

# 土質工学における図解法の使い方

## 2. 総論

山梨大学教授・工博 <sup>や</sup> <sup>ない</sup> <sup>かん</sup> <sup>じ</sup> 箭 内 寛 治

### 2.1 まえがき

数を図的に表示（数値を線分または角などの幾何学的量で表わす）して作図を行ない、解を求めようとする方法を、一般に図解法または図式解法（method of graphical solution）という。

図解法という名称は、いわゆる簡単な絵画を使って説明するという、図解（イラスト illustration）と混同される恐れもあるが、図式解法よりも広く使われている言葉であり、しかも、なじみやすい名称なので、本講座ではこの用語に統一して用いることにした。

図解法は幾何学とともに開発されたと考えてもよいから、その歴史をたどれば紀元前までもさかのぼることができる。しかし、近代的な図解法はほぼ19世紀の中ごろに、その理論的根拠が確立された。その後、幾何学（射影幾何学、解析幾何学）はもとより、広く行列式、またある場合には力学その他の原理の助けも借りて、その体裁を整えつつ実用数学（広義には応用数学）の1部門として発展してきた。しかし、その活用のみ限定すれば、複雑な数学はほとんど表面に現われることなく、工学および技術的諸問題の解決に最も必要とする数値解を与えてくれるという特徴を持っている。また、解析的な方法で解くのが困難な場合でも、図解法では近似解を与えてくれることがある。しかも、その解は、多くの場合ある程度の精度は満足されており、計算労力が大きく節約できるから、見積り計算や比較計算など、簡単な繰返し計算の場合にとくに有効である。

また図解法の系統的研究者の多くは技術者であり、中でも土木技術者が大きな役割を果たした事実は注目に値することで、われわれも大いに責任と誇りを感じなくてはならない。

- |  |  |   |   |   |   |  |
|--|--|---|---|---|---|--|
| 土質工学における図解法の分類   | {  | (i) 器具による図式計算……計算尺、自動天秤のバーニヤなど  |   |   |   |  |
|  |  | (ii) ノモグラム <table border="0" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="font-size: 2em;">{</td> <td>(a) ふつうの計算図表(共点図表)……圧密のU~Tv表<br/>マイヤーホフの支持力係数表など</td> </tr> <tr> <td style="font-size: 2em;">}</td> <td>(b) 狭義のノモグラム(共線図表)……<math>r_t</math> と <math>w</math> から <math>r_d</math> を求めるノモグラム。沈降分析計算のノモグラムなど</td> </tr> </table> | {   | (a) ふつうの計算図表(共点図表)……圧密のU~Tv表<br>マイヤーホフの支持力係数表など | } | (b) 狭義のノモグラム(共線図表)…… $r_t$ と $w$ から $r_d$ を求めるノモグラム。沈降分析計算のノモグラムなど |
|  |  | {   | (a) ふつうの計算図表(共点図表)……圧密のU~Tv表<br>マイヤーホフの支持力係数表など |   |   |  |
| }  | (b) 狭義のノモグラム(共線図表)…… $r_t$ と $w$ から $r_d$ を求めるノモグラム。沈降分析計算のノモグラムなど |   |   |   |   |  |
| (iii) その都度、作図をする解法 <table border="0" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="font-size: 2em;">{</td> <td>(a) 力学的な解を求める図解法……モールの応力円、<br/>クローン土庄の作図など</td> </tr> <tr> <td style="font-size: 2em;">}</td> <td>(b) 数学的な解を求める図解法……流線網、影響円など</td> </tr> </table> | {  | (a) 力学的な解を求める図解法……モールの応力円、<br>クローン土庄の作図など   | }   | (b) 数学的な解を求める図解法……流線網、影響円など                     |   |  |
| {  | (a) 力学的な解を求める図解法……モールの応力円、<br>クローン土庄の作図など                          |   |   |   |   |  |
| }  | (b) 数学的な解を求める図解法……流線網、影響円など  |   |   |   |   |  |

図-2.1 土質工学における図解法の分類

### 2.2 図解法の種類とその準備

#### 2.2.1 図解法の種類とこの講座で扱う範囲

現在、土質工学で使われている図解法の各種を図にして示すと図-2.1 のとおりである。

(i) は、計算に測定に盛んに利用しつつあるもので、技術者であればその原理や使い方も、すでに習得されていると思うので、枚数が制限されているこの講座では省略することにする。(ii)の(a)もまた、われわれが実験した結果、あるいは数値計算した結果をグラフに落して、利用しやすいように整理した場合によく出てくるものである。日常、使いなれているものであるが、(ii)の(b)の共線図表との関係でノモグラムのところで簡単に触れるはずである。

