

自由水面をもつ地下水の揚水試験に対する考察

あか い こう いち
赤 井 浩 一*
う の たか お
宇 野 尙 雄**

1. ま え が き

自由水面をもつ地下水は、不圧地下水ともよばれて深層の被圧地下水と区別されるが、後者がいわゆる掘抜井戸から揚水されるのに対して、不圧地下水を揚水する井戸を重力井戸ということがある。この重力井戸からの現地揚水試験によって地盤の透水係数や有効間ゲキ率を求めるさいに問題となる二、三の点について、とくに被圧地下水の場合と比較しながら述べる。

2. 揚水による水位変動の基礎式

図-1 のように帯水層（砂層）底面から地下水の自由水面までの高さを揚水前に H 、揚水中に h とすれば、水面降下は $\zeta = H - h$ である。このときの基本方程式はつぎの二つである。

$$\text{運動方程式: } Q_r = 2\pi r h k \frac{\partial \zeta}{\partial r} \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{連続方程式: } \frac{\partial Q_r}{\partial r} = \beta 2\pi r \frac{\partial \zeta}{\partial t} \quad \dots\dots\dots(2)$$

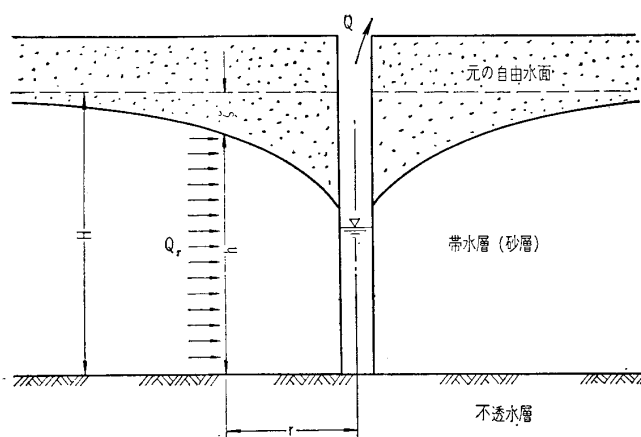


図-1 不圧地下水の揚水による水圧低下

ここに Q_r は半径 r なる円筒面を通ってくる流入量、 r は揚水井から観測井までの距離、 t は揚水開始後の時間、 k は地盤の透水係数を表わす。また β は有効間ゲキ率で、土の間ゲキ率 n のうちで重力水が通過しうる部分である。すなわち吸着水や毛管水などの部分を引き去ったもので、もちろん $\beta < n$ である。

式(1)で示される運動方程式では、流れの鉛直成分を水平成分に比べてきわめて小さく、無視しうるものと考えているので揚水井壁内外の水面に不連続が生じない程度の少量の揚水にしか正確には適合しない。

式(1)を r で微分し、式(2)に代入すると次式を得る。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = cH \left[\frac{\partial}{\partial r} \left\{ \left(1 - \frac{\zeta}{H} \right) \frac{\partial \zeta}{\partial r} \right\} + \left(1 - \frac{\zeta}{H} \right) \frac{1}{r} \frac{\partial \zeta}{\partial r} \right] \quad \dots\dots\dots(3)$$

ただし $c = k/\beta$ であって、これを流通係数ということがある。この式(3)が揚水中の水面降下に関する基礎方程式であるが、これを完全に解くことは困難であり、逐次近似計算も複雑となって実用的でない¹⁾。したがって ζ/H が1に比べて省略しうる程度のきわめて少量の揚水に対してだけ検討する。

$\zeta \ll H$ のとき式(3)は

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = cH \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \zeta}{\partial r} \right) \quad \dots\dots\dots(4)$$

となる。これは被圧地下水の場合の式と全く同型で、ただ右辺の係数を異にするだけである。式(4)を

$$\left. \begin{array}{l} \text{初期条件 } t = 0; \zeta = 0 \\ \text{境界条件 } r = \infty; \zeta = 0 \\ r = 0(t > 0); Q = Q_r \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots(5)$$

のもとで解けば次式となる。ただし式(5)の Q は、揚水井から単位時間内に揚水される流量を表わす。

$$\zeta = \frac{Q}{4\pi kH} \int_{\lambda}^{\infty} \frac{e^{-\lambda}}{\lambda} d\lambda = -\frac{Q}{4\pi kH} \text{Ei}(-\lambda) \quad \dots\dots\dots(6)$$

