4） 角度はラジアンで表わす。

（5） その他の条件は図—1 に示すとおりとする。

（6） 微小部分 dA の粘着力による抵抗モーメント dM は，

$$dM=c\cdot p\cdot dA\cdot r$$

で表わせるから (1),(2) 式を代入して次式が得られる。

$$dM=\frac{1}{R}\{c_0+k(z-H)\}(x^2+z^2)dxdz \quad \cdots(3)$$

2. 弓面各部の粘着力による抵抗モーメント

2.1 円弧を含む部分（図—2 参照）

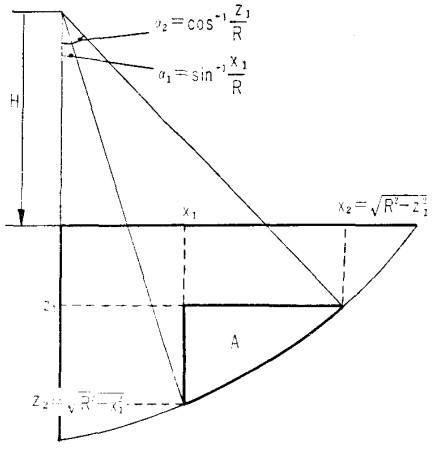
図—2 の円弧を含む部分 A の粘着力による抵抗モーメント M_A は (3) 式の dM を A について面積積分したものであるから[2]，

$$M_A=\int_{x=x_1}^{x_2}\int_{z=z_1}^{\sqrt{R^2-x^2}} dM$$

$$=\int_{x_1}^{x_2}dx\int_{z_1}^{\sqrt{R^2-x^2}}\frac{1}{R}\{c_0+k(z-H)\}(x^2+z^2)dz$$

$$=\frac{1}{R}\int_{x_1}^{x_2}dx\Big[(c_0-kH)x^2z+\frac{1}{2}kx^2z^2+\frac{1}{3}\times(C_0-kH)z^3+\frac{k}{4}z^4\Big]_{z=z_1}^{\sqrt{R^2-x^2}}$$

$$=\frac{1}{R}\Big[\Big\{-\frac{1}{3}(c_0-kH){z_1}^3+\frac{k}{4}(R^4-{Z_1}^4)\Big\}x$$



図—2 円弧部の条件

* 運輸省名古屋港工事事務所

NII-Electronic Library Service

The Japanese Geotechnical Society

$$-\frac{z_1}{3}\left(c_0-kH+\frac{k}{2}z_1\right)x^3-\frac{k}{20}x^5+\frac{R^2}{6}\times(c_0-kH)\left(x\sqrt{R^2-x^2}+R^2\sin^{-1}\frac{x}{R}\right)+\frac{1}{12}(c_0-kH)\left(-R^2x\sqrt{R^2-x^2}+2x^3\sqrt{R^2-x^2}+R^4\sin^{-1}\frac{x}{R}\right)\Bigg]_{x_1}^{x_2}$$

$$M_A=\frac{1}{60R}[\{15k(R^4-Z_1^4)-20Z_1^3(c_0-kH)\}\times(x_2-x_1)-10z_1\{2(c_0-kH)+kz_1\}\times(x_2^3-x_1^3)-3k(x_2^5-x_1^5)+(c_0-kH)\times\{5R^2(x_2z_1-x_1z_2)+10(x_2^3Z_1-x_1^3z_2)+15\cdot R^4(\alpha_2-\alpha_1)\}] \quad\cdots\cdots(4)$$

2.2 矩形部分（図—3 参照）

2.2.1 計　算　式

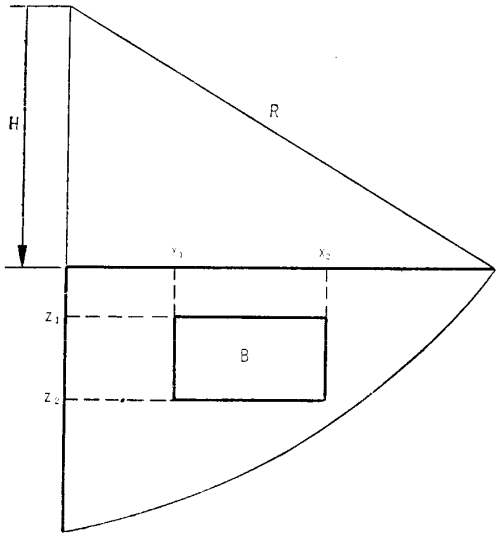
図—3 の矩形部分 B の抵抗モーメント M_B は (3) 式の dM を B について面積積分したものであるから，

