

地盤の安定計算における安全率の問題点

Differences in the factor of safety in stability analyses

こ ばやし
小 林 正 樹*

1. ま え が き

構造物を計画・設計する場合には、必ずといってよいほど安全率を問題にしなければならない。地盤を対象にして設計を行う際にも、安全率の概念を用いるのが一般的である。例えば、基礎の支持力解析や斜面安定解析は土質工学における大きな問題であるが、そこでは、いずれも安全率の検討が行われている。

しかし、土質工学は非常に幅広い問題を対象としなければならないために、それぞれの問題における安全率の考え方が必ずしも同一ではない。土質工学において同じ安全率という言葉で定義されていても、実際には内容が異なることを示すための例として、以下の質問が考えられる。

〔質問1〕

基礎の支持力の場合と斜面安定の場合の安全率とは同じ意味を持っているのか。

〔質問2〕

安全率とは、さまざまな不確実な要素をカバーするものであると思われる。基礎の支持力の解析を行う際に考えられる最も重要な不確実な要因は、荷重の大きさと土の強度であろう。支持力解析の安全率が3あれば、以下の2点が保証されるのか。

- 1) 荷重が想定より異常に大きくなっても、3倍の荷重までは、破壊は生じない。
- 2) 土の強度が予想された値より小さくても、強度が1/3になるまでは地盤は安定している。

〔質問3〕

斜面の安定を円弧すべり解析で行うことが多い。同じ円弧すべり解析といっても、各種の方法が提案されている。方法が異なった場合に、安全率にどの程度の差が生じるのか。

〔質問4〕

土の強度に関する安全性を議論する際に、有効応力と全応力の観点の相違による差が生じないか。

上記の質問は土質工学の安全率の問題点のいくつかを示したものである。もちろん、安全率にはこれ以外にも多く

の議論すべき点があり、最近では、不確実性の概念から安全率が再評価され、信頼性設計という方法も提案されている¹⁾。しかし、今回ここで取り扱うのは、一般の教科書に記述されているような土質工学における安全率にも、いろいろな問題点があるという点である。以下に、各質問に対応して、安全率の持つ問題点を紹介していくこととする。

2. 支持力における安全率と斜面安定における安全率の相違

支持力と斜面安定は土質力学で取り扱っている二つの大きな問題である。ここでは、類似の問題が議論され、いずれも安全率という用語を用いて地盤の安定を検討している。しかし、二つの問題における安全率の定義が等しくないことに注意しなければならない。

支持力の問題においては、安全率 F を極限支持力 q_a と許容支持力 q_a の比として、次式のように定義している。

$$F = q_a / q_a \dots\dots\dots(1)$$

つまり、支持力の安全率とは、荷重の大きさに対してどの程度余裕があるかを示している。

それに対して、斜面安定における安全率は強度に関する余裕を表しているといえる。ある斜面に対して安全率を求める場合、土のせん断抵抗がどの程度減少すれば破壊が生じるかを調べ、その減少率を安全率とするわけである。つまり、せん断強度が半分になった場合に破壊が生じるとすると、安全率を2とすることになる。

このような安全率の定義は、一般の教科書に述べられている安全率と異なっている、という印象を与えるかもしれない。斜面安定において最も一般的に行われる円弧すべり解析においては、安全率 F をモーメントの比として次式のように定義することが多い。

$$F = \frac{\text{抵抗モーメント}}{\text{すべりモーメント}} \dots\dots\dots(2)$$

(2)式を変形すると、次式が得られる。

$$\frac{\text{抵抗モーメント}}{\text{すべりモーメント}} / F = 1 \dots\dots\dots(3)$$

(3)式が意味するところは、抵抗モーメントを $1/F$ にすると、すべりモーメントに等しくなるという点である。抵抗モーメントは土のせん断強度に正比例するので、抵抗モーメントを $1/F$ にすることは、土のせん断強度を $1/F$ にすること

*運輸省港湾技術研究所 土質部土性研究室長

に対応してくる。また、抵抗モーメントとすべりモーメントがちょうど等しくなる状態は、斜面が破壊する極限状態を表している。したがって、(3)式は、土のせん断抵抗を減少させていった場合に、破壊が生じ、極限状態になるような減少率 F をもって安全率とするということを意味している。通常はモーメントの比で定義されている安全率が実際には、このように土のせん断抵抗に関する安全性を示している、と考えた方が安全率の意味が明確となってくる。このような安全率の定義をすると、円弧すべり解析以外の斜面安定解析にもそのまま適用できる利点もある。

