講座

7. 土ならびに地盤の動的性質(その2)

名古屋大学教授・工博市原松平

土の動的性質

6. 地震時の土の動的変形特性(大地震における剛性率と減衰定数の決定)

6.1 変形特性の理想化

4に述べたように、大地震における地盤の応答を求めるときの土の動的特性は動的単純セン断試験機^{8),9)}または動的三軸圧縮試験機¹⁰⁾を用いて実験し、応力とヒズミ曲線を描いて求められる。

土の動的変形特性を考えると、応力とヒズミの関係は 非線形であって、繰り返し荷重の作用によって大きな履 歴曲線を描く。このような土の複雑な特性を簡単に処理 できるように、土を理想化することがわれわれに要求さ れている。その場合バイリニヤー(bilinear)モデル(双 一次型模型)で理想化する方法とバイリニヤーモデルと 等価の特性をもった線形材(equivalent linear system) として理想化する2つの方法がある。

6.2 バイリニヤーモデルと剛性率 G_1, G_2

土をバイリニヤーのモデルに置きかえる方法をまず説 明する。たとえば、動的単純セン断試験機で土の試料に 周期的セン断応力を加えると図-10に実線で示すような 履歴ループが描ける。(a)図は1サイクル目の値、(b)



March, 1972

図は50サイクル目の値に基づいて描いたものである⁹。 ここでは(**b**)図の方が バイリニヤーモデルの特性に置 きかえやすいので,この図に基づいて履歴ループを平行 四辺形 (バイリニヤー)に置き換える方法 から説明す る。

いま,応力ーヒズミ関係が(b)図のループ上を1, 2,3,4 の順に矢印の方向に変化するとき,まずピー ク1と2を結ぶ直線を平行四辺形の第1辺と考え,次に ピーク4と3を結ぶ直線を平行四辺形の第2辺と考え る。これら2つの直線が決定する平行四辺形の四辺のう ち,辺1~2のコウ配が決定する値が G_1 を与え,他の 辺3~4のコウ配が決定する値が G_2 を与えるとする。 (a)図のように1サイクル目における応力ーヒズミ関係 では曲線上の点1,2,3,4から上述の方法に基づいて G_1,G_2 を決定する。

図-10 (a), (b) を比較すると, ただちにわかること はサイクル数が増した時点では, G₁, G₂ の両方の 値が 振動の初期に比較して減少するということである。これ に関してティアース (Thiers) などは鋭敏な粘土で実験 して図-11 に示すような結果を与えた⁹⁾。これによると



講 座

 G_1 , G_2 の両方の値は粘土試料に加えた周期的応力の数 以外に与えたセン断ヒズミ(最大セン断ヒズミのことで あるから $\tau_{0 \text{ max}}$ と記す)によっても変化することがわ かった。すなわち,大きなヒズミを試料に与えると G_1 , G_2 の値はともに減少してくる。

応答解析を行なうときに用いるセン断弾性係数は、ヒ ズミが小さいとき G_1 を適用し、ヒズミがある値以上に なってから G_2 を採用しなければならない。このために 降伏ヒズミ $r_{\theta y}$ を定義しなければならない。降伏ヒズミ とは試料が変形してセン断弾性係数が G_1 から G_2 に変 化するときのヒズミである。この $r_{\theta y}$ は図—12に示す



図-12 降伏ヒズミの説明図



図-13 試料の最大ヒズメと降伏ヒズミの関係(文献(9)より)



ように、原点を通りコウ配 G_1 に平行な直線を引いて、 コウ配 G_2 を示す直線と交わる点が示すヒズミ量で表わ される。図—12のようなループを描くときに、ループの 頂点 a, b から $2r_{\theta y}$ のヒズミが生じるまでは G_1 を適 用すればよいことになる。この降伏ヒズミは上述したテ ィアースなどの実験によると、鋭敏な粘土では図—13に 示すように試料に与える最大ヒズミ $r_{\theta \max}$ に比例して 増加し、また図—14に示すようにサイクル数には無関係 であることがわかった。

