

水中にある斜面の安定解析に関する考察

Some considerations on stability analysis of submerged slopes

やま 山 上 拓 男* うえ 植 田 康 宏**

1. ま え が き

斜面の安定解析は土質力学において古くから議論されてきた項目であり、また極めて日常的な業務でもあることから、その取扱いはほぼ完備されたものと考えられている。事実、斜面内に水が存在しない場合は、採用すべき理論（解析法）に課せられた仮定のあいまいさはともかくとして、あまり問題点は見当たらない。ところが、斜面の一部もしくは全部が水中にあったり、斜面内に浸透流がある場合は、筆者らが経験した範囲内でもかなり混乱が見受けられた。すなわち、土塊が水から受ける力の評価や、水そのものの取扱いに時として誤りがみられるのである。

本論文では、こうした斜面安定解析に関して、特にすべり土塊が水から受ける力の評価法を中心に考察するとともに、簡便法に焦点を絞って水にまつわる2,3の問題点を指摘してみたい。そして、本文を通して、水中にある斜面を安定解析する場合、常に安全側に設計することは許容されることではあるが、たえずその本質を見極め混乱を回避すべきことを主張するものである。なお、ここで対象とする項目のいくつかは決して目新しいものではなく、既に川上^{1),2)}や中瀬・紙山³⁾、野村・早藤・長友⁴⁾らが議論している。したがって、そうした部分については彼らの成果に付加的な説明や資料を追加する形をとりたい。

2. 土塊が水から受ける力について

周知のように、浸透場にある土粒子骨格は間隙水から浸透力と浮力を受ける⁵⁾。言い換えると土粒子骨格に作用する有効外力は浸透力と水中重量である。これはまた、考えている土塊の全表面に働く（間隙）水圧と土塊の全重量を合成したものに等しい⁶⁾。そこで以下においては、有効外力を評価するこれら二つのアプローチをそれぞれ

浸透力+水中重量法、全重量+全間隙水圧法

と呼ぶことにする。蛇足ながらこれら二つの概念はいずれも土塊に作用する力の釣合いから導かれる一般的結論である。

一例として、多くのテキストにみられる長大斜面に定常浸透がある場合を厳密に議論してみよう。ただし、浸透水

は地表面に平行に地表面まであるものとする。

i) 浸透力+水中重量法：図-1(a)に、斜面に沿う単位長さの分割片 ABCD 内の土粒子骨格に作用するすべての力を示した。 W' は浮力を考慮した水中重量、 F_i は浸透力で、いまの場合動水勾配 $i = \sin \beta$ であるから水の単位重量を γ_w とすると $F_i = \gamma_w z_0 \cos \beta \sin \beta$ となる。 ρ' は側面 AC, BD に働く共役応力⁷⁾、ただし水の影響は W' と F_i にすべて反映されたから ρ' は有効共役応力である。 τ , σ' は底面におけるせん断応力と有効垂直応力。

まず、底面に平行な方向の力の釣合いから

$$\tau = W' \sin \beta + F_i = \gamma_{\text{sub}} z_0 \cos \beta \sin \beta + \gamma_w z_0 \cos \beta \sin \beta$$

$$\therefore \tau = \gamma_{\text{sat}} z_0 \cos \beta \sin \beta \quad \cdots \cdots \cdots (1)$$

ここに、 γ_{sub} ：水中単位重量、 γ_{sat} ：飽和状態の単位重量。

一方、底面に垂直な方向の釣合いから次式が得られる。

$$\sigma' = W' \cos \beta = \gamma_{\text{sub}} z_0 \cos^2 \beta \quad \cdots \cdots \cdots (2)$$

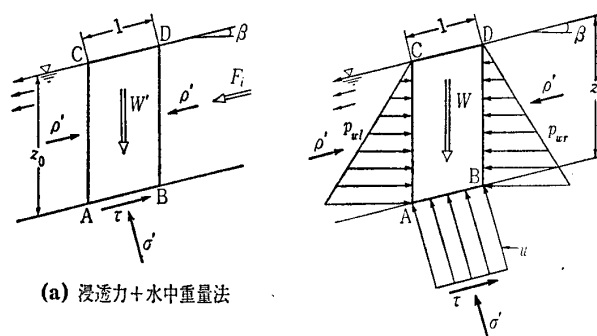
ii) 全重量+全間隙水圧法：この場合は有効外力を評価するのに、i)のごとく水の影響を最初から考慮するのではなく、土塊表面に作用する水圧と土塊の全重量を同時に考える。図-1(b)に考えるべきすべての力を示した。 W は分割片の全重量、 p_{wl} , p_{wr} は側面に働く全間隙水圧、 u は底面の間隙水圧、ほかの記号は上と同じである。

