

光弾性実験による群杭効果

The effects of the pile groups by photoelasticity

あさ い さだ しげ
浅 井 貞 重*

1. はしがき

重量構造物を地盤が支えるとき地盤に杭を打って地盤を強くするが、地震のような横荷重に対しては垂直荷重に比べてあまり強くならず、その資料も少ない。したがってはっきりした対策もとられていないまま経験に頼って設計をしている場合がよくある。そこで、かかる場合の資料の一助として杭が一行に複数本打設されたとき、水平荷重によって各杭がどのように相互干渉し、いかなる曲げモーメント分布および水平力の分担をするかを力学モデルにつき解き、その解の妥当性を二次元光弾性実験により確かめた。

2. 杭と地盤の系の力学モデル

図-1 は単杭の杭頭の回転が拘束されているとき、杭頭に水平力 H が作用して杭頭が δ だけ変位した図である。かかる場合、杭と地盤が弾性体であるとするとき杭の変位 $y(x)$ と曲げモーメント $M(x)$ は Chang (チャン) により、地上部分と地中部分にそれぞれ脚字 1, 2 をつけて

$$y_1(x) = \frac{H}{12EI\beta^3} \{2(\beta x)^3 + 3(\beta h - 1)(\beta x)^2 - 6(\beta h)(\beta x) + 3(\beta h + 1)\} \dots (1)$$

$$M_1(x) = \frac{H}{2\beta} \{1 - \beta h - 2\beta x\} \dots (2)$$

$$y_2(x) = \frac{He^{-\beta x}}{4EI\beta^3} \{(\beta h + 1)\cos \beta x - (\beta h - 1)\sin \beta x\} \dots (3)$$

$$M_2(x) = \frac{He^{-\beta x}}{2\beta} \{-(\beta h - 1)\cos \beta x - (\beta h + 1)\sin \beta x\} \dots (4)$$

と求められている。ただし $\beta = (kD/4EI)^{1/4}$ であり、 D , EI は杭の直径、曲げ剛性、また k は地盤反力係数である。かかる場合、地盤内の杭の変形は図-2 に示すように $\beta h < 1$ のときは、地表より第1不動点の間

$$(=l_y = \{\tan^{-1}((\beta h + 1)/(\beta h - 1))\}/\beta)$$

において他の部分よりも大きく変形するので、通常の杭基礎については地盤内における H の水平反力分布は近似的に l_y 間の杭の水平変位分布に対応すると考えられる。すなわち H は $y_2(x)$ を $x=0 \sim l_y$ につき積分したものに比例すると考えられる。そこで l_0 を任意の係数とし、 l_0 が

$$l_0 \times y_2(0) = \int_0^{l_y} y_2(x) dx \dots (5)$$

を満足するならば、 l_0 間につき、 H の水平反力分布かまたは杭の水平変位分布のうち、どちらか一方が一定である系に置換できるとする^{1,2)}。かかる場合、後者につき考えると Coulomb (クーロン) の土圧論の誘導条件と一致するので、かような系は図-1 において、受働土圧部分と主働土圧部分に土楔ができるまで安定であるとしてすることができる。以上が単杭についての力学モデルである。ただし図-1 において $\theta_p = 45^\circ + \phi/2$ $\theta_a = 45^\circ - \phi/2$ ϕ = 内部摩擦角であり、(5)式の l_0 を l_0/l_y の形で求めると