これまでに述べてきたように、支持力の場合の安全率と斜面安定の安全率は考え方が異なっていて、支持力では、荷重の安全性、斜面安定では、土の強度の安全性が安全率と対応しているといえる。

では、実際の問題に対して、このような安全率の考え方の相違がどのような意味を持つかを調べてみることにする。例として、図-1 に示すような帯基礎の支持力の問題を取りあげる。問題を簡単にするために、地盤は均一な砂地盤とし、砂のせん断抵抗角 $\phi=30^\circ$ 、粘着力 $c=0$ 、単位体積重量 $\gamma=2\text{tf/m}^3$ とする。また、基礎幅 $B=10\text{m}$ とし、根入れはないものとする。このような基礎の極限支持力 q_a を Terzaghi (テルツァーギ) の支持力公式を用いて計算すると、 $q_a=70\text{tf/m}^2$ となる。通常的支持力の安全率の考えを用い、安全率 $F=3$ とすると、許容支持力 $q_a=q_a/F=23.3\text{tf/m}^2$ が得られる。

次に、この場合について、斜面安定のような考え方をした時の安全率を求めてみることにする。図-1 の支持力問題では、許容支持力 $q_a=23.3\text{tf/m}^2$ である。斜面安定のように、土の強度に関する安全率を計算する場合には、図-1 の場合で $q=23.3\text{tf/m}^2$ に対して、土の強度をどの程度減少させれば極限状態になるかを調べればよい。つまり、 $q=23.3\text{tf/m}^2$ が極限支持力になるような砂のせん断抵抗角 ϕ を求めることになる。このような考え方から、先ほどと同様にして Terzaghi の支持力公式から、 $q_a=23.3\text{tf/m}^2$ となるような ϕ を求めると、 $\phi=21.8^\circ$ が得られる。土の強度に関する安全率を考える際には、せん断抵抗角 ϕ に関しては、 $\tan \phi$ の比を用いる。今回の支持力の例では、実際の砂のせん断抵抗角が 30° であるのに対して、許容支持力に対する極限のせん断抵抗角が 21.8° であった。したがって、強度に関する安全率 F は $F=\tan 30^\circ/\tan 21.8^\circ=1.44$ となる。

つまり、図-1 の例においては、通常的支持力の安全率が 3 であるにもかかわらず、斜面安定のように土の強度に関する安全率を考えると、1.44 という非常に低い安全率しか得られない。この場合、荷重に対しては 3 倍の安全性があるのに対して、強度に関しては 1.4 倍程度の安全性しかないことになる。一般に、基礎の支持力に対しては、大きな安全率を採用するのにに対して、斜面安定の場合には低い安

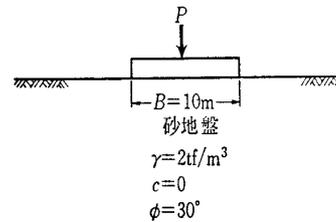


図-1 砂地盤上の帯基礎の支持力

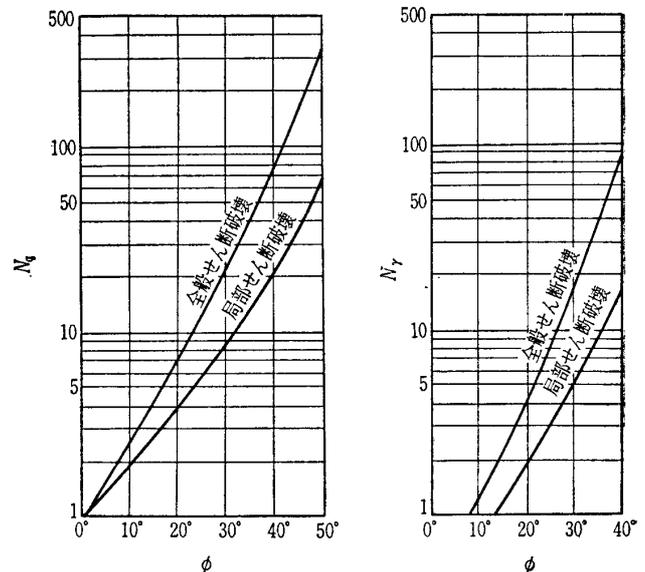


図-2 Terzaghi の支持力係数

全率をとることが多い。この原因の一つとして、ここに示したような両者の安全率の持つ意味の相違があげられよう。

支持力問題において、荷重に関する安全率と土の強度に関する安全率に大きな相違が生じるのは、極限支持力が土のせん断抵抗角に比例しないためである。図-2 は Terzaghi の支持力係数の値を示したものである。この図は、支持力係数 N_r 、 N_q の値 (対数目盛) と ϕ の関係を表したものである。この図より分かるように、支持力係数の値は ϕ の増加に伴って急速に増加する。