$$M_B=\int_{x=x_1}^{x_2}\int_{z=z_1}^{z_2}dM=\int_{x_1}^{x_2}dx\int_{z_1}^{z_2}\frac{1}{R}\{c_0+k(z-H)\}(x^2+z^2)\cdot dz=\frac{1}{R}\int_{x_1}^{x_2}dx\left[(c_0-kH)x^2z+\frac{k}{2}x^2z^2+\frac{1}{3}\times(c_0-kH)z^3+\frac{k}{4}z^4\right]_{z=z_1}^{z_2}=\frac{1}{R}\left[\left\{\frac{1}{3}(c_0-kH)(z_2^3-z_1^3)+\frac{k}{4}(z_2^4-z_1^4)\right\}x+\frac{1}{3}\left\{(c_0-kH)(z_2-z_1)+\frac{k}{2}(z_2^2-z_1^2)\right\}x^3\right]_{x_1}^{x_2}$$

$$M_B=\frac{1}{12R}[\{4(c_0-kH)(z_2^3-z_1^3)+3k(z_2^4-z_1^4)\}\times(x_2-x_1)+2\{2(c_0-kH)(z_2-z_1)+k(z_2^2-z_1^2)\}(x_2^3-x_1^3)] \quad\cdots\cdots(5)$$

2.2.2 概算との比較

条件…$R=30$ m, $H=20$ m, $c_0=0.5$ t/m², $k=0.15$ t/m³, $x_1=0$, $x_2=14$ m, $z_1=20$ m, $z_2=26$ m



図—3 矩形部の条件

概算値……M_B＝(矩形中心での粘着力)

$$\times\frac{\text{(円の中心から矩形中心までの距離)}}{\text{(円弧半径)}}$$

×(矩形面積)・(円の中心から矩形中心までの距離)

$=1{,}537$ t・m

(5) 式の値…$M_B=1{,}647$ t・m

誤差……7%

3. 半弓部分の粘着力による抵抗モーメント

（図—4 参照）

3.1 計　算　式

図—4 の半弓部分 C の粘着力による抵抗モーメント M_C は (4) 式において x_1 を 0，z_1 を $R\cos\alpha$ と置いたものに等しいから，

$$M_C=[M_A]_{x_1\to 0,\ z_1\to R\cos\alpha}=\frac{R^3}{60}[15(c_0-kH)\alpha+12kR\sin\alpha-\sin\alpha\cos\alpha\times(2\cos^2\alpha+1)(5c_0-kH)]=R^3c_0\cdot f_1(\alpha)+R^4k\cdot g_1(\alpha) \quad\cdots\cdots(6)$$

ただし，

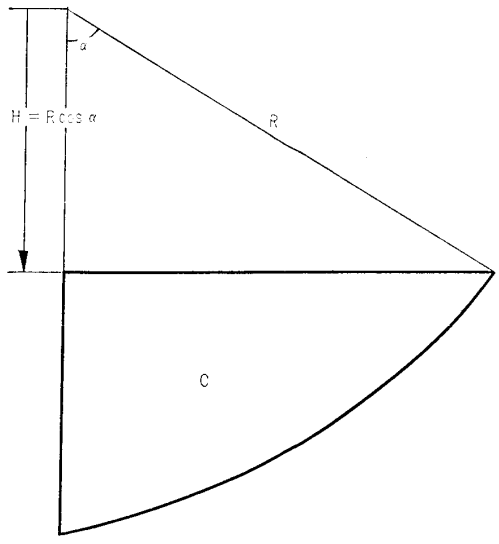
$$\left.\begin{aligned}f_1(\alpha)&=\frac{\alpha}{4}-\frac{1}{12}\sin\alpha\cos\alpha(2\cos^2\alpha+1)\\g_1(\alpha)&=-\frac{\alpha}{4}\cos\alpha+\frac{\sin\alpha}{5}+\frac{1}{60}\sin\alpha\cdot\cos^2\alpha(2\cos^2\alpha+1)\end{aligned}\right\}\cdots(7)$$