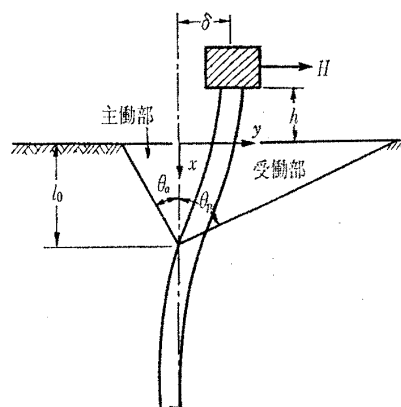


図-1 杭と地盤の系

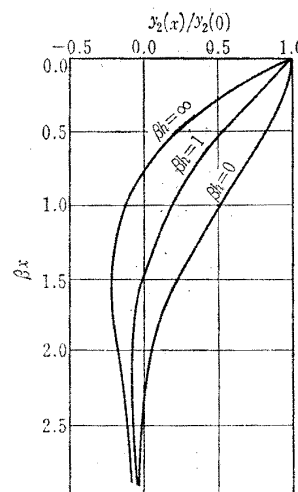
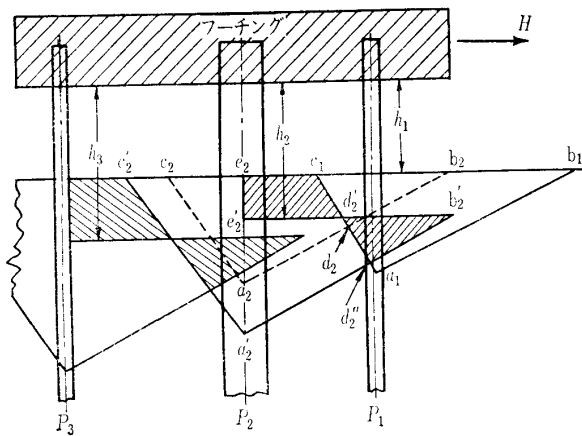


図-2 地盤中の杭の変形

*東洋大学助教授 工学部

図—3 3本杭の h_1 , h_2 , h_3 の決め方

$$\frac{l_0}{l_y} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{(\beta h)^2 + 1} \exp\left(-\tan^{-1} \frac{\beta h + 1}{\beta h - 1}\right)}{\sqrt{2}(\beta h + 1) \tan^{-1} \frac{\beta h + 1}{\beta h - 1}} \\ = 0.3843 \sim 0.4529 \dots \dots \dots (6)$$

となる。ただし β は(1)～(4)の注釈, h は図—1 参考。

次に一直線上に複数本の杭が任意の間隔で打設され、各杭頭が剛なフーチングに剛結されているとき、このフーチングに水平力 H が作用すると各杭がどのような割合で H に抵抗するか、また各杭の変形はどのようなになるかにつき考える。当然この場合も地盤と杭の相互干渉、杭間隔などに関係するのであろうが、(1)～(4)式に相当する簡単な式はまだない。そこで各杭の EI , D , h がそれぞれ任意のとき、各杭の水平力分担率は変化するとし、杭と土楔の力学モデルのつり合いから、それらの近似値を求めてみた。次にその過程を図—3 の3本杭を例にとって説明する。

いま H が右方向に働くとすると、右端の杭 P_1 は受働土圧部分が乱されていないので単杭とみなして土楔を求め、 P_1 の杭頭変位 δ_1 を(1)式から求めると

$$\delta_1 = y_1(-h_1) = \frac{H_1}{12 E_1 I_1 \beta_1^3} \{(\beta_1 h_1 + 1)^3 + 2\} \dots \dots (7)$$

となる。

次に P_2 も単杭とみなして土楔を描くと三角形 $c_1 b_2 d_2$ なる部分は P_1 の土楔と重なるので、この部分だけ地盤の固定度が緩くなる。そこで $h_2 = e_2 e_2' + h_1$ ととり、(6)式より $l_0 (= a_2' e_2')$ を求めて受働土圧部分を描き、 $e_2 c_1 d_2' e_2'$ の面積と $d_2' b_2' d_2''$ の面積が等しくなったら、4 辺形 $e_2 c_1 d_2' a_2'$ の部分が P_2 の受働土圧部分とした。なお主働土圧部分は a_2' から $a_2 c_2$ に平行に線を引いてできた三角形 $a_2' c_2' e_2$ とした。また P_2 の杭頭変位 δ_2 は(7)式と同様に

$$\delta_2 = y_1(-h_2) = \frac{H_2}{12 E_2 I_2 \beta_2^3} \{(\beta_2 h_2 + 1)^3 + 2\} \dots \dots (8)$$

で表されるとする。

次に P_3 についても P_2 と同様にして δ_3 の式を得る。しかる後、 $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3$ が成立するように(7), (8)および δ_3 の式より H_1 , H_2 , H_3 の比を求め、 $H_1 + H_2 + H_3 = H$ を満足し