いま、 p_{wl} と p_{wr} を底面 AB に平行な成分と垂直な成分に分けると、おのおの成分どうしが打ち消し合うから、結局、

$$\tau = W \sin \beta = \gamma_{\text{sat}} z_0 \cos \beta \sin \beta \quad \cdots \cdots \cdots (3)$$

$$\sigma' = W \cos \beta - u = \gamma_{\text{sat}} z_0 \cos^2 \beta - \gamma_w z_0 \cos^2 \beta = \gamma_{\text{sub}} z_0 \cos^2 \beta \quad \cdots \cdots \cdots (4)$$

となる。つまり、i), ii) いずれの方法によったとしても、



(a) 浸透力+水中重量法

(b) 全重量+全間隙水圧法

図-1 長大斜面の安定解析

*徳島大学助教授 工学部建設工学科

**阿南工業高等専門学校助手 土木工学科

安定計算に必要な底面上のせん断応力と有効垂直応力は同じ値を与えるのである。

以上の議論は、間隙水が流動状態にあることを前提として述べてきたのであるが、間隙水が静止している場合はどうであろうか。通常、間隙水が静止状態にあるとは、間隙水圧が静水圧分布していることである。したがって浸透力+水中重量法において浸透力をゼロとする以外はなんらその取扱いに変わるものはない。ところが、飽和粘土層が局部載荷を受けた直後とか、切土・盛土斜面の施工直後のいわゆる非排水状態で変形する場合を考えると、間隙水はやはり静止状態にあるが、多少事情が異なってくる。このような非排水条件のもとで平衡状態にある粘土骨格が間隙水から受ける力について考察してみよう。

まず準備段階として、浸透場にある土が諸々の外力の影響で準静的な運動下にあるものとする。このとき慣性項が無視できるため、自重も含めた全応力に基づく運動方程式は次の釣合い方程式で表される：

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= 0, & \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \gamma_{\text{sat}} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots(5)$$

ただし、直応力は圧縮を正、 z 軸は鉛直上向きを正とし、 γ_{sat} は鉛直下向きに作用することを考慮している。

いま、このような浸透場の間隙水圧 u 、および有効応力 $\sigma_{x'}$ などを用いて上式を書き改めると

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{x'}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{y'}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{z'}}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial z} + \gamma_{\text{sat}} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots(6)$$

ここで、更に全水頭 $H = u/\gamma_w + z$ 、 z = 位置水頭、を導入すれば、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{x'}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + \gamma_w \frac{\partial H}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{y'}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + \gamma_w \frac{\partial H}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{z'}}{\partial z} + \gamma_{\text{sub}} + \gamma_w \frac{\partial H}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots(7)$$

となる。

式(7)の各項は単位体積当たりの土の構造骨格に作用する外力を意味している。したがって、釣合い方程式の誘導過程を考慮するならば、上式から『浸透場にある土の単位体積当たりの構造骨格は、 x , y , z の正の方向にそれぞれ、 $-\gamma_w \partial H / \partial x$, $-\gamma_w \partial H / \partial y$, $-\gamma_w \partial H / \partial z$ なる物体力(浸透力)と、更に z の負の方向(鉛直下向き)に γ_{sub} なる物体力を受けている』と解釈することができる。そして、この事実が浸透力+水中重量法の一つの理論的裏付けをなして

いることはいうまでもない。また式(7)と式(5)は等価であり、式(5)の導かれる背景を考えると、この式から全重量+全間隙水圧法が許されることもうなずけよう。要するにこれら二つのアプローチの成立することは、参考文献(6)の手法以外にも、いろいろな方法で説明できるのである。