参考までに粘着力の可働率を円の中心からの距離にかかわらず 1 とした場合の計算結果を示せば，

$$M_C'=R^3c_0\cdot f_2(\alpha)+R^4k\cdot g_2(\alpha)$$

ただし，

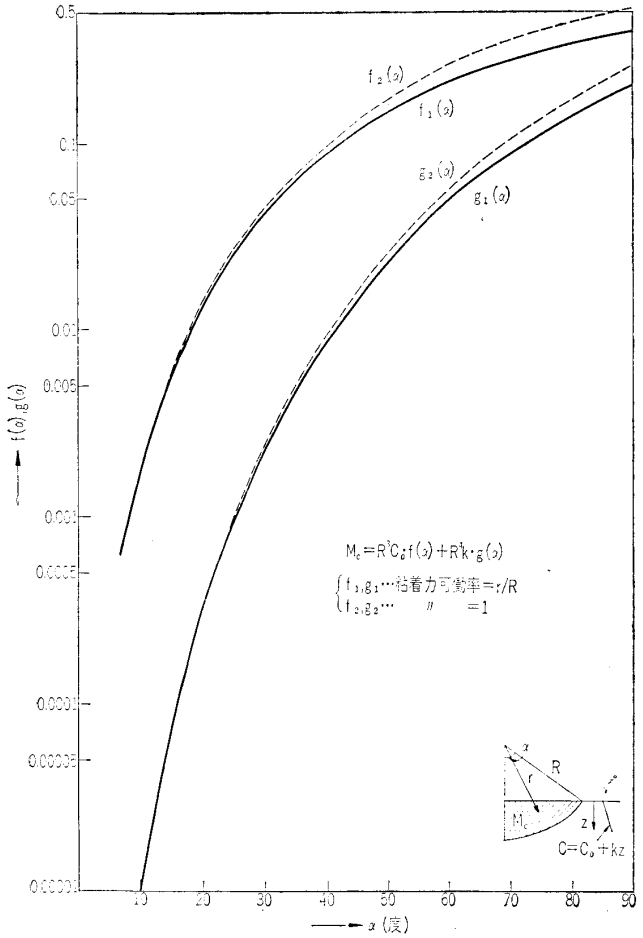
$$\left.\begin{aligned}f_2(\alpha)&=\frac{\alpha}{3}-\frac{\cos\alpha}{6}\left(\sin\alpha+\cos^2\alpha\cdot\ln\left|\frac{1+\sin\alpha}{\cos\alpha}\right|\right)\\g_2(\alpha)&=-\frac{\alpha}{3}\cos\alpha+\frac{\sin\alpha}{4}+\frac{\cos^2\alpha}{24}\cdot\left(\sin\alpha+\cos^2\alpha\cdot\ln\left|\frac{1+\sin\alpha}{\cos\alpha}\right|\right)\end{aligned}\right\}\cdots(8)$$



図—4 半弓部の条件

NII-Electronic Library Service

The Japanese Geotechnical Society



図—5　円筒側面での粘着力による側面抵抗モーメント係数

表—1　粘着力による側面抵抗モーメント係数
（半弓部分）

α（度）	粘着力可働率＝r/R		粘着力可働率＝1	
	$f_1(\alpha)$	$g_1(\alpha)$	$f_2(\alpha)$	$g_2(\alpha)$
0	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000
10	0.0017401	0.0000106	0.0017507	0.0000107
20	0.0131840	0.0003233	0.0135043	0.0003289
30	0.0406887	0.0022625	0.0429000	0.0023494
40	0.0853402	0.0085227	0.0934844	0.0090936
50	0.1432243	0.0226087	0.1640840	0.0249088
60	0.2076728	0.0477181	0.2494604	0.0544241
70	0.2723838	0.0857351	0.3421059	0.1012073
80	0.3339556	0.1368717	0.4347933	0.1667120
90	0.3926991	0.2000000	0.5235988	0.2500000

（注）　$M_C=R^3C_0\cdot f(\alpha)+R^4k\cdot g(\alpha)$

3.2　計算図表

(7),(8) 式の値を**図—5** に示す。また α を 10 度ごとにとったときの詳しい値を**表—1** に示す。

3.3　概算との比較

条件…$R=30$ m, $\alpha=50°$, $c_0=0.5$ t/m², $k=0.15$ t/m³

概算値……

M_C＝(半弓重心での粘着力)

$\times\dfrac{\text{(円の中心から半弓重心までの距離)}}{\text{(円弧半径)}}$

×(半弓面積)(円の中心から半弓重心までの距離)

