

講座

浅い基礎の支持力と変形に関する理論とその適用

3. 浅い基礎の支持力と変形解析の手法

か くら い まさ あき
加 倉 井 正 昭*

3.1 支持力解析

3.1.1 均一地盤 (前号参照)

3.1.2 不均一地盤

3.1.2.1 地盤の分類

不均一地盤は均一地盤を半無限、等方、等質と考えるならば、それ以外のすべてを含むことになる。ここではその不均一性が無視できず、かつ工学的に問題となるような場合の幾つかについて述べる。

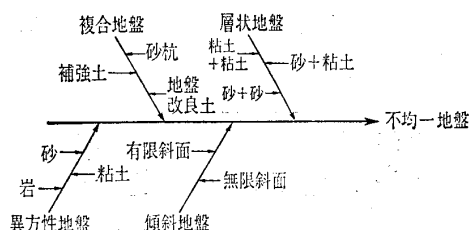
ちなみに不均一地盤を大略分類すると図—3.20 のようになる。ここでは主に層状地盤と傾斜地盤について述べ、複合地盤には言及しない。

3.1.2.2 解析法

不均一地盤の支持力解析法は基本的に均一地盤の方法と異なるわけではない。ただし均一地盤の場合は詳細な解析法が適用しやすく、厳密な検討も可能である。これに対して不均一地盤の場合は、均一地盤に比べて複雑な条件になるため、適用できる方法が限られざるを得ない。

例えば現在、解析精度が高いとされている特性曲線法による解は、解析法を検討する際の基本尺度となっているが、この方法は地盤条件が複雑になると解析が困難となり、幾つかの特別な場合を除けばほとんど解は求まらないのが現状である。

これに対して円弧すべり法に代表される極限平衡法はあらかじめすべり線を仮定し、その線（あるいは面）上の応力とか合力の釣合いを満足させることにより解を求める方法である。一般的にはすべり線を適当に変化させることにより求まる最小値を解としている。このときに使われるすべり線は、直線、円、対数らせん線の単独あるいは組合せである。この方法は破壊の形状が仮定したものに近い場合には



図—3.20 不均一地盤の分類

ある程度の精度で解が得られるようである。しかし、破壊の形状が解析法のそれと異なる場合（不均一地盤では多い）に、得られた解に大きな誤差が入る可能性がある。

極限解析法の支持力問題への適用は Drucker (ドラッカー)¹¹⁾あるいは Chen (チェン)¹²⁾によって始められた。この方法は上界定理と下界定理よりなっている。

上界定理とは境界の速度条件に適合する塑性流れ場の速度系（可容速度場）が見いだされれば、境界外力のなす仕事率と内力仕事率を等しいとおいて得られる境界外力は崩壊荷重を下回らないという定理である。

例えば $\phi=0$ 材の表面載荷の場合に図—3.21 のような可容速度場が設定されれば、外力仕事率と内力仕事率の釣合いから次式が求まる。

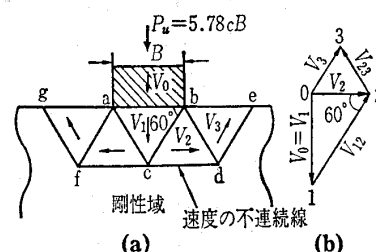
$$P_u \times V_0 = 2cB \times (l_{bc}V_{12} + l_{ca}V_2 + l_{ba}V_{23} + l_{ae}V_3) \\ = 2cB \times \left(\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \times V_0$$

よってその支持力 q は

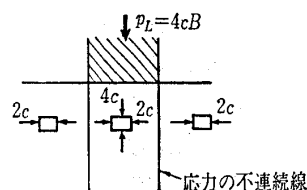
$$q = P_u/B = 10/\sqrt{3} c = 5.78 c$$

となる。

下界定理とは外力と釣合い、至る所で破壊条件を破ることのない応力系（可容応力場）が見いだされれば、境界外力は崩壊荷重を上回らないということである。例えば図—3.22 のような可容応力場は下界の一つになる。求まった上界および下界から崩壊荷重 q_{exact} は次式のような形で求めることができる。