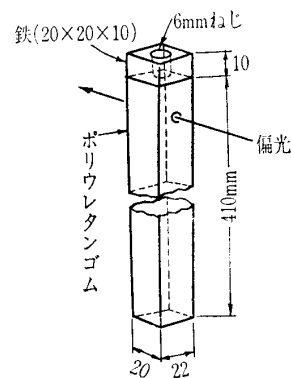
たら、そのときの H_1 , H_2 , H_3 が H の分担力、 $H/3$ H_1 が群杭効果 e_d であるとした。

3. 光弾性実験

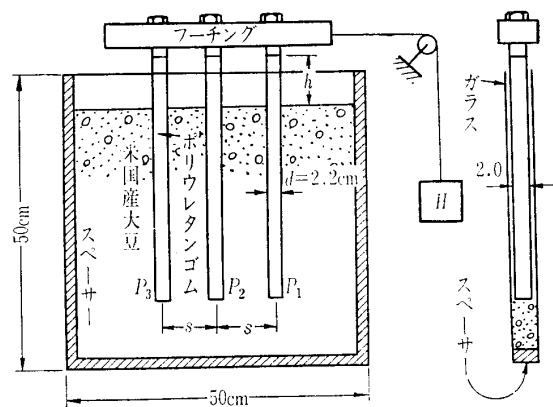
杭は断面積が 22×20 mm、長さが 410 mm のポリウレタンゴム(ヤング率 $= 14.5 \text{ kgf/cm}^2$, 光弾性感度 $= 27 \text{ mm/kgf}$)の上部に 6 mm のねじ孔を 1 個有する $20 \times 20 \times 10$ mm 立方の鉄片を鑄込んだものとし(図—4 参考)、これを 1～5 本用いることにした。なおポリウレタンゴムを成型するとき、試験片固定用の鉄片を鑄込んでおくと、鉄片を固定することにより試験片の固定条件をほとんど満足し、試験片の組立てにより生じる応力集中も非常に小さくすることができた。

次に地盤に相当する材料は杭と地盤の相似則および適応性などから決めなくてはならないが、ここではその検討を略し、大豆が手近にあったので地盤の材料として利用した。フーチングは断面が 3×2 cm 角で長さが 40 cm の本片を、またスペーサーにはボール紙を重ねて用いることにした。

実験装置を図—5 に示す。すなわち厚さが 2.5 cm のスペーサーを 50×50 cm 角の透明ガラス板(厚さ 5 mm)で両側からはさみ、ガラス板とガラス板の間に杭を入れ、杭頭の鉄片を 6 mm のボルトでフーチングに固定する。しかる後、地盤に相当する大豆を二枚のガラス板の間に入れ、上部のフーチングを死荷重 H で水平に引っ張り、これに偏