6.3 バイリニヤーモデルにおける粘性減衰定数 hvis

地震時の地盤の応答を求めるために水平な層からなる 地盤を分割して質量を決定し、各質量をばねとダッシュ ポットで図-1のように連結して、地盤のモデル化を行 なった。このようなばねとダッシュポットで構成された 力学モデルをフォークト (Voigt) 型モデルと称する(後 述参照)。土の力学モデルにはこの他に遅延 マックスウ エル (Maxwell) 型モデル (または Kelvin 型モデル) が あり,いずれの力学モデルを使用するかは考えている地 盤の特性から決定される。ここでは簡単のために図―1, または図-21に示したフォークト型モデルで説明する。 このモデルでは上述した G_1 , G_2 に相当するばねのほか に粘性抵抗を有するダッシュポットがばねと並列に配置 されている。このダッシュポットの減衰特性を表わす定 数については5で説明した。すなわち粘性減衰係数cは 式(13)で求められる。以下,この粘性減衰定数を h_{vis} で表わすことにする。ペンジェン (Penzien)¹¹⁾ は彼の 計算でこの粘性減衰定数の値を 0.09 とし、シィード (Seed)¹²⁾ らは同じく彼らの計算で 0.06 を用いている。

6.4 等価線形モデル

前述したバイリニヤーモデルでは応力とヒズミの関係 は2本の直線で表わされ,解析が複雑である。応力一ヒ ズミ関係をさらに簡単化して,1本の直線になるような モデルにあらわしたものが等両線形モデルである。この ように1本の直線であらわすと,土のもつ履歴減衰の特 性が入らないので,これをなにかで補正しなければ等価 にはならない。

応力ーヒズミ曲線の履歴ループは振動の1サイクル中 にループの囲む面積分だけエネルギーが消失されるとい うことを意味する。これが履歴減衰であり,粘性減衰と 異なる。そこで,このような応力一ヒズミ曲線を1本の 直線で置き換える場合に,履歴による減衰を加味して, はじめて履歴ループを描く材料の特性を表わすことがで きる。ここではバイリニヤーモデルから等価線形モデル への置き換えを説明する。図一15 に示すように等価線 形モデルとしてバイリニヤーの応力一ヒズミ曲線の ab を結ぶ直線でこれを表わす。この直線のコウ 配 を 等 価 セン断弾性係数 *Geg* とする。履歴による減衰定数 *hegh*

土と基礎, 20-3 (169)

は普通次式で表わしている13)。

ここに, *4* W:履歴曲線のループの全面積。1 サイク ル中に系から消失するエネルギー。W: *4* oae の面積。 線形系の ¹/₄ サイクルに 蓄積される ヒズミエネルギー。



図-15 等価線形モデルの説明図

このようにして求めた G_{eq} と h_{eqh} により バイリニ ヤーモデルを、等価線形モデルに置き換えることができ る。

しかしながら、この G_{eq} と h_{eqh} はたとえばフォー クトモデルではばねの特性をバイリニヤーから等価の線 形系に置き換えるだけであって、前述した粘性減衰 h_{vis} は依然として存在している。全体の減衰定数は h_{eqh} と h_{vis} の合計で表わさなくてはならない。したがって、 この等価線形モデルでは次式で表わされる定数を用い る。

なお、 h_{eq} は $r_{\theta \max}$ の増大とともに増加する。 シィ ード (Seed) は新潟地震の場合に地震動の振幅から考慮 して砂で $h_{eq}=0.20$ を用いてセン断波の応答 (セン断応