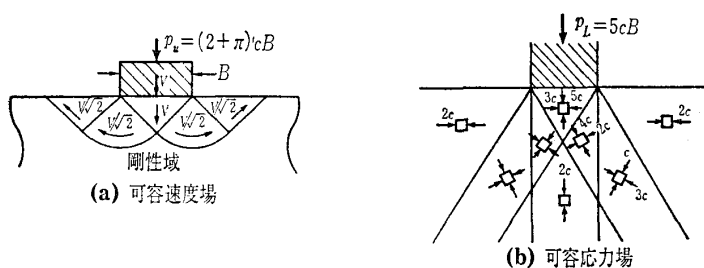


図—3.21 可容速度場



図—3.22 可容応力場

講 座



図—3.23 上界, 下界の解析例

$$4c \leq q_{\text{exact}} \leq 5.78c$$

もちろん上記の例は非常に簡単な場合であり、図—3.23の(a), (b)のような可容速度場, 可容応力場が求まれば、崩壊荷重は次のようになる。

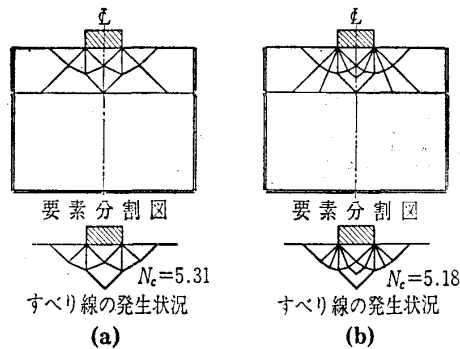
$$5.0c \leq q_{\text{exact}} \leq (2 + \pi)c$$

これらの上下界が一致したとき、その値は崩壊荷重つまり正解を与えることになる。ちなみに上記の正解は $2 + \pi$ である。

極限解析法は特性曲線法に比べると適用範囲は広く、不均一地盤の支持力解析に利用されている。しかし地盤条件が複雑になると、可容速度場, 可容応力場を求めることは難しくなる。特に精度の良い可容応力場は非常に求めにくい現状にある。一方適切な破壊メカニズムを設定できれば、可容速度場から求める解の精度は高いという指摘もあり、下界が求まらない場合でも上界の利用価値は大きい。

この問題に一つの解を与えたのは川井モデル¹³⁾ (剛体ばねモデルあるいはRBSM) である。この方法はFEMと同様に対象物を有限個の任意形状の要素に分割し、要素はその境界辺上に連続的に分布する2種類のばね (垂直ばねとせん断ばね) によって連結される剛体とみなすものであり、このばねの変形により固体の変形や内力の伝達が行われると考えるものである。ばねの変形は要素重心点での変位 (平面要素では u, v, θ の3成分) で表され、要素間の等価ひずみエネルギーが計算される。ここで最小ポテンシャルエネルギーの原理から要素間の剛性マトリックスが得られる。以後の全体マトリックスの作成、連立一次方程式の解法などについては基本的にFEMと同様である。このようにして得られた要素重心の変位とばね定数から要素境界の表面応力が評価される。ここで適当な降伏条件 (例えばクーロンの規準) を導入し、ばねが降伏した後境界辺上に流れの適合則を用いれば、要素境界での応力の釣合いは満たされているので、その解は極限解析法でいうところの上界となり、かつ増分法で解くことにより与えられた要素分割に対して最良の上界値が得られる。この結果、従来の極限解析法では求めにくい境界条件下での可容速度場を比較的容易に求めることができる。

図—3.24は $\phi=0$ 材の支持力係数 N_c を川井モデルによって求めたものである。(a)の分割では正解 $(2 + \pi)$ に対して4%弱、(b)の分割では1%弱の精度で求めることが

図—3.24 川井モデルによる $N_c(\phi=0)$

できる。

このほかにはFEMを使った方法もあるが、これについては後の章で述べられる。

3.1.2.3 層状地盤

層状地盤を分類すると非常に多くの場合が考えられるが、ここでは以下に示す3つの場合について述べる。

(1) 上部が砂層で下部が粘土層の場合

砂層の支持層の下に粘土層が存在することは多く、その支持力に関する研究は古くから行われている。主な研究としてはTheng (テング)¹⁴⁾、小泉¹⁵⁾、山口¹⁶⁾、Meyerhof (マイヤホフ)¹⁷⁾のものがある。この中で山口の提案した方法は簡便であり広く使われている。

この方法は図—3.25に示すように基礎の荷重が砂地盤での応力の広がりにより粘土層上端へ1/2の勾配で伝達されるとし、そのときの粘土の支持力を求めて基礎の支持力とするものである。その許容支持力 q_{a2} は次式のようになる。

$$q_{a2} = \left(1 + \frac{H_s - D_f}{B}\right) \cdot \left(1 + \frac{H_s - D_f}{L}\right) \cdot \left(\frac{N_c \alpha c}{F_s} + \gamma_0 D_f\right) \quad \dots\dots\dots (47)$$