図—4 試験片



図—5 光弾性実験装置



No.1
 $h=0$ cm, $H=0.6$ kgf



No.2
 $h=5$ cm, $H=0.3$ kgf



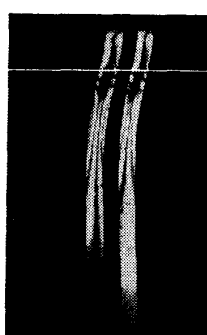
No.3
 $h=10$ cm, $H=0.2$ kgf



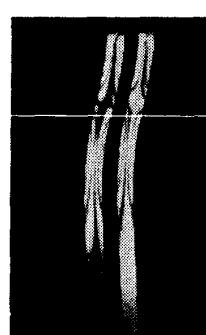
No.4
 $h=15$ cm, $H=0.2$ kgf



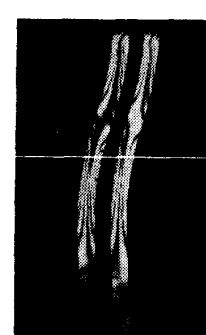
No.5
 $h=0$ cm, $H=1.2$ kgf, $s/d=1.8$



No.6
 $h=5$ cm, $H=0.6$ kgf, $s/d=1.8$



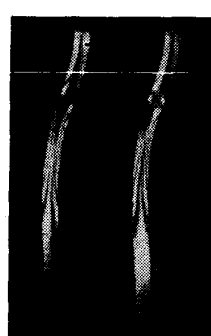
No.7
 $h=10$ cm, $H=0.4$ kgf, $s/d=1.8$



No.8
 $h=15$ cm, $H=0.4$ kgf, $s/d=1.8$



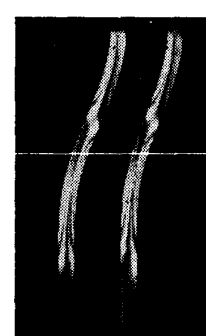
No.9
 $h=0$ cm, $H=1.2$ kgf, $s/d=3.6$



No.10
 $h=5$ cm, $H=0.6$ kgf, $s/d=3.6$



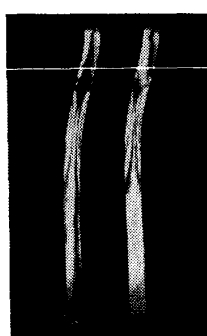
No.11
 $h=10$ cm, $H=0.4$ kgf, $s/d=3.6$



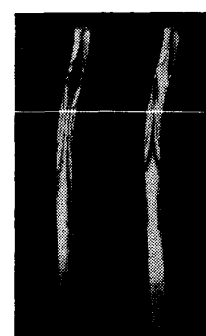
No.12
 $h=15$ cm, $H=0.4$ kgf, $s/d=3.6$



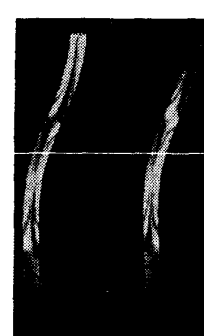
No.13
 $h=0$ cm, $H=1.2$ kgf, $s/d=5.5$



No.14
 $h=5$ cm, $H=0.6$ kgf, $s/d=5.5$



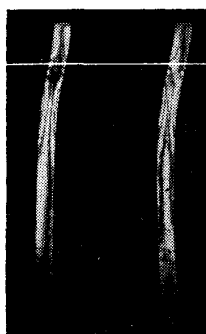
No.15
 $h=10$ cm, $H=0.4$ kgf, $s/d=5.5$



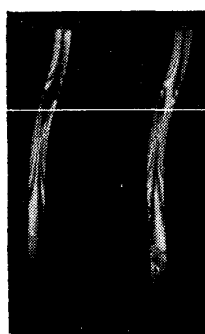
No.16
 $h=15$ cm, $H=0.4$ kgf, $s/d=5.5$



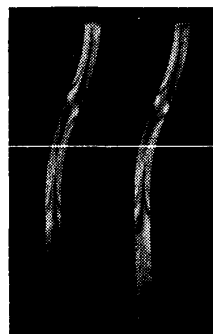
No. 17
 $h=0$ cm, $H=1.2$ kgf, $s/d=7.5$



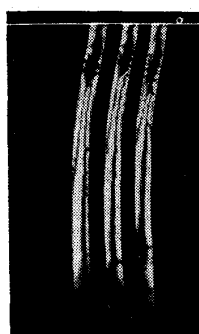
No. 18
 $h=5$ cm, $H=0.6$ kgf, $s/d=7.5$



No. 19
 $h=10$ cm, $H=0.4$ kgf, $s/d=7.5$



No. 20
 $h=15$ cm, $H=0.4$ kgf, $s/d=7.5$



No. 21
 $h=0$ cm, $H=1.8$ kgf, $s/d=1.8$



No. 22
 $h=5$ cm, $H=0.9$ kgf, $s/d=1.8$



No. 23
 $h=10$ cm, $H=0.6$ kgf, $s/d=1.8$



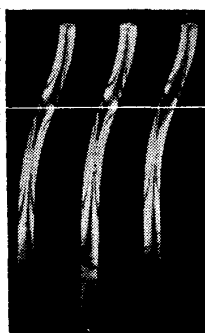
No. 24
 $h=15$ cm, $H=0.6$ kgf, $s/d=1.8$



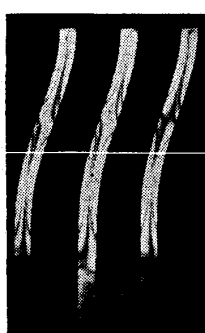
No. 25
 $h=0$ cm, $H=1.8$ kgf, $s/d=3.6$