したがって本講座では、主として(ii)ノモグラムの内でも(b)の共線図表の部分、および(iii)の作図による図解法に関して、その使い方重点をおきながら解説したい。なお図解法は数値計算ほど生活に密着していないから、何よりも一度みずから試してみないと、そのこまかい運用まで会得し得ない部分も残るので、実際的な問題の作図も行ない、その誤りやすい個所への注意などにも触れるつもりである。このことは、ノモグラムなどについても同様で、共線図表の使い方のみでなく、簡単なノモグラムは自分でも作ることのできるように解説する。

#### 2.2.2 図解法に用いる器具

図解法の作図は、部材の寸法が一つ一つ記入してある設計図や、図法を習得するための図学の製図と違って、最後に得られた答がそのまま、工学上の数値解として用いられるから、その作図は特に慎重に正確に描かなくてはならない。

作図をする時に必要な用具を列挙すると、

- (i) 鉛筆 ふつうはしん(芯)が、やや硬目の2H~3Hの製図用鉛筆がよい。下書きをするには堅さHのもの、トレーシングペーパーに描くには、いくらか柔らかいH~2Hのものを使うのがよい。
- (ii) 用紙 ケント紙か良質のセクションペーパーを用いる。ただしセクションペーパーは、その目盛が必ずしも正しいとは限らないから、

別に正確なものさしで寸法を決めるのがよい。用紙の大きさは解の精度を大きく左右するから、図解法の使用目的によって慎重に選定すべきである。計画や見積りの段階で使用する場合は、約 30 cm×40 cm (A-3 判) の大きさ、設計の段階で、より厳密な解が要求される場合は約 40 cm×60 cm (A-2 判) の大きさを用いるなど、その 1 例である。

(iii) 三角定規 セルロイドあるいは硬質塩化ビニール製の、45 度の 2 等角をもつ 2 等辺直角三角形と 30 度と 60 度の 2 角をもつ直角三角形の 1 組がよい。定規として必要な条件は、角度が正確であること、いずれの縁も正しい直線であること、などである。

(iv) 分度器 角度を正しくとるためには、なるべく直径の大きい 30 分より細かい目盛がつけてあるのがよい。小さくとも直径 12 cm 以上のものが望ましい。直径 12 cm の分度器の角度-30 分目盛が、ものさしの 0.5 mm 目盛とほぼ等価である (2.4 図解法の精度参照)。

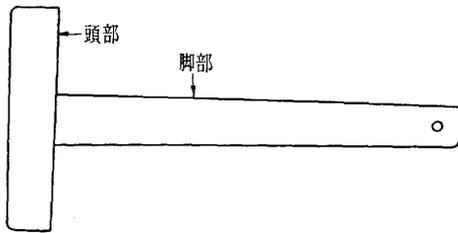


図-2.2 T 形定規

(v) T形定規 図-2.2 のような T 字形をした薄板の組合せで、頭部を図板の縁に沿って移動させ、脚部の直線定規の上縁で長い直線を多数引くために使う。脚部の長さで 90 cm 位のものが使いやすい。

(vi) 自在曲線定規および雲形定規 ノモグラムの曲線尺を描く時などに用いるもので、自在曲線定規は薄いセルロイドと、この裏側に線状の鉛と薄い銅片とを組合せて作られ、任意の曲線が手で作れるようになっている。雲形定規は各種の曲線を薄板あるいは塩化ビニールを用いて成形

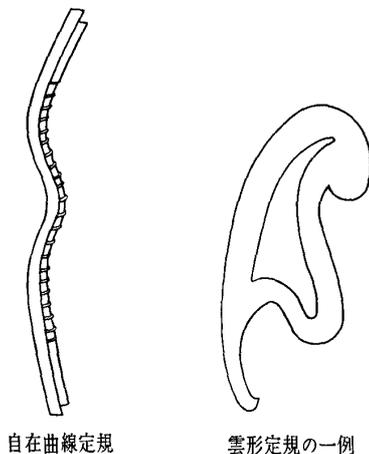


図-2.3 自在曲線定規と雲形定規

してあるもので、その長さで、6 寸組とか 8 寸組などと呼んでいる (図-2.3)。

(vii) ものさし 寸法の刻み精度の高い製図用のものを使わねばならない。目盛は 1 部分 0.5 mm に刻んである長さ約 30 cm の竹製のものが良い。

(viii) コンパス コンパスは大きいもの (15 cm コンパス) と小さいもの (スプリングコンパス) との 2 種類あるほうがよい。大きいコンパスで小さい円を描けないことはないが、不正確になりやすいから避けるべきである。またコンパスの生命はジョイントにある。ここが摩耗しやすく円がゆらぎがちになるから十分吟味して選ぶこと。

