

塑性流動

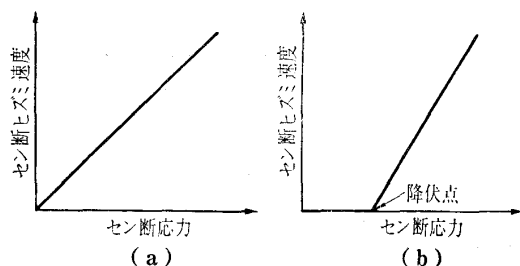
せき ぐち ひで お
関 口 秀 雄*

1. 塑性流動とは

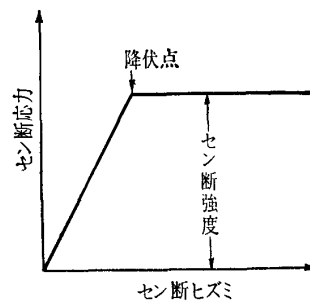
物質の変形の基本的な型には可逆的な変形つまり弾性変形と、非可逆的な変形つまり流動とがある。後者はさらに粘性流動 (viscous flow) と塑性流動 (plastic flow) に分けることができるが、その場合、一般レオロジーにおける塑性流動の定義と土質工学における塑性流動の定義とが異なっている点に注意を要する。これらの塑性流動の定義を紹介するにあたって、まず降伏値というものをつぎのように定義しておこう。すなわち、降伏値とは物体内の一部または全部に非弾性変形が生じはじめる際の応力値をいう。理想的な粘性液体では、図一1(a) に示すように降伏値はゼロであるため、無限小のせん断応力が作用しても粘性流動が生ずる。したがって、このような液体は静水圧以外の応力を静止状態では支えることができない。ところが、ある種の物質では物質内のせん断応力が降伏値を越えてから粘性流動が生ずる(図一1(b) 参照)。一般レオロジーに関する教科書¹⁾によれば、この種の流動のことを塑性流動あるいはビンガム流動 (Bingham flow) とよんでいる。

他方、土質工学においては塑性流動という術語を、上述のような降伏値を越えてからの粘性流動という意味で用いているのではなく、次節で述べるように塑性変形の意味で、特に地盤の塑性平衡と関連づけて用いている²⁾。塑性変形は、粘性流動と同様に非可逆的な変形の一つの型であるが、時間要素には全く無関係である点で粘性流動とは区別することができる。

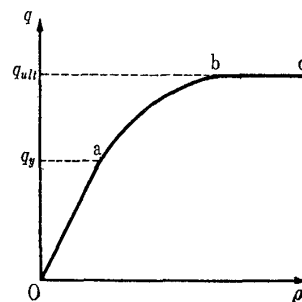
なお、土塊全体がまさに破壊せんとしてあたかも液体のように定荷重のもとで限りなく変形を続けている状態つまり塑性流動が極限にまで発達した状態をさして、“地盤が



図一1 (a)理想的な粘性流動
(b)理想的なビンガム流動



図一2 弾一完全塑性体の応力—ヒズミ関係



図一3 荷重—沈下曲線

流動している”と感覚的に表現することもある。

2. 地盤の塑性流動の性状

図一2のような応力—ヒズミ特性(弾一完全塑性)を示す等方等質地盤上に帯基礎を設置する場合を考えてみよう。帯基礎単位面積あたりの荷重強度が増加するとともに、帯基礎に接する地表面は沈下する。この沈下量 ρ と荷重強度 q の関係は一般に、図一3に示した荷重—沈下曲線のようなになる。荷重強度が降伏荷重 q_y を越えない間は、地盤内のすべての土要素が弾性的に応答する結果、図中の 0a のような直線関係が得られる。荷重強度が q_y を越えると、地盤内のある領域では土要素が降伏を始める。さらに荷重強度が増加するにつれて塑性域は拡大し、沈下の急増をもたらす。そして荷重強度が極限支持力 q_{ult} に達すると、地盤内には連続的なスベリ線が形成され、地盤は破壊状態(直線 bc の状態)に至る。いま述べたプロセスの中で、荷重強度が q_y から q_{ult} に至る間(曲線 ab)では地盤は塑性域の拡大を伴いながら変形しているが、この地盤変

* 工博 京都大学 防災研究所

技術手帳

形の様式のことをダポロニア (D'Appolonia) ら³⁾ は局部塑性流動 (contained plastic flow) とよんでいる。このような塑性流動の性状をより具体的には握するには、つぎの事項を検討しておく必要がある。

- (1) 降伏荷重と土のせん断強度との関係
- (2) 最初に降伏する土要素の位置
- (3) 塑性域の拡大性状
- (4) 極限支持力と土のせん断強度との関係
- (5) 破壊時の塑性域