ただし

$$\lambda = \frac{r^2}{4cHt} = \frac{\beta r^2}{4kHt}$$

$\lambda \ll 1$, すなわち揚水開始後相当時間が経過すれば、式(6)はつぎのように書くことができる。

$$\zeta = \frac{2.30 Q}{4\pi kH} \left(\log_{10} \frac{t}{r^2} - \log_{10} \frac{\beta}{2.25 k} \right) \quad \dots\dots\dots(7)$$

3. 帯水層定数

被圧地下水の揚水試験においては、帯水層の透水係数 k と層厚 D の積 $T = kD$ を伝達係数、また帯水層の圧縮

* 京都大学教授 工学部土木工学教室

** 京都大学助手 同上

率 σ と D の積 $S = \sigma D$ を貯留係数（または全圧縮率）とよび、この二つを帯水層定数とした。しかるに不圧地下水の場合には、前節の水位変動の基礎式の相似性から考えて、 $T = kH$ および $S = \beta$ となる。すなわち不圧地下水では、貯留係数 S は揚水によって帯水層の単位容積中から排出される水量を示し、これは有効間ゲキ率 β に等しい。この β が全間ゲキ率 n より小さいことはさきに述べたが、水理公式集にはつぎの値が示されている²⁾。

地 層	間ゲキ率(%)	保 水 率(%)	有効間ゲキ率(%)
チュウ積レキ層	25	10	15
細 レ キ 層	35	20	15
砂 丘 砂 層	30~35	10~15	20
泥 粘 土 質 層	45~50	30	15~20
洪 積 砂 層	30	10~15	15~20
砂 層	35~40	5~10	30
ロ ー ム 層	50~70	30~50	20
泥 層 粘 土 層	50~70	45~60	5~10

表中、保水率というのは、揚水による重力の吸引に対しても帯水層の単位容積内に残留する水量であって、もし蒸発がまたげられていると、一昼夜揚水を継続したとしても、岩石や砂レキの間ゲキ中にある大部分の水分は、土粒子壁面への分子付着力によって薄い水膜としてほとんど無限に留まるものと考えられる³⁾。なお有効間ゲキ率は、飽和土の間ゲキ率から保水率を差引いたものとなることは当然である。砂やレキでは乱さない試料を採取するのが困難なため、この保水率や有効間ゲキ率を実験室で求めることは無理であり、もし採取できたとしても実験室内の小さい試料では、現地の厚い地盤に存在する長い毛細水管を再現することができない。したがって透水係数 k や有効間ゲキ率 β を満足に求めるには、現地での揚水試験によらざるを得ない。

現地揚水試験によって帯水層定数を求める方法は、ティエム (Thiem) の定常解かセイス・ジャコブ (Theis-Jacob) の非定常解かのいずれかによることは周知のとおりである。著者の一人はかつて被圧帯水層についてこの両方法の関連性を論じ、前者が後者に包含されることおよびいわゆる定常解の式が成立するのは、揚水による2測点間の水圧差が一定という準定常状態においてであって、揚水開始後数分のうちにこの状態が達成されることを立証した⁴⁾。不圧地下水では揚水開始あるいは停止による水圧伝パン（播）が、被圧の場合に比べて相当遅れることが十分予想されるが、この場合にも上述の準定常状態が存在するかどうかは、現地における揚水試験の解析によって判断せねばならない。

試井からの揚水による地盤の透水係数の決定には、上述の水位降下法のほかに水位回復法がある。この方法は Q なる一定流量の揚水が継続されているところへ、あ

る時刻から Q なる注水、すなわち $-Q$ なる揚水を追加したものが揚水停止の効果に等しいと考えて、揚水停止後の経過時間 t と回復水位 h に対して式 (6) または式 (7) の関係をあてはめるものである。したがって h と t/r^2 の対応関係における回復水位 h としては、通常誤って用いられているように図-2の見かけの回復水位 h^* をとるべきではなく、揚水がなお継続すると仮想したときの推定降下水位（破線）からの回復量 h をとらねばならない。実際の解析に当たってこの推定降下水位曲線を描くことが困難のように思われるが、式 (7) からただちにわかるように h と t の対数との間には直線的関係があるので、この水位低下-時間曲線を一度半対数紙にプロットしてその直線を延長し、これを図-2のような算術目盛の座標系にもどせば容易となる。