力の時間的変化)を求めた14)。

 G_{eq} , h_{eq} は実測結果からきめるべきである。しかし ながら室内実験でこれらを決定する場合、試料採取に基 づく土の乱れの影響はさけられない。このためシィード は原位置の計測(弾性波速度)から G と h をまず求め て,図—16により,さらに大きなヒズミにおける G_{eq}, h_{eq} を求めることを提案した15)。図-16の斜線を付した部分 は比較的多くの G_{eq} , h_{eq} から 決定されたものである。 この図の縦軸の各ヒズミに対応する G_{eq} , h_{eq} の値は $\gamma_{\theta \max} = 10^{-4}$ %における値に対する割合で表わしている。 これらの Geg はヒズミが大になると減少し, 逆に heg の値はヒズミが大になると増大する性質をもっているこ とはパイリニヤー・モデルにおけるそれぞれの係数がも つ性質と同じである。図―16は比較的多くの種類の土に 対する実験から決定されたといっても、鋭敏な粘土に対 してはこの図によらずに実験から決定するのがよい。こ の Geg, heg は土の要素がうける サイクル数でも異なる であろうが、まだこれに関する資料は見当たらない。

この等価線形モデルによる計算手法はバイリニヤーモ デルによる方法と同じであるが,この方法では降伏ヒズ ミと載荷回数を考慮しないでよいので,これによる方が 簡単である。

同一の加速度を基盤に与え、同一の地盤で上記両方法 による地表の応答を求め、その加速度波形から、スペク トル¹⁾を求めたものが図**—17**に比較のために示されてい る。バイリニヤーの方法と等価線形モデルの方法から求 めた速度ならびに加速度スペクトルはお互いによく合致 しているので等価線形モデルによる解法を行なってもよ いということになる。

7. 集中質量法 (Lumped mass method) による応答解析の補足

7.1 地盤のモデル化

地震時における地盤の応答解析を行なう場合に土の定 数が解析にいかに適用されていくかについて入念に述べ てきた。しかしながら上述したことだけでは解析の実施 に当たって不十分である。したがってページ数の超過を かえりみず,解析のための地盤のモデル化を集中質量法 を対象にして述べよう。

集中質量法による応答解析というのはセン断振動をう ける土柱の質量を数個所に集中させて動的応答を求める 方法である。したがって,これはいわゆるセン断バリを有 する多質点系の応答解析法^{41,16}にほかならない。この方 法はすでに高層建築の応答解析に使用されてきた。地盤 にこの方法を適用した最初の人はペンジェン^{11,18})であ る。この方法は水平な地表面と水平な層をもった地盤に のみ適用される。地盤は鉛直深さ方向に均一でないもの

March, 1972

61

座

講



図-17 二つの方法で求めた地表面の応答スペクトル(文献 (12) より)

として考察を進める。

いま地盤を均一な層で,できたいくつかの層に分割す る。たとえば図-18で地盤をボーリングした試料から後 述するセン断弾性係数 G を求めて,同一の G の値にし たがって,地盤を分割する。計算の精度をあげるために は,さらにこまかく分割する。このためにはまず一次の



セン断振動の固有周期を次式17)で求める。

T_n:*n* 次の固有振動周期,単位は式(6)参照 *H*:いま考えている層の厚さ。

r:層の土の単位体積重量(有効重量でない)

G:層の土のセン断弾性係数(工業単位)

g:重力の加速度

上式で n=1 として求めた T_1 をもとに各層の分割数 を決定する。これは図—19によって決めればよい。図— 19の中の3本の曲線は一次の固有周期のある値に対して 種々の分割数で解析した結果の誤差が1%,2%,5%の 場合である。結果的には精度をあげるためには分割数を 増すこと、また固有周期が長くなれば分割数を増せばよ いということになる。したがって地盤の分割数は各層の 合計すなわち $N=\Sigma N_i$ となる。

集中質量は図-20(a)のようにして決定する。すなわち i 番目の層では i 層の質量の $\frac{1}{2}$ と,その上の(i+1) 番目の層の質量の $\frac{1}{2}$ を合計した 質量を両層の境界面に集中させる。ただし最上層の質量の $\frac{1}{2}$ を地表に集中させ,最下層の下半分の質量は基盤に剛結したと考える。したがって,各層の質量は次式で求められる。

ここで l_i , l_{i+1} はそれぞれ分割した i 層と (i+1) 層の厚さである。

集中質量法では,地盤を単位断面積を有する土柱と考 えている。このように考えることは地盤が半無限体であ

土と基礎,20—3(169)



(a)地盤の多質点セン断パリへの置き換え (b)第1次セン断振動形における変形

図-20 半無限地盤を多質点系と考える場合の説明図.