しかし、せん断抵抗角 $\phi=0$ の場合には、極限支持力の値は、粘着力 c に比例する。したがって、この場合は、荷重に関する安全率と強度に関する安全率が一致することになる。

3. 円弧すべり解析における安全率の相違

地盤の安定解析を行う際には、円弧のすべり面を仮定して計算を行う円弧すべり解析を行うことが多い。同じ円弧すべり解析といっても、種々の方法が存在する。例えば、均一な斜面に適用可能なものとしては、摩擦円法があげられる。しかし、実際問題を対象とする場合には、複雑な地盤条件を取り扱わなければならないので、分割法が主として用いられている。

分割法とは、斜面の円弧すべり解析を行うために、図-3 のように斜面をいくつかの分割片に分けて計算を行う方法である。円弧すべり解析においては、抵抗モーメントと

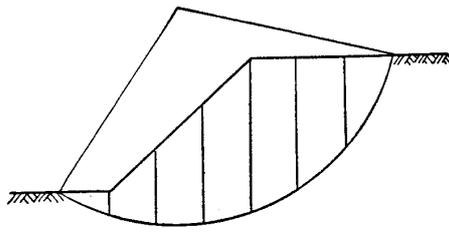


図-3 分割法による円弧すべり解析

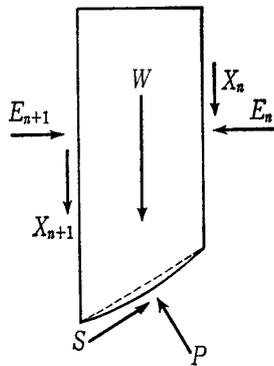


図-4 分割片に作用する力

すべりモーメントを求めて、その比を安全率としている。すべりモーメントは、土塊の自重によるモーメントを計算することにより算定可能となる。一方、抵抗モーメントを計算するためには、すべり面にそった土のすべり抵抗を求める必要がある。

土のせん断抵抗 τ_f は、(4)式によって表されるように、すべり面上の直応力 σ の関数となる。

$$\tau_f = c + \sigma \tan \phi \dots \dots \dots (4)$$

したがって、せん断抵抗角（内部摩擦角） ϕ がゼロでない場合には、抵抗モーメントを計算するためには、すべり面上の直応力を求める必要が生じる。

図-4は、すべり面上の直応力を求めるために、ある一つの分割片に作用する力の状態を示したものである。それぞれの分割片には、図-4に示されるように、土の自重 W 、すべり面上に垂直に働く P 、すべり面にそって働く S の力が作用する。更に、各分割片の間に作用する内力として、鉛直方向に X 、水平方向に E の力が存在している。したがって、1個の分割片には、図-4に示されるような7個の力が作用していることになる。

図-4に示されている力をすべて考慮して、すべり面上に働く直応力の値を計算しようとする、未知数が多すぎて、力のつり合い条件からのみでは解が求まらない。つまり、分割法の計算は、構造力学での不静定問題に対応する。したがって、すべり面上での直応力を厳密に求めるためには、土の応力-ひずみ関係式を条件式に追加する必要が生じる。しかし、土の応力-ひずみ関係は非常に複雑であり、単純に一般化して表すことは困難である。更に、斜面安定解析においては、複雑な形状を対象とすることが多く、簡単な式や図表から応力分布を計算することが不可能となる。