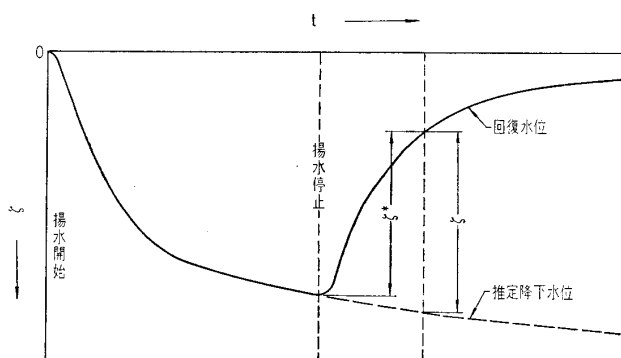


図-2 揚水開始および停止による水位の変動

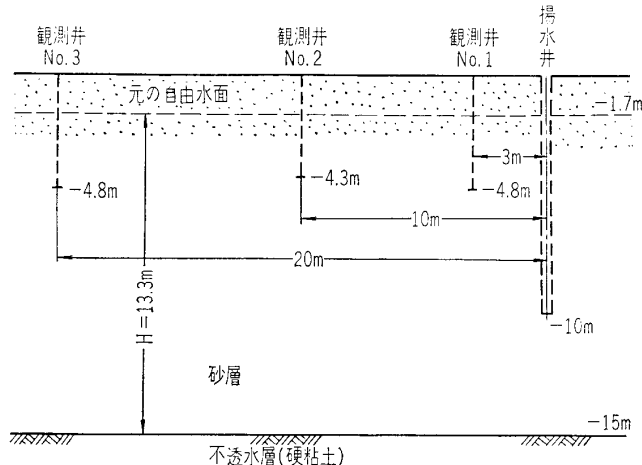
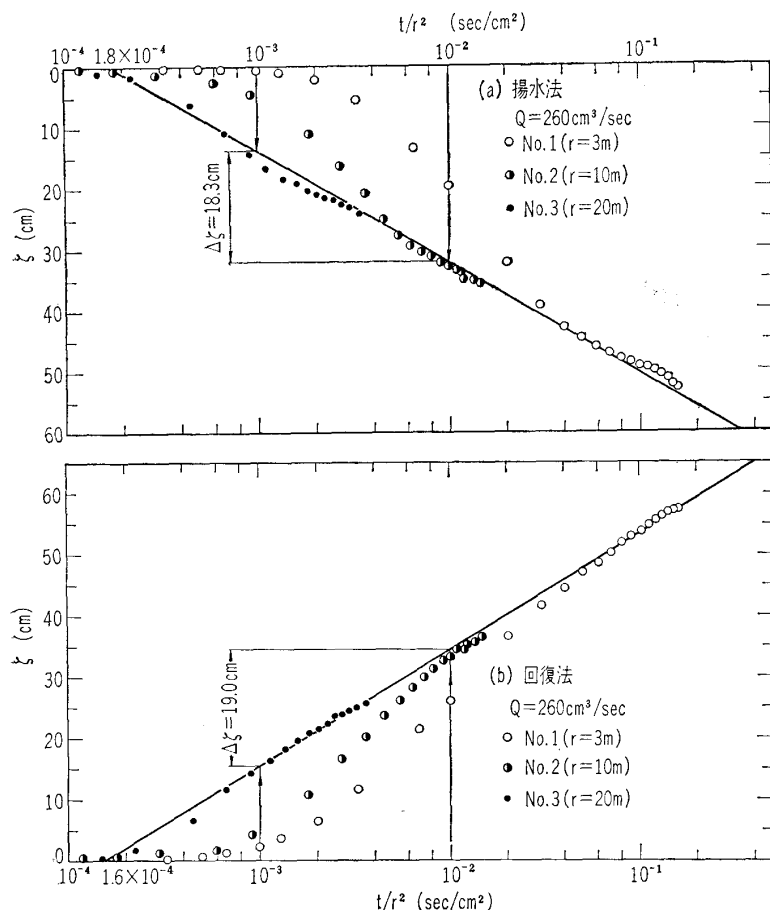