No. 26
 $h=5$ cm, $H=0.9$ kgf, $s/d=3.6$



No. 27
 $h=10$ cm, $H=0.8$ kgf, $s/d=3.6$



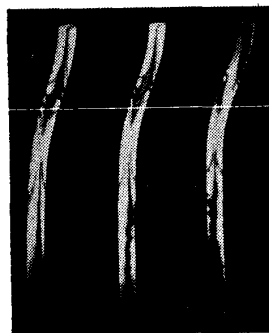
No. 28
 $h=15$ cm, $H=0.6$ kgf, $s/d=3.6$



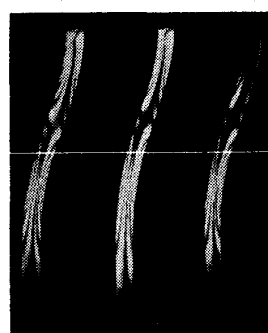
No. 29
 $h=0$ cm, $H=1.8$ kgf, $s/d=5.5$



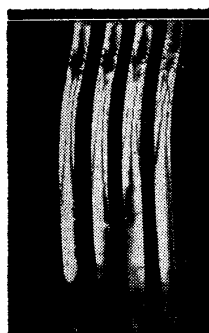
No. 30
 $h=5$ cm, $H=0.9$ kgf, $s/d=5.5$



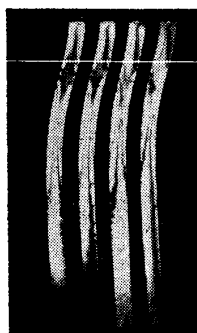
No. 31
 $h=10$ cm, $H=0.8$ kgf, $s/d=5.5$



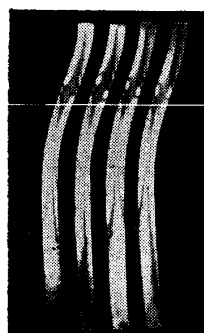
No. 32
 $h=15$ cm, $H=0.6$ kgf, $s/d=5.5$



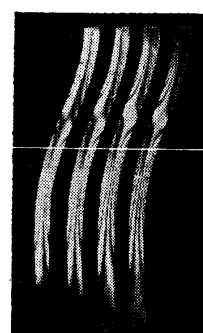
No. 33
 $h=0$ cm, $H=2.4$ kgf, $s/d=1.8$



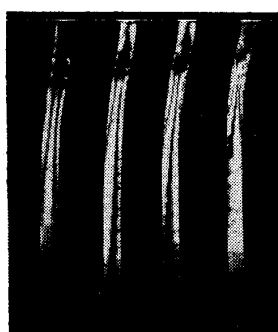
No. 34
 $h=5$ cm, $H=1.2$ kgf, $s/d=1.8$



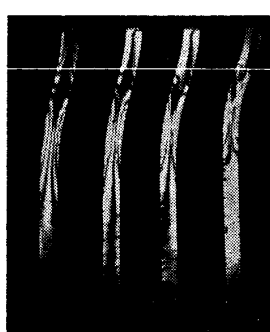
No. 35
 $h=10$ cm, $H=1.0$ kgf, $s/d=1.8$



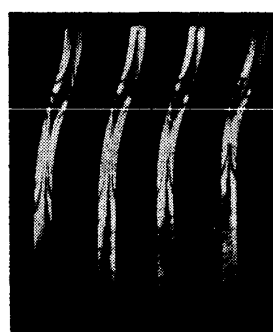
No. 36
 $h=15$ cm, $H=0.8$ kgf, $s/d=1.8$



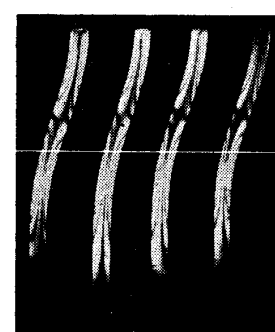
No. 37
 $h=0$ cm, $H=2.4$ kgf, $s/d=3.6$



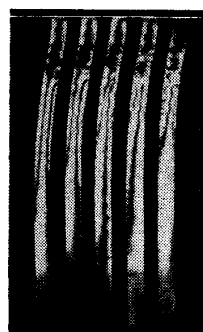
No. 38
 $h=5$ cm, $H=1.2$ kgf, $s/d=3.6$



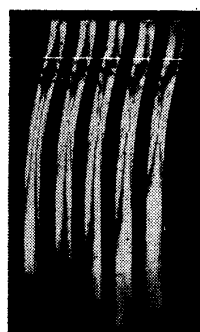
No. 39
 $h=10$ cm, $H=1.0$ kgf, $s/d=3.6$