ここで q_{a2} : 2層地盤の許容支持力

H_s : 上部砂層の厚さ

D_f : 基礎の根入れ

B : 基礎幅

L : 基礎の長さ

N_c : 粘土層の支持力係数

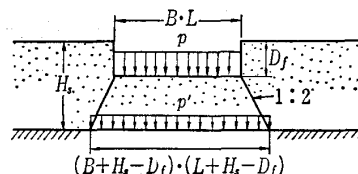
α : 形状係数

c : 粘土層の粘着力

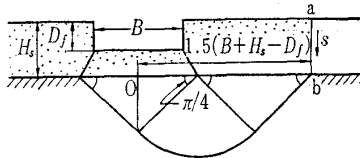
F_s : 安全率

γ_0 : 基礎根入れ部までの土の有効単位体積重量

また上部砂層のみの許容支持力 q_{a1} は次式から求められる。



図—3.25 2層地盤の支持力算定法 (山口)



図一3.26 砂層のせん断抵抗の効果

$$q_{a1} = \frac{1}{F_s} \{ \beta \gamma_u B N_r + \gamma_0 D_f (N_q + F_s - 1) \} \dots\dots\dots (48)$$

ここで β : 形状係数

γ_u : 基礎より下の砂の有効単位体積重量

N_r : 支持力係数

N_q : 支持力係数

q_{a2} と q_{a1} の比較により小なる値がその支持力となる。

ただし、山口は $N_c = 5.3$ の値をあらかじめ代入して(47)式を求めている。連続基礎の場合は図一3.26に示すような砂層のせん断抵抗の効果を検討した式が与えられる。すなわち、粘土層中でのプランドル型のすべり線が砂層と交わる点で ab なるせん断抵抗面を設定する。この面に働くせん断力 s は次のように想定される。

$$s = 0.5 \gamma_1 H_s^2 K_p \tan \phi$$

ここで γ_1 : 上部砂層の有効単位体積重量の平均値

ϕ : 上部砂層の内部摩擦角

K_p : 受働土圧係数

この s により ob 上に働く上載圧が増加すると考えると、次式が求まる。

$$q_{a2} = \left(1 + \frac{H_s - D_f}{B} \right) \left[\frac{1}{F_s} \{ c N_c + \frac{\gamma_1 H_s^2 K_p \tan \phi}{3(B + H_s - D_f)} \} + \gamma_0 D_f \right] \dots\dots\dots (49)$$

ただし、山口は概算値として(49)式に $\tan \phi = 0.5$, $K_p = 3.0$, $N_c = 5.3$ をあらかじめ代入したものを提案している。

Meyerhof は同じ問題を図一3.27に示すような破壊形状を想定して次のように極限支持力 q_u を求めている。

円形基礎の場合は

$$q_u = 1.2 c N_c + 2 \gamma H^2 (1 + 2 D_f / H) S K_s \tan \phi / B + \gamma D_f \dots\dots\dots (50)$$

連続基礎の場合は

$$q_u = c N_c + \gamma H^2 (1 + 2 D_f / H) K_s \tan \phi / B + \gamma D_f \dots\dots\dots (51)$$

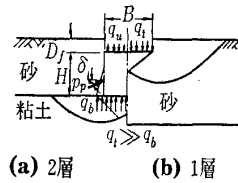
ここで γ : 砂層の有効単位体積重量の平均値

H : 基礎下から粘土層までの砂層厚さ

K_s : パンチングせん断抵抗係数 (図一3.28参照)

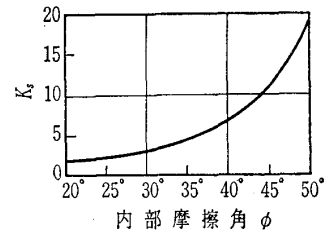
S : 形状係数

比較のためともに連続基礎の支持力式である(48), (49), (51)式において $D_f = 0$ m, $H_s = H = 10$ m, $\gamma_0 = \gamma_u = \gamma_1 = \gamma = 1.0$ tf/m³, 粘土層で $c = 3$ tf/m² とし, $N_c = 5.3$ (ただし(51)式では5.14), 砂層で $\phi = 30^\circ, 35^\circ, 40^\circ$ とすると図一3.29のようになる。図より $\phi = 30^\circ \sim 35^\circ$ の範囲では(49)式と(51)式の差はあまりないが $\phi = 40^\circ$ では大きく異なっている。そこ