これらの項目について比較的簡単に見通しが得られるのは、いわゆる $\phi=0$ —材料に対してであろう。そこで、以下の説明は $\phi=0$ —材料に限定して行なうことにする。

事項1, 2については、土の降伏規準が既知であれば弾性論の適用によって有用な結果を得ることができる。いま、対象とする土が、トレスカ (Tresca) の降伏規準に従って降伏する弾—完全塑性体であるとしよう(図—2 参照)。そして土の非排水せん断強度 c_u を主応力差の最大値の 1/2 であると定義すれば、トレスカの降伏規準はつぎのように表わせる。

$$\tau_{\max} = c_u = \text{一定} \cdots \cdots \cdots (1)$$

ここに $\tau_{\max}$ は最大主応力面と 45° をなす面上のせん断応力である。一方、図—4 に示すような等分布帯状荷重を受けた半無限弾性地盤内の応力分布は解析的に求まっており、 $\tau_{\max}$ に対してはつぎのような関係が得られている⁴⁾。

$$\tau_{\max} = (q/\pi) \cdot \sin \phi \cdots \cdots \cdots (2)$$

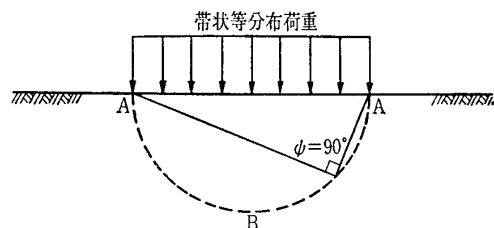
ここに ϕ は載荷幅 AA をのぞむ角である。式(2)から $\tau_{\max}$ の値は、 $\phi=90^\circ$ の場合に最大となること、つまり図—4 に示しているように載荷幅 AA を直径とする半円 ABA 上で土要素は最初に降伏することがわかる。さらに、降伏荷重 q_v は式(1), (2)からつぎのように求まる。

$$q_v = \pi \cdot c_u \cdots \cdots \cdots (3)$$

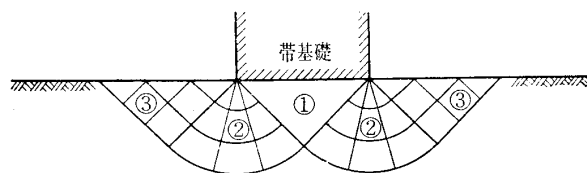
項目4, 5については従来より、土を剛塑性体と理想化し、スベリ線場の理論を適用することによって有用な結果が得られている。すなわち、 $\phi=0$ —材料の表面に設置された帯基礎の極限支持力 q_{ult} はつぎのように求められている⁵⁾。

$$q_{ult} = (\pi + 2) \cdot c_u \cdots \cdots \cdots (4)$$

そして、地盤が破壊状態(極限状態)にある場合の塑性域としてプラントル (Prandtl) は、図—5 中の領域②, ③を考えている⁵⁾。なお図中の領域①は、帯基礎と一体になっ



図—4 帯状荷重下の半無限弾性体中に生じる降伏領域



図—5 帯基礎下の地盤内に生じるスベリ線と塑性域

て沈下する剛性域である。

項目3については、上記のような弾性応力理論やスベリ線場の理論は残念ながら適用できない。この問題に対して最初にすぐれた成果を得たのはヘーグ (Höeg) ら⁶⁾である。彼らは、トレスカの降伏規準に従う弾—完全塑性体上に帯状荷重を加えた場合の地盤挙動をランプド・パラメータ・モデル (lumped parameter model) の手法で解析し、極限支持力は式(4)によって正確に予測できるけれども、塑性域の成長の様相は、古典理論から予想されるものとはかなりの程度、異なることを示している。すなわち、ヘーグらが得た結果によれば、最初の降伏は図—4 中の点Bの近傍で生じ、載荷強度が増加するとともに塑性域は次第に拡大し、極限状態においては図—5の領域②, ③の下方にまで発達している。ただし、ヘーグらが採用した地盤モデルは半無限体ではなく、剛な基盤上の有限厚さの地盤であることに注意しておく必要がある。