以上のような用具のほか紙上のゴミを払うための製図用のブラッシュ、用紙を押えるための文鎮などがあれば便利であるが必需品ではない。なお図を描くにあたっては、初め堅さ H 程度の鉛筆で下図を軽く描き、仕上げるときに不要部分を消して 2 H~3 H の製図用鉛筆を使って下図の上を力を入れてトレースすればよい。

### 2.3 図解法の基本

前述の図解法を理解したり活用したりするには、それらに共通な基本的事項は知っていなければならない。

#### 2.3.1 普通の尺度による計算

同じ大きさの物を幾つか集めて、その集積を考えると、一つ一つの数に単位の長さを対応させ、これを直線上に並べることから図的な計算の考え方が生まれたと考えてよいであろう。すなわち、図-2.4 において原点より右を (+) とし、左を (-) とし、単位の長さを右、左と集積していくことで加法、減法を行なうことができる。

また乗法、 $ad=c$  は、図-2.5 のような x 軸、y 軸より

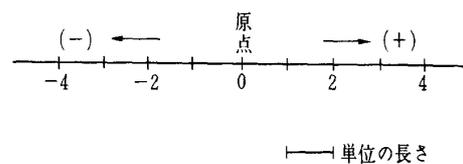


図-2.4 数を表わす直線

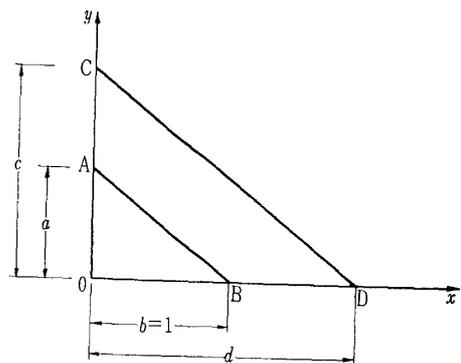


図-2.5  $ad=c$  の図解法

講 座

なる直角座標を用いて行なう。x軸上に  $b (=1, \text{単位長さ})$ , y軸上に  $a$  をとって三角形 AOB を決める。つぎに x軸上に、長さ  $d$  なる点 D を決め、D 点から BA に平行に DC を引いて y軸との交点を C とすれば、 $OC=c$  が  $a$  と  $d$  の積を与える。理由は  $\triangle AOB \sim \triangle COD$  であるから  $(a/b) = (c/d)$  となり、 $ad=bc=c$  ( $\because b=1$ ) ということから上述の作図法が生まれた。

除法  $(c/d)=a$  を行なうには、割られる数  $c$ , 割る数  $d$  を 2 辺にとった三角形 COD を描く。原点 O から x軸上に、単位の長さ  $b$  をとった B 点から DC に平行線を引き、y軸との交点を A とすると、 $AO=a$  が  $c/d$  の答となっている (図-2.6)。

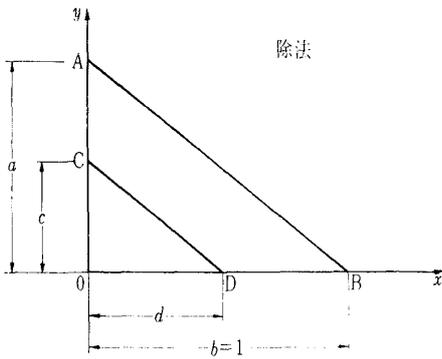


図-2.6  $\frac{c}{d}=a$  の図解法

2.3.2 対数目盛による計算

非常に大きな数を扱う場合や、ベキの計算では、数を普通の尺度 (等間隔の目盛で作られた尺度) で表示する代わりに、対数目盛によって表示するほうが便利ことがある。

三つの数を  $a, b, c$  として、その対数を  $x_1 = \log a, x_2 = \log b, x_3 = \log c$  とすると、対数計算の約束から

$$x_4 = \log ab = \log a + \log b = x_1 + x_2$$

$$x_5 = \log \frac{a}{c} = \log a - \log c = x_1 - x_3$$

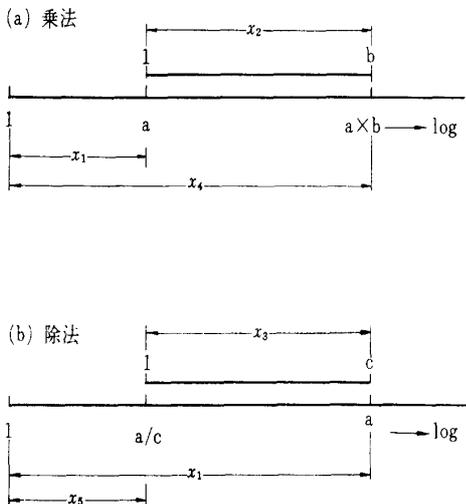


図-2.7 対数目盛による乗法と除法

となる。すなわち、対数目盛での乗法、除法は、図-2.7 に示すように、対数目盛の和、差を求め、これに対応する数の目盛を読めばよい。この考え方は計算尺 (一種の図式計算法) にそのまま使われている。