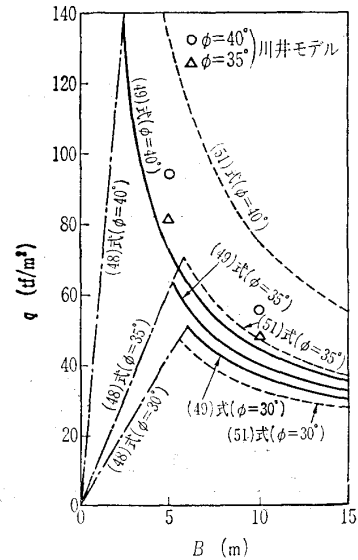


(a) 2層 (b) 1層

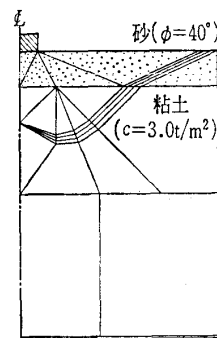
図一3.27 2層地盤の支持力算定法 (Meyerhof)



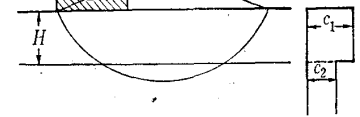
図一3.28 K_s と ϕ の関係



図一3.29 2層地盤の支持力算定法の比較



図一3.30 川井モデルの要素分割図

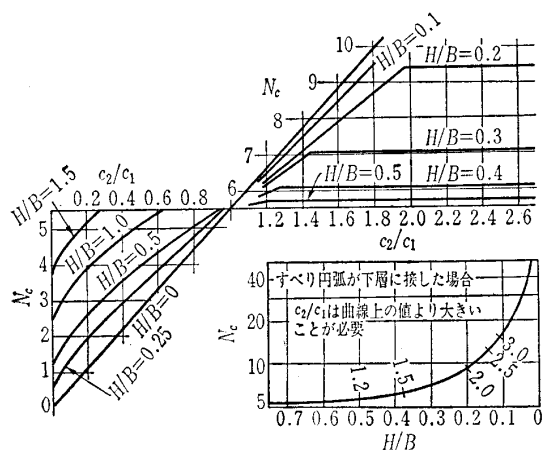
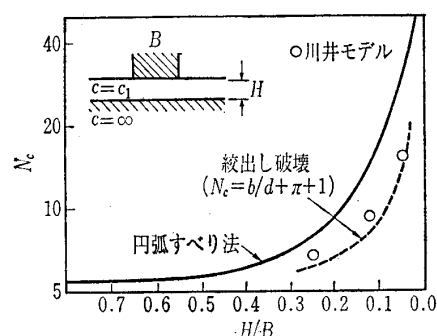


図一3.31 粘土地盤の強度が異なる場合 (円弧すべり法)

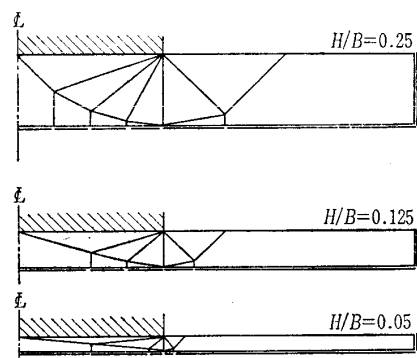
で川井モデルを使って $\phi = 35^\circ, 40^\circ$ の場合について、同様の定数により支持力を求めた例を示す。図一3.30はその要素分割の例である。結果は図一3.29の中に Δ 印 ($\phi = 35^\circ$), $\circ$ 印 ($\phi = 40^\circ$) で示してあるが、 $\phi = 40^\circ$ の場合には(51)式の値を相当下回っている。前述したように、川井モデルによる方法で得られた値は上界となることから、この値以上は明らかに過大評価となる。よって砂層の ϕ が 35° より大きいと考えられるときの(50)あるいは(51)式の取扱いには十分な注意が必要である。

(2) 上部と下部で粘土層の強度が異なる場合

Button (ブトン)¹⁹⁾は粘土層の強度が上部と下部で変化した場合の支持力(連続基礎)を図一3.31のように極限平衡法を使って求めている。解析は基礎端部を通るいろいろ