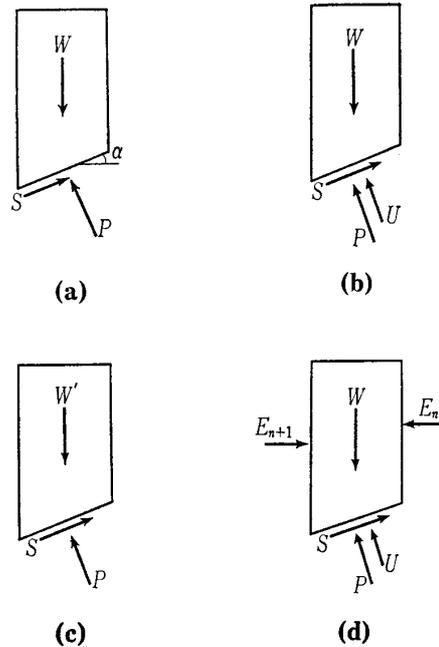


図-5 各方法における分割片に作用する力

- (a) Fellenius 法
- (b) Fellenius 法 (水圧考慮)
- (c) 修正 Fellenius 法
- (d) 簡易 Bishop 法

したがって、厳密に不静定問題として解く代わりに、何らかの単純化した仮定を設けて、すべり面上の直応力を求める方法が行われてきている。

最も単純化した仮定は、図-4に示される力のうち、分割片に相互に働く力 E と X を無視するものである。このような仮定を行うと、分割片に作用する力は図-5(a)のようになり、すべり面上の直応力に対応する力 P は次式で表される。

$$P = W \cos \alpha \dots \dots \dots (5)$$

ここに、 α はすべり面の傾きである。

図-5(a)に示されるように、分割片相互に作用する力を無視して、分割法による円弧すべり解析を行う方法は Fellenius (フェレニウス) 法と呼ばれている。

図-5(a)では水圧を全く考慮していない。地下水位以下でのすべり面を対象とする場合には、間隙水圧の影響を考慮して、有効応力の考えから土のせん断抵抗を算定する必要が生じる。Fellenius 法をそのまま適用して、間隙水圧 u が存在する場合の分割片に作用する力を示したものが図-5(b)である。図-5(b)は図-5(a)に対応するものであり、分割片に間隙水圧による力 U が働いている点が図-5(a)と異なっている。図-5(b)のように間隙水圧 u が存在する場合には、有効応力に対応する、すべり面に垂直に働く力 P' を求める必要がある。 P' は図-5(b)から容易に求められ、次式で表される。

$$P' = W \cos \alpha - ul \dots \dots \dots (6)$$

(6)式をみると分かるように、すべり面が深くなると、 α の値が 90° に近くなり、 P' の値が負となる傾向が生じる。 P' の値が負になると負のせん断抵抗の成分が生じ、不合

理な面がみられる。

このような Fellenius 法の問題点を改善する方法として、修正 Fellenius 法が提案された。この方法では、すべり面上での直応力を計算する際に、まず最初に鉛直方向の有効重量を計算し、次にその有効重量からすべり面に垂直方向の成分を計算している。このような考え方を用いると、図-5(c)に示されるように、鉛直方向の有効重量は $(W-ub)$ となり、すべり面に垂直な有効重量 P' は次式で表される。

$$P' = (W-ub)\cos\alpha \dots\dots\dots(7)$$

(7)式を用いると、 α が 90° に近くなっても、 $(W-ub)$ の値が負にならない限り、正の有効重量が得られる。 $(W-ub)$ の値が負になるということは、上載圧以上の間隙水圧が発生することになり、水圧によって地盤が浮き上がるような現象に対応している。

Fellenius 法と修正 Fellenius 法において作用する力としては同じものを考えているにもかかわらず、異なる結果が得られるのは、奇異な感がするであろう。しかし、これはいずれの方法でも、分割片に作用する力のつり合いが完全には満足されていないためである。例えば、Fellenius 法においては、すべり面に垂直な方向の力のつり合いを考えているが、すべり面に平行な方向での力のつり合いは、一般には満たされていない。したがって、力のつり合いを考える方向の相違によって、Fellenius 法と修正 Fellenius 法のように異なる方法が存在することになる。

分割片相互に作用する力を全く無視するのは誤差が大きいという考えから提案されたのが Bishop(ビショップ)法である。厳密な Bishop 法では、図-4に示される力をすべて考慮している。しかし、一般には、図-4の鉛直方向の内力である X_n と X_{n+1} は無視しても誤差が少ないことが明らかとなったので、この二つの力を無視した簡易 Bishop 法が一般に用いられている。この場合には、分割片に作用する力が図-5(d)のように示される。