るために少しもさしつかえない。いま地盤を前述したような数個の質点を有する振動系と考えると 図―20(a) に示すセン断バリとして表わされる。これは質量 *m* を 両端で次々に2本のセン断ばねで結んだ鉛直なハリであ る。このハリは振動をうけると図―20(b)に示すような セン断変形をする。これらのセン断ばねは、ハリの変形 すなわち地盤の変形に対して抵抗をもつことになる。

前述したように、地盤の変形に対する抵抗を考えたと

きに,地盤は図―21
(a),(b)のような 力学モデルで表現さ
れる。(a)図は前述
したフォークト型,
(b)図が遅延マック
スウェル型である。
図―1は簡単のため
に図―20(a)をフォ
ークト型モデルで示
したものである。

上述したすべてか

らわかるように集中



質量法は多質点系による応答解析法ですでに建物の応答 などに使用されてきた方法で、新しい方法ではない。

7.2 応答解析への適用

以上の実験値を応答解析にどのように適用するか,バ イリニヤーモデルを例にとって以下に説明する。

地盤の変位応答を求めるためには各層の $G_1, G_2, \tau_{\theta y}$ ならびに h_{vis} の適切な値が必要である。このうち h_{vis} も式 (14) に示されるようにヒズミに影響されるが,その影響量は少ないとみなして計算中はいつも一定値を保 つようにしておく。このうち, G_1, G_2 の値は最大セン 断ヒズミ τ_{θ} max と繰返し回数に影響される。 h_{vis} も式 (14) に示したようにヒズミに影響されるがこれは計算 の全過程で一定とみなしても差しつかえないと考えられ る。したがって計算では、分割した地盤の各層が地震の 継続中にうける $r_{\theta \max}$ とその回数(サイクル数)をま ず求めなければならない。このためにまず第一近似とし て地盤が一様な $G_1, G_2, r_{\theta y}$ を有するとして、各層の時 間に応ずるセン断ヒズミの値を示すセン断ヒズミ波を求 める(これは相対変位応答値と式(4)を使用して求め られる)。得られた曲線から 各サイクルの全振幅と生じ たサイクル数を求める。

次にこの全振幅の全波数に対する平均値を求め,この 値の ¹/2 を $\tau_{\theta \max}$ とする。求めた $\overline{\tau_{\theta \max}}$ とサイクル数 に対応する $\overline{G_1}$, $\overline{G_2}$, $\tau_{\theta y}$ を図—11,図—13のような実験 値から決定する。これら新たに求めた $\overline{G_1}$, $\overline{G_2}$, $\tau_{\theta y}$ を用 いて再度各層の変位を求める。この結果を,第二近似値 とする,なお,第二近似の計算以降は,地盤は一様でな いと考える。要するに,各層ごとに,またそれまでにう けたパルス数ごとに $\overline{G_1}$, $\overline{G_2}$, $\overline{\tau_{\theta y}}$ の値は異なることにな る。計算は $\overline{\tau_{\theta \max}}$ の値がある値に収束するまで繰返し 行なう。

8.むすび

ヒズミ振幅が10⁻³未満のもので,共振円柱試験による G と h がそれぞれなにによって影響されるかを説明し た。ヒズミ振幅が同一の場合に,共振円柱試験によるそ れぞれの値は後半に述べた動的単純セン断試験による値 と同じ程度の値をもっている。機械基礎では,ヒズミ振 幅は 10⁻⁶~10⁻⁵ であるが砂地盤に対しては式(8),(10) が粘性土に対しては式(10) が使用される。この場合, h の値は 表—3 を使用するのではなく,表—3 の内部減 衰定数以外の減衰定数を使用する。これは後述される講 座を参照されたい。砂地盤に機械基礎を設置するときの プレストレーンの効果を 図—8 に示したが,Gに影響す る因子が複雑であり,Gは土の応力履歴によっても変化 することを示したことにもなる。