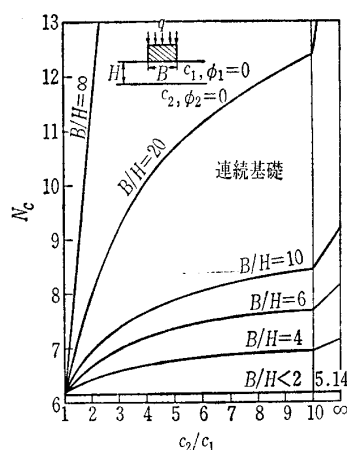
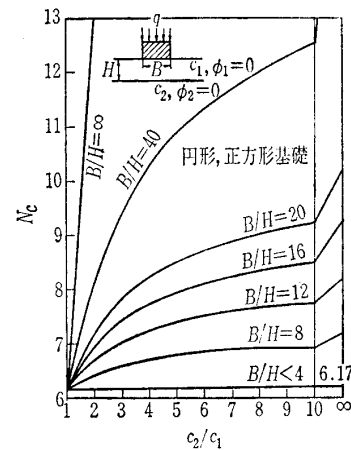
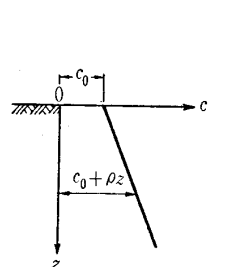

図—3.32 粘土地盤の強度が異なる場合の N_c の値


図—3.33 円弧すべりの解と絞出し破壊の解との比較

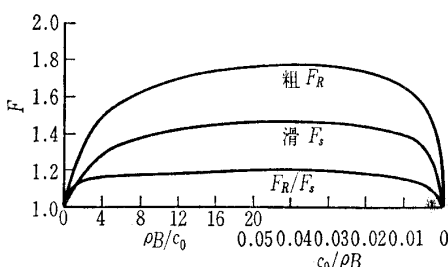
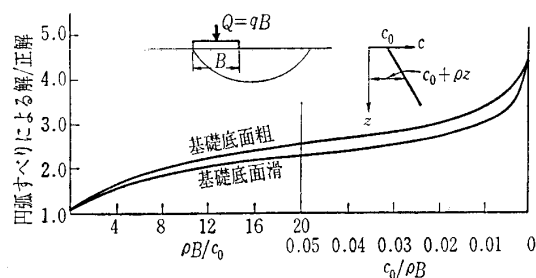


図—3.34 川井モデルの要素分割図

な円弧すべりを仮定して、その支持力の最小値を求めるものであり、結果は図—3.32のようになる。図より $c_1=c_2$ あるいは H/B が十分に大きいと $N_c=5.52$ となり、均一地盤の解と一致する。特に下部の強度が上部に比較してある程度以上大きい場合、支持力の最小値は層境界を通る円弧により決まり、下部の粘土層は支持力に影響しなくなる。図—3.32の下には上部粘土層の基礎幅の比に対する支持力係数 N_c の関係が示されている。しかし、円弧すべりによる解は上部層の厚さが薄くなると誤差が大きいと指摘されている。その理由としては、破壊のメカニズムが円弧すべりでは近似しにくいものになっており、上部層の破壊が横方向の移動を主とする絞出し破壊となるためである。Brown (ブラウン)¹⁹⁾らはこのことを実験的に確かめている。絞出し破壊の支持力係数は $N_c=B/2H+\pi+1$ となる²⁰⁾ので、この解と円弧すべりによる解を比較すると図—


図—3.35 粘土地盤の強度が異なる ($c_2 \geq c_1$) 場合の N_c (連続基礎)

図—3.36 粘土地盤の強度が異なる ($c_2 \geq c_1$) 場合の N_c (円形、正方形基礎)