円弧すべり解析において最も多く用いられている方法としては、以上述べてきた、Fellenius 法、修正 Fellenius 法、簡易 Bishop 法があげられる。では、このような方法の相違によって、結果として得られる安全率にどのような差が生じるかを調べてみることにする。

Fellenius 法と修正 Fellenius 法の相違は水圧の評価法の差である。したがって、間隙水圧が大きい場合には、結果に大きな差が生じることが予想される。特に最近では、液状化を考慮して斜面の安定解析を行う例もみられる。このような場合には、間隙水圧が大きくなるので、Fellenius 法を用いるか、修正 Fellenius 法を用いるかで大きな安全率の相違が生じると考えられる。

次に、Fellenius 法と簡易 Bishop 法の比較を行うために、砂地盤上の基礎支持力の解析を行った例を図-6に示す²⁾。ここでは、 $c=0$ 、 $\phi=30^\circ$ とし、砂の自重を無視している。

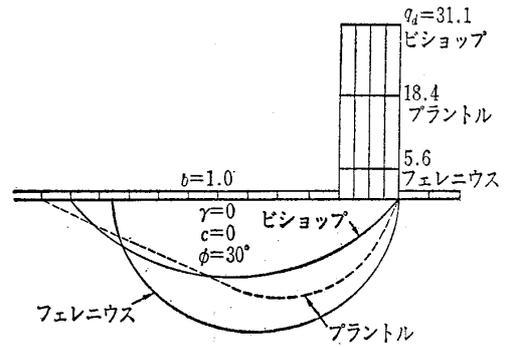


図-6 砂地盤上の帯基礎の極限支持力の比較

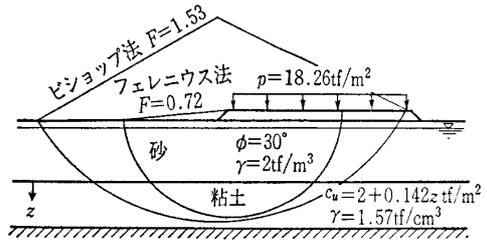


図-7 石油タンク基礎の安定解析結果

基礎の形状は帯基礎とし、上載荷重を 1 tf/m^2 としている。図-6では、Fellenius 法と簡易 Bishop 法による円弧すべり解析の結果と、Prandtl (プラントル) による塑性論を用いた値との比較を行っている。この図より分かるように、Fellenius 法と簡易 Bishop 法の極限支持力には大きな相違がみられる。Prandtl による値を正しいものとする、Fellenius 法は過小な値を、簡易 Bishop 法は過大な値を与えていることになる。両者の結果の相違は、図-6に示したすべり面形状の差をみても明らかである。Fellenius 法では、非常に深い円がすべり面となるのに対して、Bishop 法では、浅い臨界円が得られている。

このように、Fellenius 法と Bishop 法で極限支持力の値が異なってくると、両者の安全率にも差が生じることが予想される。

図-7は両者の安全率を比較した例として、海底粘土地盤上に埋立てた砂層表面に石油タンクを建設した際の安定解析結果を示したものである。この場合、修正 Fellenius 法による安全率が 0.72 と小さいのに対して、簡易 Bishop 法の安全率は 1.52 と 2 倍程度となった。この相違の原因としては、埋立層の砂の抵抗が Fellenius 法では、ほとんど期待できないことがあげられる。Fellenius では、(7)式によってすべり面上の直応力を算定する。しかし、図-7の表面の砂層では、(7)式の角度 α が 90° に近くなるために、直応力が非常に小さくなる。一方、簡易 Bishop 法では、分割片間に働く水平力を考慮しているため、砂層の抵抗が大きくなる。図-7の例では、両者に安全率の相違がみられたが、慎重な施工管理を行って最終的な荷重である 18.26 tf/m^2 まで、水張り試験を無事完了した。したがって、この例では、Fellenius 法の安全率が過小であったと

いえよう。

図一7のように表面に強度の大きい砂層が存在する場合には、Fellenius法が安全率を過小評価するのは一般的傾向である。しかし、それでは、図一7のような場合に対して、簡易 Bishop法による安全率をそのまま用いることができるかという点に関しては、現時点ではまだ、実際の比較例も少ないので、明確な結論は得られず、今後の課題といえよう。