本章の後半で重点を置いたことは地震時における地盤 の動的変形特性と地盤の応答解析に必要な定数(k, c)と の結びつきに関する説明である。

耐震を目的としたようなヒズミ振幅の場合における粘 性土の $G \ge h$ に関する資料は、あきらかに不足してい る。しかしながら、砂に関する資料もそれほど豊富では ないので、これら両者の耐震用のG,hを求めることが 必要である。

参考文献

- Converse, F. J.: "Stress-Deformation Relations for Soft Saturated Silt under Low-Frequency Oscillating Direct-Shear Force". Symposium on Soil Dynamics. ASTM, STP, No. 305, 1961.
- 9) Thiers, G.R. and H. B. Seed : "Cyclic Stress-Strain

63

講 座

Characteristics of Clay". ASCE, March, 1968, SM2.

- Weissman, G. F. and R. R. Hart: "The Damping Capacity of Granular Soils." ASTM, STP, No. 305, 1961.
- Parmelee R.A., J. Penzien, C.F. Scheffey, H.B. Seed, G.R. Thiers: "Seismic Effects on Structures supported on Piles extending through Deep Sensitive Clays". Institute of Engineering Research University of California, Berkeley, California, August, 1964.
- 12) Idriss I. M. and H. B. Seed : "Seismic Response of Horizontal Soil Layers." Proc. ASCE, Vol 94, No. SM 4, July, 1968, p. 1003.
- Jacobsen, L. S. : "Damping in Composite Structures" Proc. 2 nd WCEE, Tokyo, Japan, 1960.

- 14) 最上武雄編著:土質力学, p.672.
- 15) Seed, H.B.: "The Influence of Local Soil Conditions on Earthquake Damage". Seventh International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Mexico City, August, 1969.
- 16) 武藤 清著:構造物の動的解析(耐震設計シリーズ4)昭和 43 年.
- 17) 金井 清,小堀澤二,蛭田捨太郎:建築学大系 11(地震, 振動学). p. 241, 昭和 38 年.
- Penzien, J., C. F. Scheffy and R. A. Parmelee.: "Seismic Analysis of Bridges on long Piles." Proc. ASCE Vol. 90, No. EM 3, June, 1964. (原稿受付, 1971. 11. 18)

土質工学会編	
	第2章 切 土
設計施工其準集	2-1 切土ノリ面コウ配 2-2 切土の小段
	2-3 表面水、湧水の処理 2-4 切土の施工
土工(設計編)	第3章 盛土
この基準集け、宣公庁セトバ公国、公共等において刊た	3-1 締固め 3-2 盛土ノリ面コウ配と小段
規定実施されている土質工学の土工に関する肥料。按工作	
進のうち、とりあえず設計に関する基準のみを使め、肥計、	第4章 ノリ面保護
施工技術者の実用の便に得立つ上立主要面目でとける公式	4-1 植生による方法 4-2 建造物その他に
に編集したものである。	よる方法
収録基準は次のとおり。	第5章 斜面の安定
建設省河川砂防技術基準	5—1 安定計算法 5—2 安全弁
道路土工指針	
道路技術基準	B5 判 379ページ(内、解説22ページ)
土地改良事業計画設計基準(フイルダム)	会員特価 1200円 定価 1500円 〒 160円
" (水路)	
" (海面干拓)	
海岸保全施設設計便覧	
港湾構造物設計基準	B B B C B B B
捨石集積場建設基準	10 B B
捨石鉱さいたい積場建設基準および解説	
改正労働安全衛生規則の解説	X 1
土木工事標準示方書	
土木構造物の標準示方書の作成に関する研究報告書	
高速自動車国道設計要領	
愛知用水公団工事設計施工要覧	
	8 # 4 + 0.5
日义	
有1章 基礎地盤	
1-1 地盤の調査と性質 1-2 施工基盤の処理	
1-3 軟弱地盤対策 1-4 透水性地盤対策	

土と礎基, 20-3 (169)