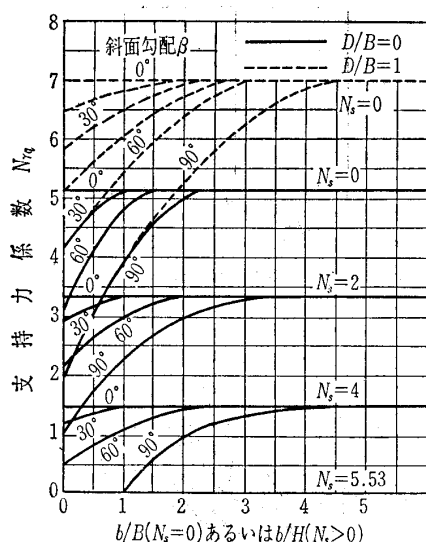
図—3.37 強度が深さに比例して増加する粘土地盤


図—3.38 F と $\rho_B/c_0(c_0/\rho_B)$ の関係


図—3.39 円弧すべり法による解の誤差

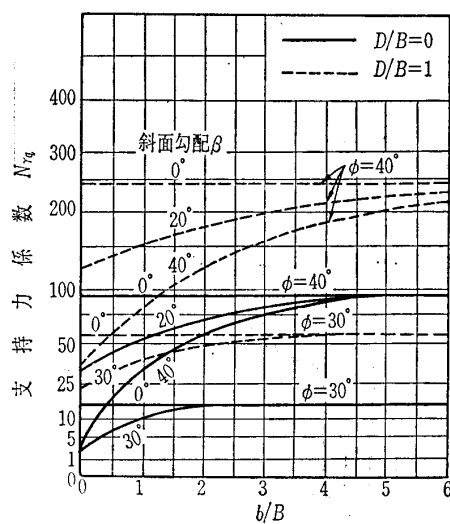
3.33のようになる。また図中には図—3.34に示すような要素分割での川井モデルの解を示した。結果は絞出し破壊の解と川井モデルの解はよく一致しているが、円弧すべり法の解はそれらに比べて大きめの値となっている。このように上部粘土層が下部より弱く、かつその層厚が薄い場合、円弧すべり法は相当の過大評価を与える。Vesic (ベシック)²¹⁾はこの場合の支持力係数を均一地盤の解と絞出し破壊の解の間を内挿することにより求めている。図—3.35は連続基礎でのその関係である。図より $B/H \leq 2$ では下部の粘土層の強度が支持力係数と無関係となることが分かる。

図—3.36は形状係数などを考慮して同様な方法で求めた円形あるいは正方形基礎の支持力係数を示してある。この場合には $B/H \leq 4$ で支持力係数は下部の粘土層の強度と無関係になる。したがって連続基礎に比べて上部層の厚さがより薄くならないと支持力係数の増加がないことが分かる。

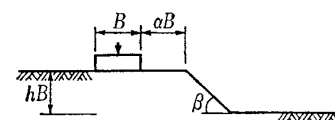


(a) N_{cq}

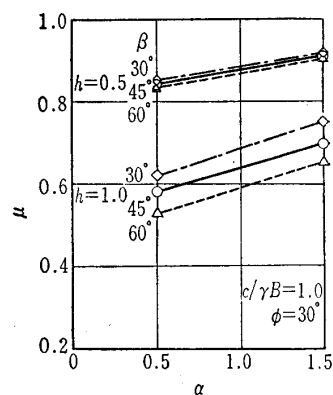
図—3.44 支持力係数 (図—3.42(b)の場合)



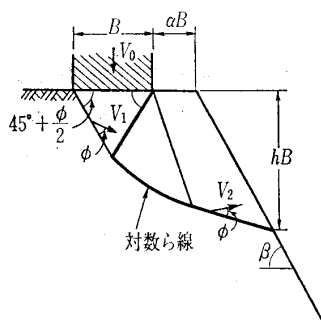
(b) N_{rq}



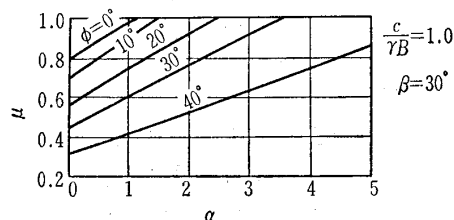
図—3.48 有限斜面



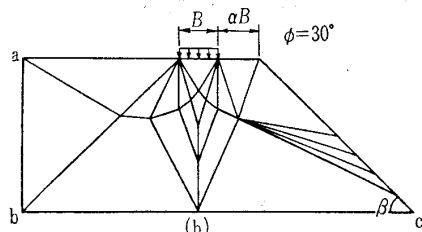
図—3.49 水平地盤に対する低減係数



図—3.45 速度場法での破壊メカニズム



図—3.46 のり肩からの離れと低減係数の関係



図—3.47 川井モデルの要素分割図 ($\beta=45^\circ$, $\alpha=1$)

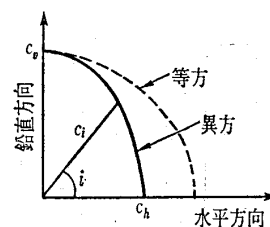
で、 β に大きく影響されると同時に根入れ ($D/B=1$) の効果が大きい。