＝4196 t•m

(6) 式の値……$M_C=4681$ t•m

誤差……12%

4．矩形部分の摩擦力による抵抗モーメント

（**図—6** 参照）

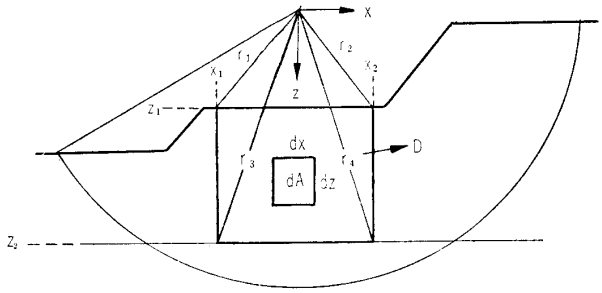
4.1　仮定と条件

（1）　対象は円筒側面矩形部分の摩擦力による抵抗モーメントとする。

（2）　摩擦角 φ，土の単位重量 r，土圧係数 K は一定とし，三角形分布の土圧が円筒側面に垂直に働いて摩擦力を生ずるものとする。

（3）　砂の破壊ヒズミは粘土に比べて小さいから摩擦力の可働率は，円の中心からの距離にかかわらず 1 とする。

（4）　その他の条件は**図—6** に示すとおりとする。



図—6　摩擦力の仮定と条件

（5）　微小部分 dA の摩擦力による抵抗モーメント dM は，

$$dM=Kr(z-z_1)dA\cdot\tan\phi\cdot r$$
$$=Kr\tan\phi(z-z_1)\sqrt{x^2+z^2}dxdz \quad \cdots\cdots(9)$$

4.2　計　算　式

図—6 の矩形部分 D の摩擦力による抵抗モーメント M_D は (9) 式の dM を D について面積積分したものであるから，

$$M_D=\int_{x=x_1}^{x_2}\int_{z=z_1}^{z_2}dM$$
$$=\int_{x_1}^{x_2}dx\int_{z_1}^{z_2}Kr\tan\phi(z-z_1)\sqrt{x^2+z^2}dz$$
$$=Kr\tan\phi\int_{x_1}^{x_2}dx\left[-\frac{z_1}{2}(z\sqrt{x^2+z^2}+x^2\ln\right.$$
$$\left.\times|z+\sqrt{x^2+z^2}|)+\frac{1}{3}(x^2+z^2)\sqrt{x^2+z^2}\right]_{z=z_1}^{z_2}$$
$$=Kr\tan\phi\left[\frac{z_2}{12}(2z_2-3z_1)(x\sqrt{x^2+z^2}+z_2^2\cdot\ln\right.$$
$$\times|x+\sqrt{x^2+z_2^2}|)+\frac{z_1^2}{12}(x\sqrt{x^2+z_1^2}+z_1^2\ln$$
$$\times|x+\sqrt{x^2+z_1^2}|)+\frac{1}{24}(z_2^2x\sqrt{x^2+z_2^2}$$
$$+2x^3\sqrt{x^2+z_2^2}-z_2^4\ln|x+\sqrt{x^2+z_2^2}|)$$
$$-\frac{1}{24}(z_1^2x\sqrt{x^2+z_1^2}+2x^3\sqrt{x^2+z_1^2}-z_1^4\ln$$

NII-Electronic Library Service

The Japanese Geotechnical Society

$$\times\left|x+\sqrt{x^2+z_1^2}\right|)-\frac{z_1}{2}\left\{-\frac{x^3}{9}+\frac{x^3}{3}\ln\right.$$

$$\times\left|z_2+\sqrt{x^2+z_2^2}\right|+\frac{z_2}{6}\left(x\sqrt{x^2+z_2^2}-z_2^2\ln\right.$$

$$\left.\left.\times\left|x+\sqrt{x^2+z_2^2}\right|)\right\}+\frac{z_1}{2}\left\{-\frac{x^3}{9}+\frac{x^3}{3}\ln\right.$$

$$\times\left|z_1+\sqrt{x^2+z_1^2}\right|+\frac{z_1}{6}\left(x\sqrt{x^2+z_1^2}-z_1^2\ln\right.$$

$$\left.\left.\times\left|x+\sqrt{x^2+z_1^2}\right|)\right\}\right]_{x_1}^{x_2}$$