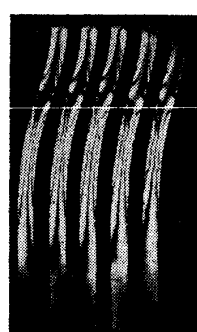
No. 40
 $h=15$ cm, $H=0.8$ kgf, $s/d=3.6$



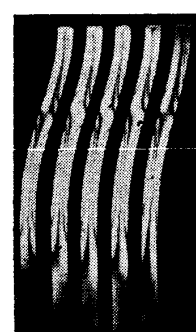
No. 41
 $h=0$ cm, $H=3.0$ kgf, $s/d=1.8$



No. 42
 $h=5$ cm, $H=1.5$ kgf, $s/d=1.8$



No. 43
 $h=10$ cm, $H=1.2$ kgf, $s/d=1.8$



No. 44
 $h=15$ cm, $H=1.0$ kgf, $s/d=1.8$

写真—1 光弾性の縞模様 (写真中の白線は地表面を表す)

資料—366

光を当てて光弾性写真を撮った。その写真を写真—1に示す。なお写真—1は $n, h, s/d$ (n, s はそれぞれ杭本数, 杭間隔)をいろいろと変えていったので、 H は光弾性縞が容易に読めるよう n と h の組合わせにより決めた。写真—1から杭の変形は地上, 地中ともにほとんど平行であること, また地上部の杭の曲げモーメント分布は, 杭の縁が自由境界であり, かつ外力は杭頭の H のみであるから f.o. (縮次数)の値として直接求められる。一方, 地中の杭については一例として写真番号 No. 34 につき言及すると右の杭ほど杭の縁部の縞模様が波打っている。これは右の杭ほど地中の水平反力すなわち杭に作用する受働土圧が大きいことを示している。なお $P_1, P_2, \dots$ で右端よりの杭を表すと, P_1 の後面(左縁)が波打っているのが分かるが, これは P_2 の受働土圧が P_1 の主働土圧より卓越して P_1 に作用することを意味しており, この現象は h が小さいほど, また右側の杭ほど顕著となることは他の写真からもいえる。すなわち, P_1 は P_2 よりも, P_2 は P_3 よりも, 更に P_3 は P_4 よりも, それぞれ多くの水平反力を負担し, P_1 近傍の地盤はより早い段階でフル・モービライズ(受働土圧をフルに発揮する)することを表している。

本実験に用いた杭の自重は H に対して省略できるほど小さく, かつフーチングの自重と回転はガイドによりゼロとなるように規制されているので(図—5 参考), 実験はほぼ杭の軸力=0の状態で行われたと考えられるが, 写真—1によれば, 土中の杭の中立軸の位置は杭の中心線よりだいぶ前面に移動している。また各杭の前縁と後縁の f.o.=0 の位置, すなわち変曲点($M_1(x)=0$)の位置も大きくずれている(これは h が小さいほど, また P_4 より P_1 の方が顕著である)のが認められるが, それらの原因は各杭に作用する受働土圧と杭の曲率が大きいためと考えられる。

なお, 曲げモーメントは右の杭ほど大きい, 土中部分の杭に作用する曲げモーメントの分布は左の杭ほど下方に広がっている。これは2.の考え方の妥当性を示すものである。

4. 計算例

3.で言及した試験片についての群杭効果 e_a および各杭が H をいかに分担するかを求める。まず

$$\beta = \left(\frac{0.25 \times 2 \times 12}{4 \times 14.5 \times 2 \times 2.2^3} \right)^{1/4} = 0.264 \text{ cm}^{-1}, h = 5 \text{ cm}$$

であるから(6)式に $\beta h = 1.32$ を代入して, $l_0/l_y = 0.3846$ を得る。ゆえに $l_0 = 2.089 \text{ cm}$, ここで $\phi/2 = 25^\circ$ とすると注1), $\theta_p = 70^\circ$, $\theta_a = 20^\circ$ となり, 図—3に相当する図として図—6を得る。