2.3.3 ベクトル量の計算

物理学および工学で扱う量の中には、長さ、時間、温度など、それぞれの単位を選ぶと、その単位に対する比の数値だけで計算ができる量 (スケーラー量) と、力や加速度などのように、大きさだけでなく方向も定まらなると、その作用を決定できない量とがある。このように大きさと方向を有する量をベクトル量と呼んでいる。したがって力学的な図解法を行なうときは、原則として、このベクトル計算を図上で行なうことになる。なお方向を考えると、一般的には 3 次元の空間について規定しなければならないが、簡単にするためここでは、2 次元の平面におけるベクトル計算だけについて説明する。

ベクトルを図示するときは図-2.8 のような線分に矢印をつけて表わす。この線分の長さがベクトルの大きさを、矢印がその方向を示す。そして、単なる数値とは区別して  $\vec{OA}$  または肉太の文字  $a$  を用いて表わす。

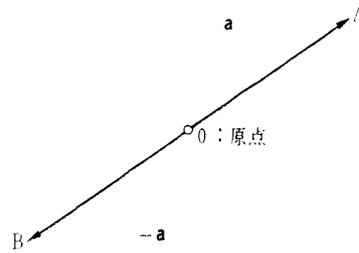


図-2.8 ベクトルの表わし方

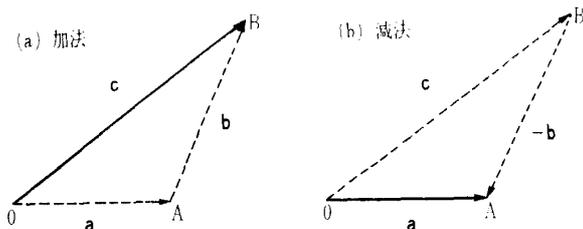


図-2.9 ベクトルの加法と減法

ベクトルの加法は図-2.9 (a) のように、ベクトル  $\vec{OA}$  (a) の先端に  $\vec{AB}$  (b) を描いて、点 O と点 B とを結んだベクトル  $\vec{OB}$  (c) を a と b との和と定義し、つぎのように表わす。

$$a + b = c$$

またベクトルの減法は、この逆と考えればよい。図-2.9 (b) のように、ベクトル  $\vec{OB}$  (a) の先端 B から b の逆向きベクトル  $\vec{BA}$  (-b) を加えれば A 点に達するから、この結果  $\vec{OA}$  (a) が求まり、つぎのように表わせる。

$$c - b = c + (-b) = a$$

### 2.3.4 複素変数の計算

地表面下の地下水の流れを考える場合、たとえば流線網を描こうとする時に考えるラプラス (Laplace) 型の2階偏微分方程式では、複素数の概念が有力な解決の手段を与えてくれる。

複素変数は、実数  $x, y$  を虚数の単位、 $i (= \sqrt{-1})$  で結合した変数で

$$z = x + iy \dots \dots \dots (1)$$

という形で表現し、 $x, y$  を、それぞれ複素変数  $z$  の実部、虚部という。この計算をするに際して、複素変数  $z$  は図-2.10 のように選んだ直角座標の平面上の1点  $P$  で表わす

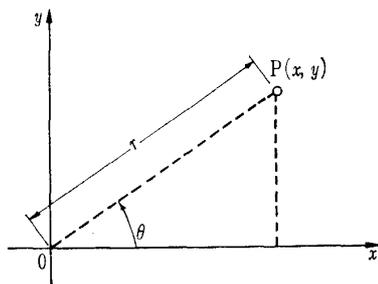


図-2.10 複素変数の表わし方

ことができる。つまり  $z$  の値は、 $x$  と  $y$  との値を与えて決まるものであるから、 $x, y$  平面上の1点で決めることができるわけである。Ox を実軸、Oy を虚軸という。

P 点の位置はOを極とする極座標 ( $r, \theta$ ) で表わすこともできる。

$$x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta$$

これを(1)式の  $z$  に代入すると

$$z = r(\cos \theta + i \sin \theta) = re^{i\theta} \text{ (注1)}$$

となる。

複素変数の和は、実数相互および虚数相互の和によって与えられる。

$$\begin{aligned} z_1 + z_2 &= (x_1 + iy_1) + (x_2 + iy_2) \\ &= (x_1 + x_2) + i(y_1 + y_2) \end{aligned}$$