図-3 地盤断面図

4. 現地揚水試験

昭和 38 年 2 月上旬から中旬にかけて、京都市右京区山ノ内浄水場建設敷地内で揚水試験を行ない、地盤の帯水層定数を求めた。図-3 は揚水井と 3 本の観測井 (No. 1~3) の配置を示す地盤の断面図であって、揚水井は深さ 10 m、観測井は深さ 4.3 m ないし 4.8 m であり、いずれも地表から続く砂層内に留まっている。また揚水井の内径は 25.0 cm、観測井の内径は 4.8 cm である。なお以前実施した土質調査の結果から、この敷地の不透水層（硬粘土）までの深さを 15 m とすると、地下



図—4 水位低下または上昇期間中の z と $\log_{10}(t/r^2)$ の関係
(不圧地下水の場合)

水位が地表面下 1.7 m にあることを考慮して、揚水井の貫入度は $8.3 \text{ m} \div 13.3 \text{ m} \doteq 62.5\%$ となる。

揚水試験は一定流量の揚水を 4 時間継続し、揚水停止後さらに回復水位を測定する方式、すなわちいわゆる揚水法と回復法の両方で水位観測を行なった。この地点のような不圧地下水の揚水試験では、2. で述べたように被圧地下水の場合と異なって、水圧面の低下をできるだけ少なくしながら、しかも測定精度を高くせねばならないという制約があるため、試験に最適な揚水量の決定にはかなりの考慮を要した。

一例として $Q=260 \text{ cm}^3/\text{sec}$ の場合の揚水試験結果を $\log_{10}(t/r^2)$ と z で整理した結果が 図—4 (a), (b) である。このようなプロットでは、揚水開始から相当時間経過後は両者の関係は直線で表わされ、流量 Q および初期水頭 H が既知ならば式 (7) によりその直線の傾斜から透水係数 k が得られ、 $\zeta=0$ の t/r^2 の値から有効間ゲキ率 β が求められる (Jacob の方法)。観測井 No. 1 ($r=3 \text{ m}$)、No. 2 ($r=10 \text{ m}$) および No. 3 ($r=20 \text{ m}$) の $z \sim \log_{10}(t/r^2)$ 関係は、揚水を開始してからあるていど時間がたてば、いずれも正しく 1 本の直線上にのっている。この直線の傾度から式 (7) により地盤の透水係数 k と有効間ゲキ率 β を求めてみると、

$Q=260 \text{ cm}^3/\text{sec}$ のとき：

- 1) 揚水法では
 $k=3.13 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$,
 $\beta=1.05 \times 10^{-3}$
- 2) 回復法では
 $k=3.03 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$,
 $\beta=9.04 \times 10^{-4}$

$Q=657 \text{ cm}^3/\text{sec}$ のとき：

揚水法で

$$k=3.09 \times 10^{-3} \text{ cm/sec},$$

$$\beta=1.04 \times 10^{-3}$$

が得られる。不完全貫入に対する修正係数をマスカー (Muskat) の表⁵⁾ から拾うと約 0.85 となるから、修正透水係数はこの値を乗じて平均 $k \doteq 2.6 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ となる。

5. 試験結果の考察

図—5 (a), (b) はさきに大阪市内で実施した被圧地下水の揚水試験⁴⁾ の一例であるが、これと比較しながら今回の自由水面をもつ地下水の揚水試験結果を考察してみよう。