図—6において, (7), (8)式および δ_3 に相当する式の分母は共通であるから分子のみ記すと, それぞれ

$$H_1\{(\beta h_1 + 1)^3 + 2\} = H_1\{(1.320 + 1)^3 + 2\} = 14.49 H_1$$

$$H_2\{(1.391 + 1)^3 + 2\} = 15.67 H_2$$

$$H_3\{(1.394 + 1)^3 + 2\} = 15.72 H_3$$

$$H_4\{(1.394 + 1)^3 + 2\} = 15.72 H_4$$

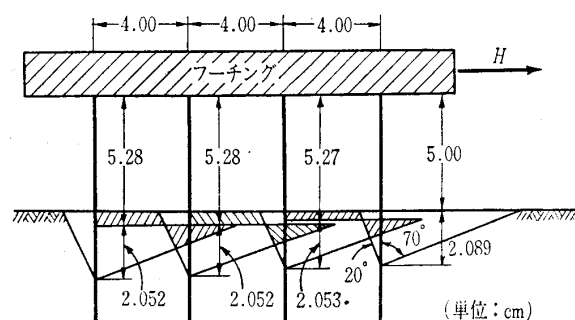
となり, 各々が等しくなるためには, $H_2 = 0.9247 H_1$, $H_3 = 0.9218 H_1$, $H_4 = 0.9218 H_1$ でなければならない。次に $H_1 \sim H_4$ をそれぞれ加えたものが H となるためには

$$(1.0000 + 0.9247 + 0.9218 + 0.9218)H_1 = 3.768 H_1 = H$$

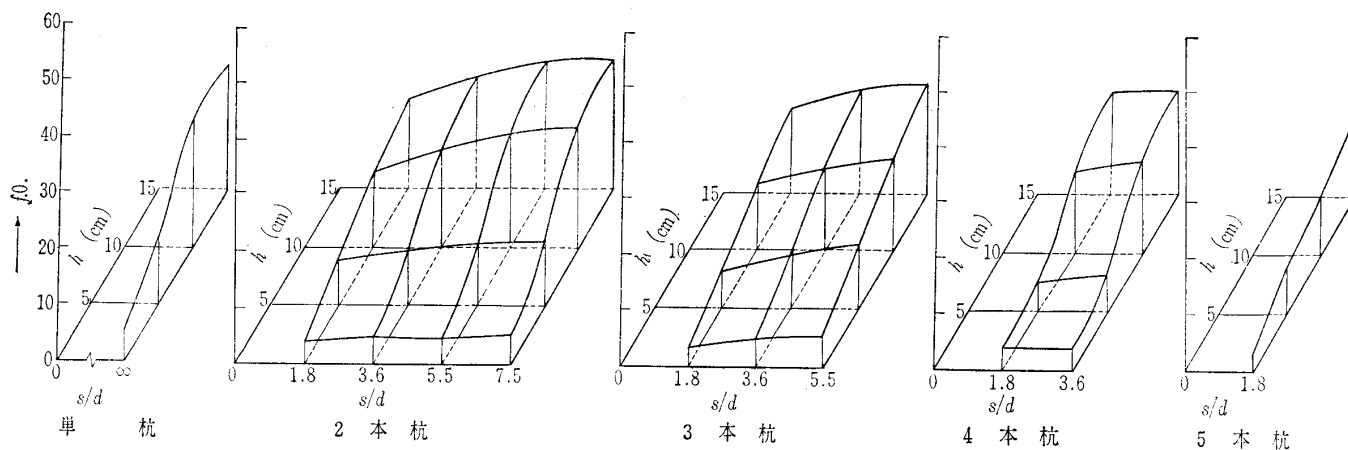
となり, e_a は

$$e_a = 3.768/4 = 0.942 \dots\dots\dots(9)$$

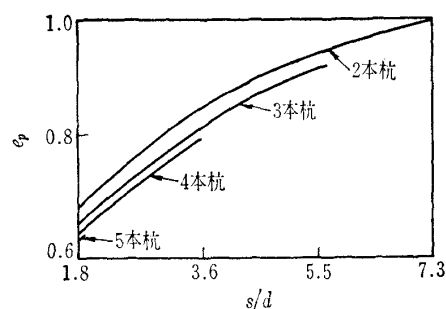
となる。また $P_1 \sim P_4$ の杭が H を受けもつ割合はそれぞれ,