これを図的に行なうには、図-2.11 に示すように、複素変数  $z_1$  を表わす点  $P_1$  から、 $z_2$  を表わす  $OP_2$  に平行に  $P_1P_3$  をとり、 $P_3$  点を求めると、 $P_3$  点が  $z_1$  と  $z_2$  との和  $z_3$  を与える。

複素変数  $z$  の符号を変えた  $-z$  は、 $x, y$  の符号をそれぞれ変えればよいから、原点Oに対して  $P_2$  と対称の位置にくる点 ( $-P_2$ ) が、それに相当する。したがって複素変数の差  $z_1 - z_2$  は、和と同じような作図をして (図-2.12)、点  $P_4$  を求めると、これが  $z_4 = z_1 - z_2$  を与える。

注1)  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  を  $z$  の絶対値といって  $|z|$  で表わし、 $\theta$  を  $z$  の偏角と呼ぶ。この  $\theta$  に  $2\pi$  の整数倍だけ違う値を代入しても、 $z$  の値は変わらないので、逆に  $z$  を与えても  $\theta$  は一義的には決まらない。注意する必要がある。

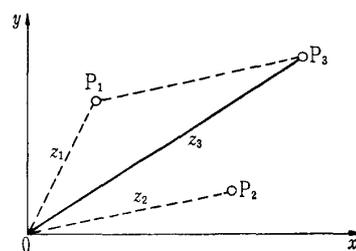


図-2.11 複素変数の加法

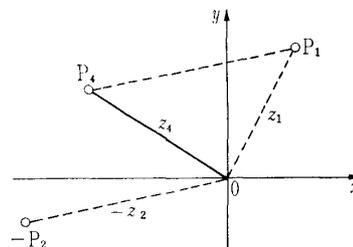


図-2.12 複素変数の減法

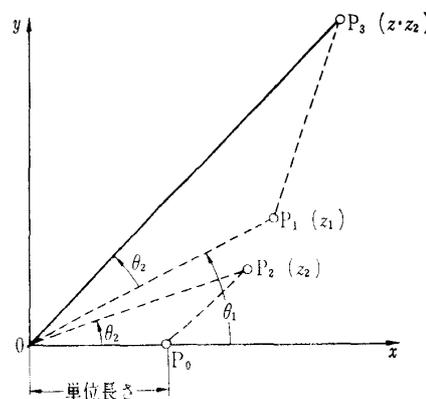


図-2.13 複素変数の乗法

複素変数の積は極座標表示をすると

$$z_1 z_2 = (r_1 e^{i\theta_1})(r_2 e^{i\theta_2}) = r_1 r_2 e^{i(\theta_1 + \theta_2)}$$

となる。したがって、これを図で表示すると 図-2.13 のように、 $x$  軸上に単位長さ  $OP_0$  をとり、三角形  $OP_0P_2$  ( $P_2$  は  $z_2$  を表わす) を  $z_1$  の偏角  $\theta_1$  だけ回転したとき  $OP_1$  が  $OP_0$  に対応するような相似三角形  $OP_1P_3$  を作ればよい。 $\triangle OP_0P_2$  と  $\triangle OP_1P_3$  が相似であるから

$$OP_3 = OP_1 \times OP_2$$

$P_3$  の偏角は作図により  $\theta_1 + \theta_2$  となるので、 $P_3$  が  $z_1$  と  $z_2$  の積となる。複素変数の除法に対する作図も本質的には全く同じで、

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} e^{i(\theta_1 - \theta_2)}$$

となるように描けばよい (図-2.14 参照)。

### 2.4 図解法の精度

図解法を適用する際に避けられない誤差は一体どれくらいのものか。それを心得ておくことは、その解を利用するに当たっては、きわめて重要なことである。しかし一口に

講 座

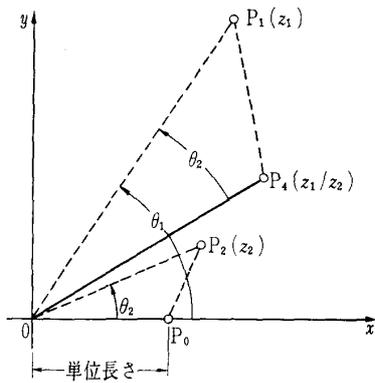


図-2.14 複素変数の除法

図解法とはいっても、既述したように種々の方法があるから、一括してそれらの精度を論ずるのはむずかしい。一般に 30 cm の長さの計算尺で 0.1 mm まで読みうるとすれば、その相対誤差は 0.3% と考えられている<sup>1)</sup>。しかし、目盛の読取りは実際には 0.2 mm~0.3 mm が普通であるから、その相対誤差は約 0.5~1.0% と考えるべきであろう。また、われわれが図を描いて解を求めてゆく場合は、計算尺のような読定誤差のほか、作図の誤差もはいるから、その作図の手順数や図の大きさも精度に大きな影響を与える。さて作図による図解法に共通してはいる誤差をあげると、つぎのようなものがある。