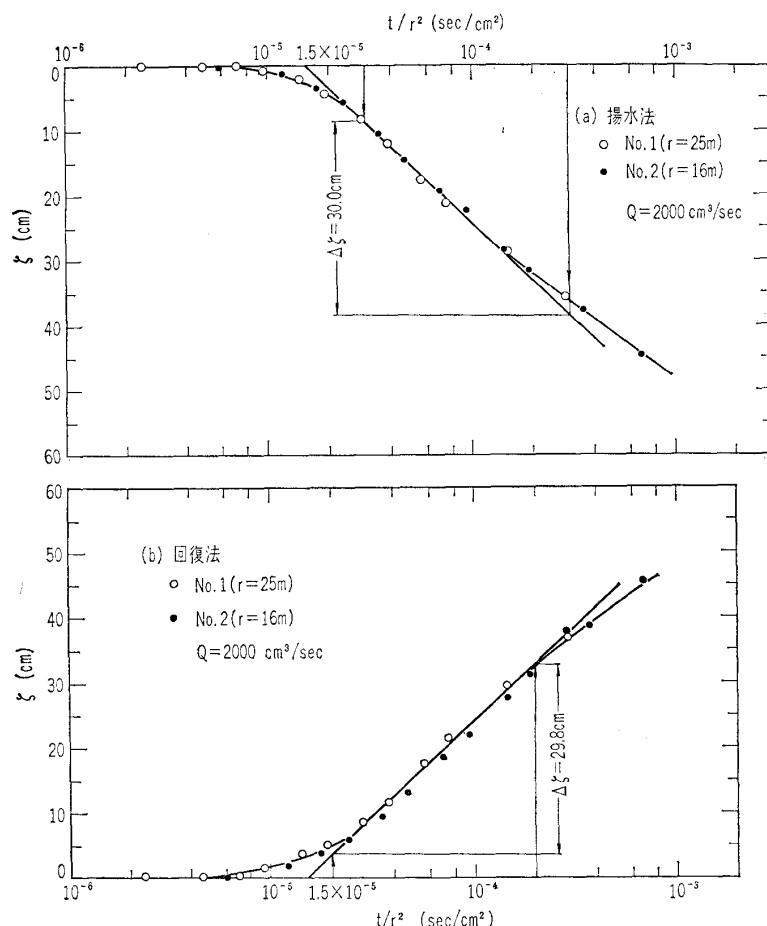
(1) 地下水圧の準定常状態について

著者の一人がさきに被圧地下水に対して定義した水圧の準定常状態の概念は、不圧地下水の場合にもそのまま適用できる。すなわち揚水井の中心から r_1 および r_2 の距離にある観測井で測定せられる水位低下量 (あるいは回復量) をそれぞれ ζ_1, ζ_2 とすると、式 (7) から

$$4\zeta = \zeta_1 - \zeta_2 = \frac{2.30 Q}{4 \pi k H} \left(\log_{10} \frac{t}{r_1^2} - \log_{10} \frac{t}{r_2^2} \right)$$

$$= \frac{2.30 Q}{2 \pi k H} \log_{10} \frac{r_2}{r_1} \dots\dots\dots (8)$$

を得る。この式により、二つの観測井の水位低下量の差 4ζ を知ることによっても帯水層の透水係数 k が求められる。この式は従来から用いられている定常解の式と同一であって、最終の式中には時間 t の項を含まない。しかも揚水量 (単位時間当たり) Q が一定であれば、式 (8) の右辺は定数となるので左辺の 4ζ も一定でなければならない。すなわち一般に長期間にわたる試井からの揚水によって、帯水層内の水位変動がなくなったときはじめて式 (8) の定常解を用いることができるようにいわれていたが、真の物理的意味は 4ζ が時間に無関係に一定という状態が成立することであり、これは式 (7) が成立する条件である $\lambda \ll 1$ に相当する。すなわち式 (7) からわかるように、各観測井における水位変動がパラメーター t/r^2 の対数に対して 1 本の直線で表わされると



図—5 水圧低下または上昇期間中の z と $\log_{10}(t/r^2)$ の関係 (被圧地下水の場合)

き、すでに式(8)のいわゆる定常解が適用できるが、観測井内の水位は低下を続けて決して一定でなく、したがって定常状態とはいえない。これを準定常状態と名づけるが、その意味は時間に対する水位変化が連続的であって、あたかも一つの定常状態にある自由水面がその状態を保持したまま下降する現象を指すためである。

大阪市内で実施した被圧地下水の揚水試験では、図—5(a),(b) から計算するとわかるように、揚水開始後数分を経過すれば $z \sim \log_{10}(t/r^2)$ 間に直線性が出現したが、これに反して今回の不圧地下水の揚水試験では、約45分ないし75分経過してやっと式(7)の直線にのってくる(図—4(a),(b) 参照)。したがって十分な記録を得るための揚水継続時間は、被圧の場合約30分、不圧の場合約4時間を必要とした。この両者の相違の原因は式(7)を導くさいの仮定である $\lambda \ll 1$ によるものと考えねばならない。パラメーター λ は

$$\left. \begin{array}{l} \text{被圧地下水に対し } \lambda = \frac{\sigma r^2}{4kt} = \frac{Sr^2}{4Tt} \\ \text{不圧地下水に対し } \lambda = \frac{r^2}{4cHt} = \frac{\beta r^2}{4kHt} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