日下部ら²⁷⁾はこれらの解が自重 γ の評価法、 c - ϕ 材への適用、のり肩から離れた効果の考慮に対する合理性に欠けている点があるとして、極限解析法 (速度場法) を使って検討している。図—3.45はそのときの破壊パターンであり、地盤の ϕ 、 c/rB 、斜面の傾斜 β 、基礎ののり肩からの距離

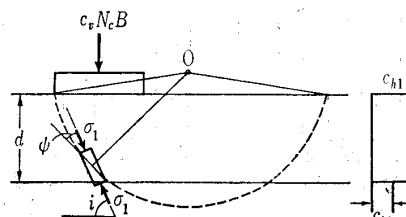
αB をパラメーターとして、水平地盤の支持力 q_L に低減係数 μ をかけることにより、その支持力 q_s を $q_s = \mu q_L$ として求めている。例えば $\beta=30^\circ$ 、 $c/rB=1.0$ の場合に α と ϕ の変化に対する μ の値を示すと図—3.46 のようになる。 $\phi=30^\circ$ の場合について見ると、のり肩の影響がなくなるのが $\alpha \div 3.6$ であり、Meyerhof の解ではその効果が $\phi=30^\circ$ の場合で N_{cq} が $b/B \div 1$ で、 N_{rq} が $b/B \div 2$ であるのに比べるとその影響はより大きくなっている。

同様な条件下での解析は川井モデルで計算される²⁸⁾。図—3.47はその要素分割の一例である。結果は表—3.3に示すように速度場法の解とよく一致している。

また図—3.48に示すような斜面高さが有限でかつ比較的低い場合において日下部ら²⁹⁾は速度場法で、山下ら³⁰⁾は川井モデルを使って解いている。図—3.49はその結果である。 c - ϕ 材 ($c/rB=1$ 、 $\phi=30^\circ$) の場合は、斜面の傾斜 β より斜面の高さ h が低減係数 μ により大きな影響を与えることが分かる。



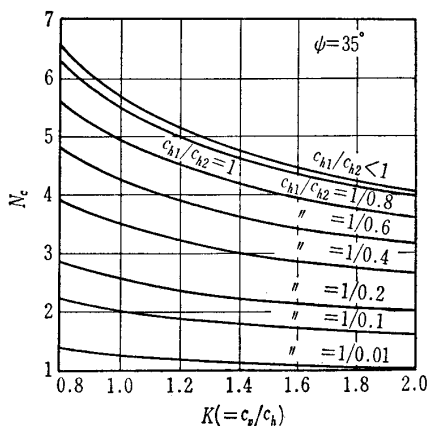
図—3.50 方向による強度の変化



図—3.51 円弧すべり法による解析

表-3.3 川井モデルと極限解析法の解析結果

ϕ	$c/\gamma B$	α	$q/\gamma B$	
			川井モデル	極限解析法(速度場法)
30°	1	0	7.12	7.06
		1.0	11.09	10.97
	25	0	195.35	193.85
		1.0	292.70	289.30

図-3.52 異方性の支持力係数 N_c に及ぼす影響

3.1.2.5 異方性地盤

粘土の強度異方性については図-3.50に示すような強度 c_i を考えるとその値は次式のようになる³¹⁾。

$$c_i = c_h + (c_v - c_h) \sin^2 i$$

ここで c_h : 水平方向に最大主応力をかけたときの粘着力

c_v : 鉛直方向に最大主応力をかけたときの粘着力

i : 水平方向と最大主応力方向の角度

いま、支持力を $q = c_v N_c$ とおき粘土層の強度が2層になっているときで、かつ異方性を考慮した場合、図-3.51に示すような円弧すべり法によりその支持力が求められる³²⁾。図中の ϕ は最大主応力方向と破壊面の角度である。図-3.52は異方性を表すパラメーター c_v/c_h の値を0.8~2.0まで変えたときの N_c の値を2層の強度変化を考慮して示してある。上部の粘土の強度が下部に比べて小さい ($c_{h1} < c_{h2}$) か等しい ($c_{h1} = c_{h2}$) 場合は異方性の支持力係数への影響は大きい、逆に上部の粘土の強度が下部に比べて大きく ($c_{h1} > c_{h2}$) になると異方性の影響は少ないようである。また図-3.53は強度が深さに比例して増加する地盤における異方性の影響を同様な方法で円弧すべりを使って求めたものである。 $\rho B/c_h$ の変化にかかわらず異方性の影響が同程度にあることが分かる。

参考文献

- Drucker, D.C.: Limit Analysis of Two and three Dimensional Soil Mechanics Problems, J. Mech. Phys. Solids, Vol. 1, pp. 217-226, 1953.
- Chen, W.F.: Limit Analysis and Soil Plasticity, Elsevier Scientific Publishing Company, 1975.
- 川井忠彦: 物理モデルによる連続体力学諸問題の解析 (第3回), 生研セミナーテキスト, 1980.