(i) 作図に当たってはいる誤差 点の位置の決定および角度の決定に当たってはいるもの、目盛の不正確さや線の太さなどに起因するもの。

(ii) 結果を読定する際にはいる誤差

また、それぞれの図解法に独自にはいる誤差に対する注意としては、つぎのようなものが考えられる。

(iii) ノモグラムなど 基線 (x 軸) の傾きや長さ、定数の取り方で誤差が変わる。

(iv) 一般の図解法 作図の手順の多いほど、作図を進めるにしたがって誤差が累積する可能性がある。

ついで、これらの誤差が生まれる機構や、その大きさについて検討してみよう。

(1) 長さの誤差 長さ  $l$  を図上に描いたとき、あるいは図上で  $l$  を読定した時の誤差を  $\Delta l$  とすると、その相対誤差は  $\Delta l/l$  である。およそ 0.2 mm~0.3 mm まで読定可能とすると、長さ  $l$  の大きいほど相対誤差は低下することになり、 $l=7\text{ cm} \sim 10\text{ cm}$  のときで  $(\Delta l/l)=0.3\%$  である。

(2) 角度の誤差 角度  $\theta$  に対する誤差を  $\Delta \theta$  とすると、図-2.15 に示すような  $l$  なる長さの先端での長さの誤差は  $l\Delta \theta$  となる。AA' は OA に比べて小さいから  $\widehat{AA'} = \widehat{AA'}$  と考えてよい。30 分目盛の分度器で  $\pm 10$  分までの誤差のはいる可能性があるとする、 $\angle AOA' = 10'$  は  $10/3438'$  ラジアン<sup>注2)</sup> であるから

$$\frac{AA'}{AO} = \frac{10'}{3438'} = 0.00291$$

となり、0.291% でほぼ 0.3% に近く、30 分読みの分度器を

使用するときの長さに対する誤差は、7 cm~10 cm の長さを読定するときの誤差に近い。

(3) さて誤差が単純に累積しないように十分注意したとすれば、最終結果に与える誤差は、作図の手順数の平方根に比例すると考えられる (誤差伝ばの法則)。すなわち、

$$E = e\sqrt{n}$$

ただし  $E, e$ : それぞれ全体誤差、および作図の 1 手順で生ずる誤差

$n$ : 作図の手順数

ただし、いつでも同じ長さの線や、同じ大きさの角度を描いているわけではないから、その場合は、それに応じ誤差の重みをつけて全体の誤差を計算すればよい。

$$E' = \sqrt{e_1^2 + e_2^2 + \dots + e_n^2}$$

ただし  $E'$ : 重みを考慮したときの全体誤差

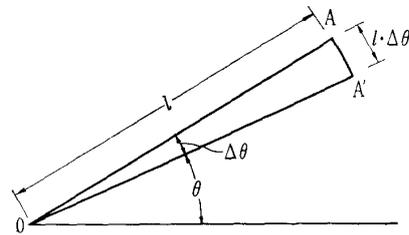


図-2.15 角誤差による長さの誤差

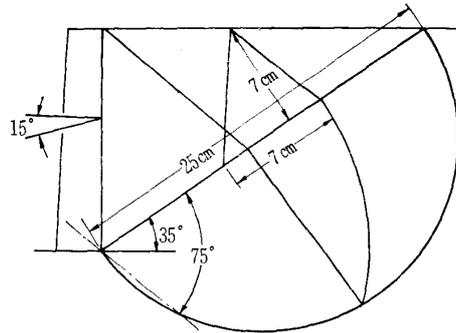


図-2.17 ポンスレの土圧図解法 (30 cm x 40 cm の大きさのもの)