図—6 4本杭の h_i と l_0, i



図—7 $n, h, s/d$ とf.o.の関係

図-8 e_p と s/d と杭本数

1.0000, 0.9247, 0.9218, 0.9218 を 3.768 で割って
 26.54%, 24.54%, 24.46%, 24.46%……………(10)
 となる。

5. 光弾性実験による群杭効果

ここでいう光弾性実験による群杭効果 e_p とは、与えられた D , h , k , EI に対して H/n = 一定のとき、地中における群杭の各杭の f.o. の最大値の算術平均値を、同じ条件下にある単杭の f.o. で除した商と定義する。

本実験では $H/n = 0.6 \text{ kgf}$ とした。しかるに写真-1 の H の値は前述のように f.o. と n と h の組合わせにより決定したのであるから、 $H/n \neq 0.6 \text{ kgf}$ の場合は H と f.o. が正比例するものとして f.o. の値を修正した。その結果を図-7 に示す。

図-7 で群杭の f.o. を単杭の f.o. で割った商が e_p となり、 e_p を求めると、本実験の範囲では h の影響はほとんどない

注 1) k の値は大豆が満たされた箱の中央に直径 15 cm の円板を置き、この円板に 0.5 kgf おきに 4.0 kgf まで荷重を加えてできた荷重と円板の垂直沈下量との直線性より求めることにした。ここでは以上の実験を 3 回行い、その平均値 $1/3(0.27+0.25+0.23) = 0.25 \text{ kgf/cm}^2$ を k とした。また ϕ の値は透明なガラス板で四角の箱を作り、ただし四つの側板のうち一つだけは水平可動、この箱に大豆を満たし、可動な側板を水平に圧して(すなわち受働土圧)、できた大豆のすべり角を測ることにより ϕ を求めることにした。すべり角を 3 回求めると 70.0°, 74.5°, 71.5° であり、ほかの資料と比べて大きすぎる感があったので、その最小値 70.0° から $\phi = 50^\circ$ とした。なお主働土圧によるすべり角は受働土圧の場合より測定が不明確となったので省いた。

ので h を省略して e_p を示すと図-8 のようになり、傾向としては垂直荷重による群杭効果³⁾ に類似するのが分かる。

ここで 3. の場合につき言及すると、写真-1 の No. 34 から杭 $P_1 \sim P_4$ の地中における f.o. の最大値は、それぞれ 3.5, 3.3, 3.0, 3.0 である。また No. 2 の写真からは f.o. = 3.4 であって、杭 1 本当たりの水平力は両者ともに 0.3 kgf であるから、 e_p は

$$e_p = (3.5 + 3.3 + 3.0 + 3.0) / (4 \times 3.4) = 0.941 \dots\dots (11)$$

となる。次に $P_1 \sim P_4$ が水平力を受けもつ割合は f.o. の % をとって、それぞれ

$$27.34\%, 25.78\%, 23.44\%, 23.44\% \dots\dots (12)$$

となる。(11), (12) 式の値はそれぞれ (9), (10) 式の値に近いことが分かる。

6. 結 論

二次元の群杭効果と各杭の水平力の分担率を力学モデルのつり合いより求め、その妥当性を光弾性実験により確かめた。ただし、①Chang の式と Coulomb の式を用いて力学モデルのつり合いを考えるのに多くの仮定が入っていること。②二次元であること、③杭の変形および水平反力が大きいこと、④ EI と k の比率、⑤ f.o. を数えるとき試験片と大豆の接触面を自由境界としたこと⁴⁾、などの点を考慮する必要があるが、群杭効果および各杭が受けもつ水平力の概数または定性的な傾向をみるには 4. の考え方が適用されてもよいと思われる。

参 考 文 献

- 1) 岸田英明・中井正一：地盤反力(変位関係の非線形性), 土と基礎, Vol. 25, No. 8, pp. 21~28, 1977.
- 2) 榎並 昭その他：親グイの水平抵抗に関する実験的研究, 日本建築学会大会, 学術講演梗概集, 1972, 1973.
- 3) ホイテカー, T: 杭基礎の設計(岸田英明訳), 彰国社刊, pp. 133~135, 1978.
- 4) Durell, A.J., et al: Photoelasticity Study of Beams on Elastic Foundation, ASCE, ST 8, pp. 1713~1725, 1969.

(原稿受理 1980. 7. 7)