3. 地盤の塑性流動に関する応用例

地盤の塑性流動を考慮した設計・施工指針を作ろうとする場合に参考になると思われるアプローチを二つ紹介しておこう。

粘土地盤上の構造物の即時沈下量 ρ_i を求めるには通常、弾性論的手法が用いられており、地盤の塑性流動の寄与は無視されている。ところでダポロニアら³⁾は、一連の有限要素解析を帯基礎に対して行ない、地盤の塑性流動の寄与を考慮した構造物の即時沈下推定法を提案している。すなわち彼らは、有限要素解析の結果を三つの無次元量 ρ_e/ρ_i , q/q_{ult} , f の間の関係としてグラフ化している。ここに、 ρ_e/ρ_i は全即時沈下量 ρ_i に占める弾性的沈下量 ρ_e の割合、 q/q_{ult} は極限支持力に対する荷重強度の比、 f は地盤内の初期応力状態を表わすパラメータで、次式によって定義されている。

$$f = (1 - K_0) / (2c_u / \sigma_{v0}') \cdots \cdots \cdots (5)$$

ここに、 K_0 は静止土圧係数、 σ_{v0}' は有効土カブリ圧である。一般の問題では q/q_{ult} の値(安全率の逆数)と f の値は既知になるから、用意されたグラフから ρ_e/ρ_i の値を読みとることができる。一方、弾性論によれば ρ_e の値を別途に計算することができるので、これらの結果を組み合わせれば、目的とする全即時沈下量 ρ_i が求まるという手順である。

また地盤の塑性流動は、構造物基礎の沈下性状に関連し

ているだけではなく、構造物基礎周辺地盤の側方変位性状にも関連している。特に設計安全率が比較的小さい盛土基礎地盤の場合には、地盤破壊に至る先駆過程として盛土ノリ尻部近傍の側方変位や側方変位速度の発達過程を把えることが、さしせまりつつある地盤破壊を予知しようとする際に有力なようである。なお紙面の関係上、この方面の応用の詳細については参考文献 7)~9) に譲りたい。

参 考 文 献

- 1) 後藤廉平・平井西夫・花井哲也: レオロジーとその応用, 共立出版株式会社, 1962, pp. 67-68.
- 2) Terzaghi, K. and Peck, R.B.: 土質力学(基礎編), 星塾・加藤・三木・榎並共訳, 丸善株式会社, 1969, pp. 188-191.
- 3) D'Appolonia, D.J., Poulos, H.G. & Ladd, C.C.: Initial settlement of structures on clay, J. Soil Mech. Found.

- Div., ASCE. Vol. 97, No. SM10, 1971, pp. 1359-1377.
- 4) Poulos, H.G. & Davis, E.H.: Elastic solutions for soil and rock mechanics, John Wiley & Sons, Inc., 1974, p. 36.
- 5) Hill, R.・鷲津・山田・工藤共訳: 塑性学, 培風館, 1954, pp. 250-251.
- 6) Höeg, K., Christian, J.T. & Whitman, R.V.: Settlement of strip load on elastic-plastic soil, J. Soil Mech. Found. Div., ASCE. Vol. 94, No. SM2, 1968, pp. 431-445.
- 7) 富永真生・橋本正治: 側方変位の現地計測による盛土の施工管理について, 土と基礎, Vol. 22, No. 11, 1974, pp. 43-51.
- 8) 松尾 稔・川村国夫: 盛土の情報化施工とその評価に関する研究, 土木学会論文報告集, 第241号, pp. 81-91.
- 9) 栗原則夫・一本英三郎: 道路盛土工における実施例, 昭和52年度土木学会関西支部講習会テキスト(動態観測の活用), 1977, pp. 71-81.

(原稿受理 1978. 4. 14)

土質工学会発行

土質基礎工学ライブラリー

シリーズ既刊 15巻

A 5 判 布クロス上製本

送料 1 冊 240円

	ページ数	会員特価	定 価
1 軟弱地盤の調査・設計・施工法	310ページ	3,200円	4,200円
2 軟弱地盤における工事実施例	225ページ	1,700円	2,200円
3 掘削のポイント(第1回改訂版)	399ページ	3,800円	4,900円
4 土質調査試験結果の解釈と適用例	306ページ	2,700円	3,500円
5 建設工事における土質工学の実用例	376ページ	3,700円	4,800円
6 鋼 ギ (鋼ギ研究委員会報告)	376ページ	2,800円	3,600円
7 土と基礎実用数試・図表の解説	443ページ	4,100円	5,300円
8 掘削にともなう公害とその対策	305ページ	2,200円	2,900円
9 土と構造物の動的相互作用	567ページ	4,200円	5,500円
10 日本の特 殊 土	356ページ	3,200円	4,200円
11 土留め構造物の設計法	360ページ	3,900円	5,000円
12 切 土 ノ リ 面	395ページ	4,000円	5,200円
13 軟弱地盤における工事実施例(その2)	360ページ	4,600円	5,900円
14 実施例に見る構造物基礎 ——設計施工上の諸問題——	303ページ	3,900円	5,000円
15 土質工学における化学の基礎と応用	324ページ	3,400円	4,500円

発売:(社)土質工学会 ☎03-251-7661(代)

〒101 東京都千代田区神田淡路町2-23(菅山ビル4階)