$$M_D=\frac{1}{24}K\gamma\tan\phi\left\{z_2(5z_2-8z_1)(x_2r_4-x_1r_3)\right.$$
$$+3z_1^2(x_2r_2-x_1r_1)+2x_2^3(r_4-r_2)-2x_1^3$$
$$\times(r_3-r_1)+z_2^3(3z_2-4z_1)\ln\left|\frac{x_2+r_4}{x_1+r_3}\right|$$
$$+z_1^4\ln\left|\frac{x_2+r_2}{x_1+r_1}\right|-4z_1\left(x_2^3\ln\left|\frac{z_2+r_4}{z_1+r_2}\right|\right.$$
$$\left.\left.-x_1^3\ln\left|\frac{z_2+r_3}{z_1+r_1}\right|\right)\right\}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

4.3　概算との比較

条件……

$x_1=-20\,\mathrm{m}$, $x_2=+20\,\mathrm{m}$, $z_1=+24\,\mathrm{m}$, $z_2=+30\,\mathrm{m}$

概算値……$M_D=\frac{1}{2}K\gamma\cdot(\text{矩形高})^2\cdot(\text{矩形幅})\cdot\tan\varphi$
×(円の中心から矩形中心までの距離)
$=20{,}160\cdot K\gamma\tan\phi(\mathrm{t\cdot m})$

(10) 式の値…$M_D=21{,}765\cdot K\gamma\tan\phi(\mathrm{t\cdot m})$

誤差 ……8%

あとがき

円筒側面の抵抗モーメントの計算式を二，三のケースについて算出した。

半弓部の粘着力による抵抗モーメントについてはモーメント係数表を作成したので，正確な値を簡単に求めることができる。

その他のケースについては計算式が煩雑で実用しにくいが，概算値の誤差が1割程度以内であることがわかったので，側面抵抗が全体の抵抗に比べてあまり大きくない場合には実用上概算値で十分である。

参考文献

1) A.W. Skempton "Vane Test in the Alluvial Plain of the River Forth near Grangemouth" Geotech. Vol. 1 p.p. 111～124
2) 森口他 "数学公式 I" 岩波全書

(原稿受付 1963. 6.20)

プリンストン便り

北海道大学
北郷助教授

(前文略) 帰国を2カ月後に控えまして，毎日ノンビリ過ごしています。身のまわりのものを整理して送ったり，帰国の旅行の計画をたてたり，今までやったことをまとめたりといったところがこの頃です。一時は car で横断しようと考え（免許をこれからとり，car を買ってというのですから，あきれたものです）ましたが，あきらめ，全線バスでノンビリ行こうとしています。

Prof. Winter Korn は益々元気です。朝8時学校に出るのが先生の日常です。(中略) 農林省から来た三品氏も元気です。Prof. Tschebotarioff は part time で class のある時しか来ませんので，個人的に親しく語し合う機会がありません。そこに行くと Winter Korn は，なんだかんだと話しかけて来まして，それにおそるべき博学ですので面白いことがあります。来たばかりは，彼の英語がサッパリわからず敬遠しておりましたが，この頃はそうでもなくなりました。こうしてまあなんとか意志を通じ合えるようになったと思ったら帰国です。

Tschebotarioff の class はすべてスライドの説明ですが，この中で日本の人が二人出てきます。鷹部屋先生と松尾春雄教授です。石井靖丸先生は別格です。石井先生の事はよく話しに出ますが，教材としてではありません。鷹部屋先生のは，北大でされた砂の failure surface を，色別にしてキレイナ写真にしたもので，たしか，イギリス雑誌に出したもの，松尾先生のはクイの水平抵抗の実験結果です。お2人とも九大に関係の深いのは面白いことだと思いました。まだ申しあげていなかったと思いますが，去年の9月に新校舎ができまして，半年ばかり使ったところです。もとの工学部から NY 側 3 block 位きた所。4階だてのぜいたくきわまりないもので，日本なら倍の学科をおし込むだろうと思います。九大の工学部も改築の時期ですが，こんなのは参考になりません。ケタが違うからです。ただ外観の壮大さはかならずしも内容の豊富さを伴うものとは限らず，少なくとも，ここの土質も Tschebotarioff が変ってかなり問題があるようです。(後略) (1963. 4. 3. 九大山内助教授あての手紙から)。

NII-Electronic Library Service