注 2) 角の大きさをはかるには度分法と弧度法とがある。ふつう使われるのは度分法で、1 直角 = 90° (度), 1° = 60' (分), 1' = 60'' (秒) で表わす。しかし、技術上の諸問題では弧度法がより一層便利である。弧度法は図-2.16 に示すような単位長さの円を考へて、この円周の長さでこれに対応する中心角をラジアンなる単位で表わす方法である。弧度法と度分法との関係はつぎのようである。

$$1 \text{ ラジアン} = \frac{360^\circ}{2\pi} = 57^\circ 17' 45'' = 3438' = 206 265''$$

$$1^\circ = \frac{2\pi \text{ ラジアン}}{360} = 0.01745 \text{ ラジアン}$$

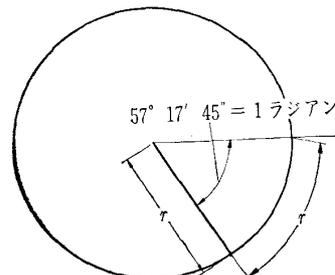


図-2.16 弧度法

表-2.1 図-2.17 の解の精度

図-2.18 との 対応番号	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⑪	合計
長さ、あるいは角 度など	35°	25 cm	半円 (25 cm/2)	15°	75°	平行線	垂直線	弧 (17.5 cm)	平行線	6.5 cm	6.5 cm	(誤差) <sup>2</sup> の総和 =1.031
誤差 (%)	0.29	0.12	0.24	0.29	0.29	0.29	0.29	0.17	0.29	0.46	0.46	

解の精度 =  $\sqrt{1.031} = 1.02\%$

〔注〕 1. 角度誤差は、すべて 0.29% として計算した。

2. 長さの誤差は 10 cm に対し 0.3% の相対誤差が生じ、長さが長くなるほど相対誤差は低下するとした。

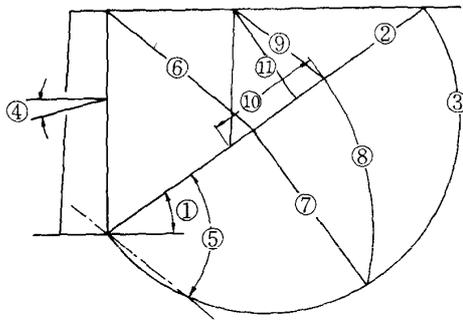


図-2.18 表-2.1 の対応図

$e_1, e_2, \dots, e_n$ : 重みを考慮したときの  
作図の各手順で生ずる誤差

1 例としてポンスレの図解法で土圧を求める図-2.17 のような場合について、その精度を確かめてみよう。図の全体の大きさは 30 cm × 40 cm の用紙をいっぱい用いて作図したものとする。

誤差を表-2.1 に書き出してみると解の相対誤差は 1.02% である。図解法の精度が意外にすぐれているのに驚かれる読者があるかも知れないが、入念に作図を行ない、かつ十分に注意して解を求めれば、この程度の精度を得ることは決して難しくない。また、図の大きさをこの倍にして描くと (分度器も直径 18 cm の精度のよいものを使用)、前述の考え方により重みが  $\sqrt{1/2}$  となるから、例にあげた解の相対誤差は  $\sqrt{1.031/2} = 0.71\%$  となることが予想される。

また、図解法で得られた解の精度をさらに高めたいときは、たとえば<ニュートンの近似法>を利用するのも一つの方法である。

<ニュートンの近似法>

いま、方程式

$$f(x) = 0$$

の一つの根  $x$  の近似値を  $x_1$  とする (ここで  $x_2 = x - h$  とする)。解析学における、よく知られた定理によって

$$f(x) = f(x_1) + hf'(x_1) + \frac{h^2}{2!} f''(x_1 + \theta h) \quad (0 < \theta < 1)$$

のように展開できる。ここで  $f'(x), f''(x)$  は、それぞれ  $f(x)$  の 1 次および 2 次の導関数である。

いま図解法で求めた  $x$  の近似値  $x_1$  が、 $x$  に相当近い近

似度をもっていれば、 $h$  もそれに相当した小さい数となるから、この 2 乗である  $h^2$  は、さらに小さくなり、 $h^2$  の項は無視できるくらいになる。すなわち、