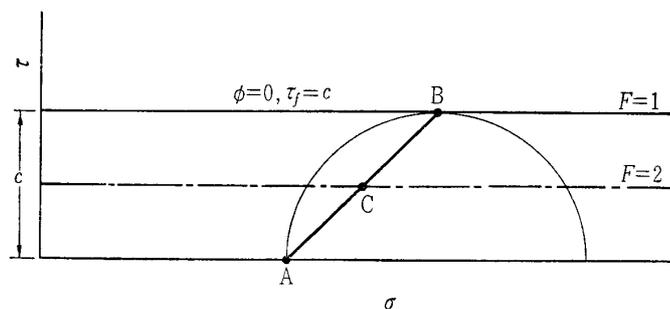
4. 全応力に関する安全率と有効応力に関する安全率

土の強度に関して安全率がどのような意味を持つかを議論する場合には、土の力学特性を全応力と有効応力の両方の観点から調べてみる必要が生じることがある。

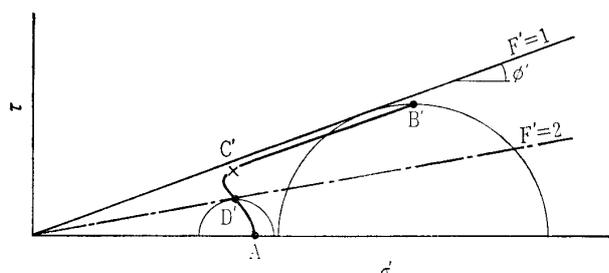
その例として、過圧密粘土あるいは、砂分が多く含まれていて砂と粘土の中間的な性質を示す土に対して、圧密非排水三軸試験を行った場合の結果を調べてみることにする。三軸試験の結果を整理する際には、図一8のように、直応力 σ を横軸にとり、せん断力 τ を縦軸にとって、モールの応力円で表す方法が一般的である。三軸試験においては、せん断開始時には、せん断力 $\tau=0$ であり、モールの応力円は図一8のA点で表される。通常の三軸試験においては、側圧（最小主応力）を一定に保ち、軸圧（最大主応力）を徐々に増加させて破壊させる。全応力で整理した場合、破壊時のモールの応力円が図一8でBを頂点とする半円で表されるとする。せん断中の応力状態を示すために、モールの応力円の頂点をプロットすると、図一8の直線ABで表される。

土が飽和状態であれば、非排水条件では全応力に関するせん断抵抗角（内部摩擦角） $\phi=0$ となるので、破壊包絡線は、図一8に示すように水平となり、せん断強度 $\tau_f=c$ として表される。この破壊線は、安全率 $F=1$ に対応している。図一8から全応力に関する安全率 F を考えて、例えば $F=2$ をとるとする。全応力で整理すると、土のせん断強度は粘着力 c のみで表されるので、安全率 $F=2$ とすると、せん断強度 c の半分のせん断応力の点を考えればよいことになる。したがって、図一8で $F=2$ と示された水平線に対応することになり、モールの応力円の頂点の軌跡ABとの交点Cが安全率2に対応する点となる。

図一8は、三軸試験結果を全応力で整理したものである。試験中に発生する間隙水圧の影響を考慮して、有効応力に関して図一8と同様な整理を行うと、図一9のような結果が得られる。図一9の曲線 AB' は、過圧密粘土や砂と粘土の中間的な土に対する有効応力経路を模式的に描いたものである。このような土においては、せん断初期には正の間隙水圧が発生するが、せん断途中で間隙水圧の値が減少していく。したがって、有効応力に関するモールの応力円の頂点の軌跡をプロットすると、図一9の曲線 AB' のよ



図一8 過圧密粘土や中間土の応力経路（全応力）



図一9 過圧密粘土や中間土の応力経路（有効応力）

うに、初期には直応力 σ' が減少するが、途中で曲線が反転して、直応力 σ' が増加する。また、直応力 σ' が増加するに伴い、せん断力 τ と直応力 σ' の比 σ'/τ がほぼ一定の傾向を示す。

図一9のように、三軸試験結果を有効応力表示すると、有効応力に関するみかけの粘着力 c' は非常に小さく、ほぼゼロとみなせるので、土のせん断強度は有効応力に関するせん断抵抗角 ϕ' のみで表される。したがって、破壊包絡線は図一9で示すように、原点を通りモールの応力円に接する直線で表される。この破壊線は有効応力に関する安全率 $F'=1$ に対応している。全応力の場合と同様に、安全率2の点を有効応力に関して求めてみることにする。安全率 $F'=2$ を定義するためには、 $\tan \phi'$ に関して半分になるようなせん断抵抗角を求めてやればよい。このような観点から有効応力に関して安全率 $F'=2$ をとると、図一9に示した一点鎖線が得られ、有効応力経路との交点 D' が求められる。