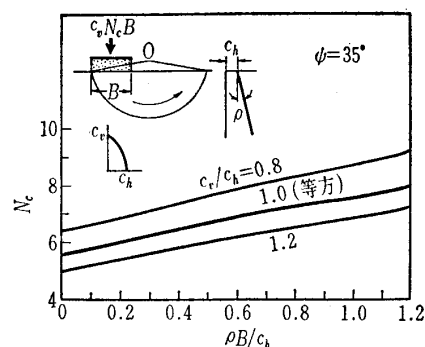


図-3.53 強度が深さに比例して増加する地盤での異方性の影響

- Theng, Y.: Foundations Superticielles en Milieu Stratifié, Proc. 4th ICSMFE, Vol. 1, pp. 449-452, 1957.
- 小泉安則: 二層地盤(砂-粘土)から成る地盤の支持力の解法, 日本建築学会論文報告集, 第66号, pp. 601-603, 1960.
- Yamaguchi, H.: Practical Formula of Bearing Value for Two Layered Ground, Proc. 2nd Asian Regional Conf. SMFE, Vol. 1, pp. 176-180, 1963.
- Meyerhof, G.G.: Ultimate Bearing Capacity of Footings on Sand Layer Overlying Clay, Can. Geotech. J. Vol. 11, No. 2, pp. 223-229, 1974.
- Button, S.J.: The Bearing Capacity of Footing on a Two-Layer Cohesive Subsoil, Proc. 3rd ICSMFE, Vol. 1, pp. 332-335, 1953.
- Brown, J.D., Meyerhof, G.G.: Experimental Study of Bearing Capacity in Layered Clays. Proc. 7th ICSMFE, Vol. 2, pp. 45-51, 1969.
- Vesić, A.S.: Bearing Capacity of Shallow Foundations, Foundation Engineering Handbook, pp. 139-140, 1975.
- 山口柏樹: 浅い基礎の支持力と変形に関する理論とその適用, 土と基礎, Vol. 30, No. 7, pp. 85-91, 1982.
- 中瀬明男: 粘性土地盤の支持力, 港湾技術研究報告, Vol. 5, No. 12, 1966.
- Raymond, G.P.: The Bearing Capacity of Large Footings and Embankments on Clays, Geotechnique, 17, pp. 1-10, 1967.
- Davis, E.H., Booker, J.R.: The Effect of Increasing Strength with Depth on the Bearing Capacity of Clays, Geotechnique, 23, No. 4, pp. 551-563, 1973.
- Nakase, A.: Bearing Capacity of Rectangular Footings on Clays of Strength Increasing Linearly with Depth, Soils and Foundations, Vol. 21, No. 4, pp. 101-108, 1981.
- Meyerhof, G.G.: The Ultimate Bearing Capacity of Foundations on Slopes, Proc. 4th ICSMFE, Vol. 3, pp. 384-386, 1957.
- Kusakabe, O., Kimura, T., Yamaguchi, H.: Bearing Capacity of Slopes under Strip Loads on the Top Surfaces, Soils and Foundations, Vol. 21, No. 4, pp. 29-40, 1981.
- 山下 清・加倉井正昭・川井忠彦・竹内則雄: 新離散化モデルによる斜面の支持力解析, 第16回土質工学研究発表会, pp. 651-654, 1981.
- 日下部治・山口柏樹: タンクパッドの支持力に関する二, 三の計算, 第12回土質工学研究発表会, pp. 651-654, 1977.
- 山下 清・竹内則雄・川井忠彦: 新離散化モデルによる低い斜面近傍における帯基礎の支持力解析, 第36回土木学会年次学術講演会講演概要集, 第III部, pp. 582-583, 1981.
- Lo, K.Y.: Stability of Slopes in Anisotropic Soil, Proc. ASCE, Vol. 91, No. SM 4, pp. 85-106, 1965.
- Reddy, A.S., Srinivasan, R.J.: Bearing Capacity of Footing on Layered Clays, Proc. ASCE, Vol. 93, No. SM 2, pp. 83-99, 1967.

(原稿受理 1982.5.19)