$$f(x) \doteq f(x_1) + hf'(x_1)$$

$f(x) = 0$  だから、 $f(x_1) + hf'(x_1) = 0$  となって、

$$h = -\frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

ゆえに、根  $x$  の第 2 近似値として

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

とすることができる。 $x_2$  は  $x_1$  よりも、 $x$  に対して、より高い近似度を持つことがわかる。

<例> いま

$$x^2 - 4x + 2 = 0 \dots\dots\dots(2)$$

の根を求めることを考えよう。この解を求めるノモグラムとして図-2.19 が得られ、その一つの解として

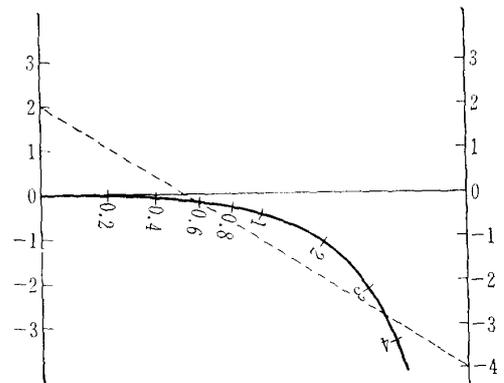


図-2.19 2次方程式のノモグラム

$$x_1 = 0.59$$

が決まったとする。そうすると

$$f'(x) = 2x - 4$$

であるから

$$f(0.59) = x_1^2 - 4x_1 + 2 = 0.3481 - 2.36 + 2 = -0.012$$

$$f'(0.59) = 2x_1 - 4 = 1.18 - 4 = -2.82$$

よつて第 2 近似値は

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = 0.59 - \frac{-0.012}{-2.82} = 0.586$$

## 講 座

となり、根の公式を用いて求めた(2)式の比較的正確な根 0.586 とまったく一致する。

## 2.5 図解法の長所と短所

図解法は、他の解法に比べて多くの利点を持っているが、ここでは主として数値計算の場合と比較しながら、その長短を論じてみよう。

(1) 図形的な解法であるため、全般的な見通しが数値計算と比べて非常によい。図解法は、数を幾何学的な量、たとえば長さで置きかえて図を作りながら演算していき、それを読みとるのだから、視覚に訴えている点で直観的であり、わかりやすい。数値計算で、しばしば生ずるような位取りの間違いや、頭の中でやる暗算などのミスが起こりにくい。また機械的な作図や読取りを行ないながら、各要素の変化に対する感度なども自然に理解できる。たとえばノモグラム計算において、感度の低い要素は、尺度の大きさや目盛が他の要素のものと比較して小さいことがわかる。

(2) 解を求めるに必要な時間や労力が大いに節約できる。しかも検算がきわめて容易である。図解法の1例としての計算尺と、そろばん(数値計算による計算器の例)の乗除法を、その時間や労力の面から比較してみよう。そろばんの計算時間は非常に早い、その早くなるまでの一種独特の練習と技術は大変なものであることは、よく知られているとおりで、操作している間、絶え間ない無意識の暗算がそう入されている。それに比べると計算尺は規則も簡単で、恐らく初めて教わった中学生でも、1時間もあれば原理はともかく、その答を出すまでの操作はすぐに覚えてしまうであろう。われわれが小学校時代からずっと練習してきた計算のテクニックが、数値計算の基礎となっているから、数値計算法にそれほど抵抗を感じないだけであって、それだけの訓練をしながらもなお、しばしば計算上のミスをおかしがちであることは、読者諸兄も十分経験のあることと

思う。

そして得られた結果をチェックするとき、数値計算の場合は、その誤まりを発見するのに、しばしば困難を感じる。ミスをおかす箇所は、その本人なら間違いをおかしがちな所であるから、見つかりにくいのである。図解法の場合は、解いている間、常に作図の全体が目にはいつているから、数値計算でいうところの計算ミスはまずはいり得ないし、その意味でのチェックもきわめて容易である。

(3) 解析的な方法では解けない場合、あるいは解くのがきわめて困難な場合でも、近似解でよければ、図解法が利用できる。土中を流れる流線や、その水圧を求める流線の解析問題では、少し条件が複雑になると解析的には解き得ないか、解けるとしてもきわめて厄介であることが多い。図解法は、精度に限りがあるが、はるかに多くの問題に利用でき、しかも割合簡単な手数で解決できる。

(4) 図解法の精度は一般に数値計算より劣る。図解法によって得られる精度は、ある縮尺で描かれた長さを目で読んでゆくのであるから、どうしても近似解とならざるを得ないし、縮尺の大きさでその精度が左右されることにもなる。幸いにして土質工学の分野では、有効数字がおよそ2~3けたもあれば十分な場合が多いから、適当な大きさの図(たとえば30 cm×40 cm)を作れば無意味なけた数まで読むこともなく、むしろ図解法は合理的といえる場合の方が多。

## 参 考 文 献

- 1) 林 毅：応用数学概論(上巻)，コロナ社
- 2) 鬼頭史城：応用数学(上巻)，日本機械学会
- 3) 本間，内田：計算図表・図式計算法，コロナ社
- 4) 小倉金之助：計算図表(岩波全書)，岩波書店
- 5) 柴田直光：ノモグラムの作り方(理工文庫)，理工図書
- 6) 倉西，宮川：図式力学，金原出版

(原稿受理 1972.8.21)

\*

\*

\*