図一8と図一9を比較すると、全応力での安全率2の点が図一8のC点で表され、有効応力に関する安全率2の点が図一9の D' で表されることになる。図一8の安全率2に対応する点Cを有効応力で整理した図一9にプロットすると、 C' 点となる。つまり、同じ安全率 $F=2$ を考えても、全応力では C' が得られ、有効応力の観点からすると、 D' が得られる。したがって、全応力か有効応力かの観点の相違によって、安全率の持つ意味が大きく異なることになる。

一般に安全率を求める際には、極限の強度のみを考慮し、途中の応力経路、変形特性を考えないことが多い。しかし、土のように複雑な材料では、強度に対して同じ安全率を採用したとしても、内容的には安全性に大きな相違が生じることも考えられるので注意が必要となる。

No. 1326

例えば、図-9に示した例のような場合には、応力経路が反転すると、ひずみが大きくなり変形が進行する傾向がある。したがって、全応力の考え方による安全率が大きくても、変形が大きくなる恐れがあり、有効応力の面からの安全率も考慮しておく必要性が示唆される。

5. あとがき

実際の構造物の設計計算書をみると、安全率という数字がいたる所に出てくる。構造物の安全性を議論する場合には、この安全率の値が重要になる。しかし、同じ安全率と称しても、地盤を対象とする場合には、ほかの分野では生じない問題が生じる。例えば、最初にあげた荷重に関する安全率と強度に関する安全率の相違は、ほかの材料では考

えられない。この原因は、土がせん断抵抗角を有しているからである。ここに紹介した以外にも安全率の問題点は多いと思われる。したがって、今回報告したものは安全率の問題点をすべてカバーしているわけではないが、土質工学における安全率の持つ意味に関して新たな興味を引き起こすことになれば幸いである。

参 考 文 献

- 1) 松尾 稔：信頼性設計の考え方と問題点，土と基礎，Vol. 25, No. 11, pp. 3-10, 1977.
- 2) Turnbull, W.J. and M.J. Hvorslef: Special problems in slope stability, Proc. ASCE, Vol. 93, No. SM 4, 1967.

(原稿受理 1982. 7. 8)

書籍紹介

わかりやすい土木技術

「泥水加圧シールド工法」

栗原和夫著

泥水加圧シールド工法は、沖積層における都市トンネルの掘進、特に滞水砂層の掘進に悩んでいた日本において発展してきた世界に誇るシールド工法である。国内における施工延長は、約30000mに達し、ここ2年ほどは、国内の全シールド工法の内、約35%ほどを占めている。この工法は、日本での発達により、欧米諸国でも取り入れられるようになり、数例の実施例が報告されている。

本書は、今まで出版されていたシールド工法関係の本が各種シールド工法を限られた頁数で説明しようとするための概説的であったのを、泥水加圧シールド工法だけに関して執筆しているので、詳しく書かれている。

主要な目次は次のとおりである。

1. 泥水加圧シールド工法について
2. 泥水加圧シールド工法の歴史
3. 泥水加圧シールド工法適用地盤

4. 泥水加圧シールド工法による切羽の安定
5. 泥水加圧シールド工法システム
6. 泥水加圧シールドの施工
7. 泥水加圧シールド標準歩掛
8. 泥水加圧シールド施工例
9. 泥水加圧シールドの問題点と今後の方向

著者は、数多くの泥水加圧シールド工事の現場施工経験から、これまでの出版物ではあまり書かれていなかったが、施工に当たって重要な点である泥水加圧シールド工法システムの循環システム、総合管理システム、泥水分離処理システムについて詳しく書いている。特に循環システム設計および物質収支計算については、計算例を示してあり理解しやすくなっている。更に、施工に際しての基本人員配置、日進速度、編成人員、工費概算等を表にしてあり泥水加圧シールド工法の計画をたてやすくしてある。

本書は、泥水加圧シールド工事に携わる技術者にとっては、読みやすく、理解しやすい解説書である。(山本征彦)

A 5判 98ページ 定価 1,800円
発行所 ㈱鹿島出版会 ☎ 03-582-2251