であり、形式的には

$$\frac{S}{T} \left(\text{すなわち } \frac{\sigma}{k} \right) \rightarrow \frac{\beta}{kH}$$

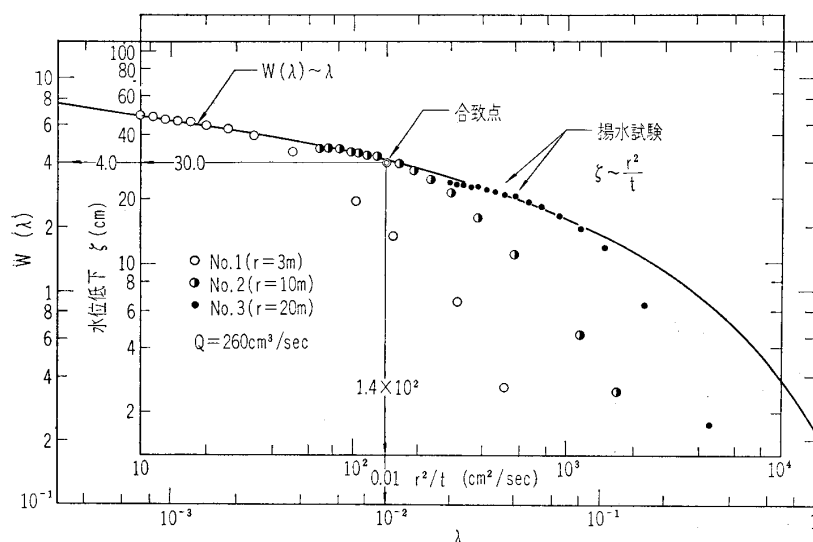
の置換に過ぎない。実測による数値をもって比較すると、 S/T (または σ/k) は $3.4 \times 10^{-5} \text{sec/cm}^2$ 、 β/kH は $2.6 \times 10^{-4} \text{sec/cm}^2$ となり、 λ は前者(被圧)の方が1ケタ小さいものと考えられる。したがって被圧地下水の揚水の場合の方が、不圧地下水の場合の約1/10の時間で $z \sim \log_{10}(t/r^2)$ の直線対応(すなわち水圧の準定常状態)が実現することがわかる。

(2) 揚水直後の水位変動について

図—4(不圧地下水)と図—5(被圧地下水)のもう一つの顕著な相違は、(1)で述べた水圧の準定常状態へ到達するまでの水位変動の様子である。すなわち式(9)のパラメーター λ が1に比べて無視しうるほど小さくはないような揚水直後の水位変動は、被圧地下水の場合には式(7)で与えられる直線の下側から実測値が表われてその直線にのってくるのに対し、不圧地下水の場合には直線の上側にかなりずれてから直線に漸近しており、この傾向は揚水井に近い観測井の記録においていちじるしい(図—4(a)および図—5(a) 参照)。

前報⁴⁾にも触れておいたように、もし式(6)から式(7)へいたる近似化において誤差が入るものならば、 t/r^2 の小さいところではすべて図—5(a)のように直線の下側に観測値が落ちねばならない。不圧地下水の水位変動におけるこのような理論解からのはずれを検討するために、Theisの考案した標準曲線を用いる図式解法²⁾を試みよう。

図—6は不圧地下水の揚水による水位変動をこの方法を用いて解析したもので、これは揚水量 $Q=260 \text{ cm}^3/\text{sec}$ (図—4(a))の場合に相当する。図中実線はベンゼル(Wensel)の井戸関数表を用いて描いた指数積分関数 $W(\lambda) = -\text{Ei}(-\lambda)$ の理論曲線である。この図においても明らかに見られるように、揚水開始後45分ないし75分までの水位変動の実測値は標準曲線より下側にあり、これは揚水直後の水位低下が理論値よりもはるかに少ないことを意味している。このような現象は被圧地下水の揚水試験においては、揚水井のごく近くの観測井(たとえば $r=3 \text{ m}$)の記録を除いては認められなかったことである。この原因についてはあまり明らかではないが、もし不圧地下水に個有な現象であるとすれば、自由水面より上方にある毛管張力が初期の水圧低下を抑制するように作用しているものと想像される。いずれにせよ、従来



図—6 不圧地下水の揚水試験に対するセイス (Theis) の標準曲線法

図—6 の標準曲線より下方にはずれた実測値を用いて理論値との合致を試みている報告がかなり見られるが、それから得られる帯水層定数は全く見かけのものに過ぎないことに留意すべきである。とくにただ1個の観測井しか設けられないような揚水試験の場合には、照査の方法がないので非常にこの誤りをおかしやすい。

なお 図—6 の解析法により合致点 (◎印) を見出して計算した結果、 $H=8.3\text{ m}$ として $k=3.33 \times 10^{-3}\text{ cm/sec}$ 、 $\beta=8.00 \times 10^{-4}$ が得られた。これらの値はいずれも 4. で述べた Jacob の近似解法による結果と実用上よく一致している。

(3) 有効間ゲキ率 β について

3. で述べたように、不圧地下水の場合には貯留係数 S は揚水によって帯水層の単位容積中から排出される水量を示し、これは地盤の有効間ゲキ率 β に等しい。しかるに今回の揚水試験から求められた β の値は高々 10^{-3} の次数であって、前に表示した値とは大いに異なっている。従来から β の値が普通考えられるよりずっと小さい値となることは気づかれており、たとえば京都市西京極における瀬野ら⁶⁾ の実測結果にも 10^{-2} の次数となることが述べられている。

今回の揚水試験実施地点の地盤構成は、地表から約 15 m の深さまでレキまじり砂層であるが、平均 15~20 % のシルト分を含み、均等係数も 50~250 とかなり大きい。またサンプリングのさいの現場観察では、地盤自体が非常に乾いた状態にあったことが報告されているので、透水係数が 10^{-3} cm/sec の次数であることと考え合わせて、揚水による重力の作用で吸引される水量は極端に小さいものになったものと思われる。地下水賦存量の

多い均等な砂レキ層に関する有効な試験データが手もとにないので確定的なことはいえないが、地盤の有効間ゲキ率 β の性格についてはまだ問題が少なくないと考えられる。

6. あとがき

自由水面をもつ地下水の揚水試験によって地盤の透水係数や有効間ゲキ率を決定する場合に問題となる諸点をあげ、実測データにもとづいて個々に検討を加えた。本文にも述べたように、このような不圧地下水の揚水試験では被圧地下水の場合と異なり、水圧面の低下をできるだけ少なくして近似的に軸対称水平一次元

流とみなせる範囲内で理論式を適用し、その結果を解析せねばならないことが基本的な要件となり、しかも十分な測定精度を得ねばならないという制約があるため、試験に最適な揚水量を定めるにはかなりの考慮を要することを強調したい。この観点からすれば、従来報告されている不圧地下水の揚水試験における揚水量は相当過大なものが多く、このような水位低下の大きい場合には式 (3) や式 (4) を水位変動の基礎式として用いることは許されないから、非定常解・定常解のいずれを使っても正確な帯水層定数は得られないことに留意すべきである。

なお不圧地下水において Jacob の近似式 (7) またはいわゆる定常解の式 (8) が適用できる準定常状態の出現には、被圧地下水の場合に比べて 10 倍程度長い揚水時間を必要とするが、これは両者の場合で水圧伝パンの機構に違いがあることによるのである。

ここに述べた現地揚水試験にさいし、京都市水道局施設部設計課長 加納満雄氏、同建設課長御竿信雄氏らから種々便宜を受けたので謝意を表わす。

参 考 文 献

- 1) 野満隆治, 山下馨: 井戸理論の一進展 (第2報), 地球物理, 7巻1号, pp. 21-40 (1943)
- 2) 土木学会編: 水理公式集, 第3編, pp. 309-315 (1963)
- 3) Ferris, J.G.: Hydrology, Chapt. 7 Ground Water, Edited by Wisler, C.O. and Brater, E.F., p. 130 (1951)
- 4) 村山朗郎, 赤井浩一, 鈴木伸彦: 被圧地下水の揚水による帯水層定数の決定に関する二, 三の考察, 土木学会論文集, 49号, pp. 25-31 (1957)
- 5) Muskat, M.: The Flow of Homogeneous Fluid through Porous Media, p. 96 (1937)
- 6) 瀬野錦蔵, 川端 博: 京都市地下水調査報告 (第3報), 京都市商工局, pp. 30 (1960)

(原稿受付 1964.3.23)