さて、ここで式(5)から式(7)に至る過程で間隙水自体の運動状態にはなんら制約を設けなかった点に注意しよう。すなわち、間隙水が流動していると静止状態にあるとにかかわらず、上の各式が成り立つということになる。したがって、改めて式(7)を解釈し直すならば『飽和状態にある土の単位体積に含まれる土粒子骨格は、 x , y , z の正の方向にそれぞれ $-\gamma_w \partial H / \partial x$, $-\gamma_w \partial H / \partial y$, $-\gamma_w \partial H / \partial z$ なる物体力(必ずしも浸透力ではない)と、更に z の負の方向(鉛直下向き)に γ_{sub} なる物体力を受けている』といい換えることができる。

そこでこの事実を非排水状態の飽和粘土層に適用するため、間隙水圧 u を静水圧成分 u_s と過剰間隙水圧成分 u_e に分け：

$$u = u_s + u_e \dots\dots\dots(8)$$

同様に全水頭 H も静水圧成分 H_s と過剰間隙水圧成分 h に分けて考える：

$$H = H_s + h, \quad H_s = u_s / \gamma_w + z, \quad h = u_e / \gamma_w \dots\dots\dots(9)$$

すると、静水圧成分は H の勾配になんら寄与しないから次の関係が認められる：

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial x}, & \quad \frac{\partial H}{\partial y} = \frac{\partial h}{\partial y} = \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial H}{\partial z} = \frac{\partial h}{\partial z} = \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial z} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(10)$$

これらの関係を式(7)に代入すると、結局次のような解釈が成り立つ：『非排水条件のもとで平衡状態にある飽和粘土の単位体積に含まれる土粒子骨格は、間隙水から間隙水圧勾配(もしくは過剰間隙水圧勾配)に等しい物体力と浮力を受けている。』

以上の議論を要約すれば、結論として、非排水状態にある飽和粘土の安定解析に際しても、浸透力+水中重量法、全重量+全間隙水圧法の二つの概念がそのまま適合することが理解されよう。ただしこの場合、浸透力なる用語は適切でなく、筆者らは前者をポテンシャル勾配+水中重量法と呼んでいる。なお、ここで述べた二つのアプローチのうち、浸透力(ポテンシャル勾配)+水中重量法は、後述するように、斜面の安定解析で事実上採用されるケースはほとんどないといえる。しかし、本質を見極め、混乱を避ける意味で極めて重要な概念であり、十分理解しておくべきであろう。実際、この概念のもとに多次元圧密の数値解析法を展開することも可能となるのである^{8),9)}。

3. 簡便法について

斜面の安定解析についてはいくつかの理論が提案されて

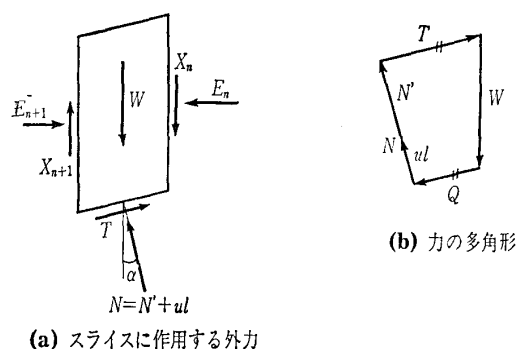


図-2 簡便法

いるが、実務面で最も多用されているのは簡便法¹⁰⁾であろう。図-2にこの方法の概要を示した。(a)は任意スライスに働くすべての力を、(b)はこれら力の多角形を表している。簡便法ではスライス両側面に作用するスライス間力(不静定内力) X_n , E_n および X_{n+1} , E_{n+1} の合力 Q は、スライス底面に平行であると仮定される。この仮定は簡明である割に案外認識されておらず、簡便法は単にスライス間力を無視してしまう方法と解している向きもあるが、注意しなければならない。まず、安全率 F_s は一般に次式で定義される：

$$F_s = \Sigma R_f / \Sigma T \quad (1)$$

ここに、 T はスライス底面つまり仮定すべり面に沿って現実に動員されているせん断力、 R_f はこのときのスライス底面に垂直な力に応じて発揮されるせん断強さ。 R_f は有効応力解析か全応力解析かによって次のように使い分けられる。

$$\left. \begin{aligned} R_f &= c' + (N - ul) \tan \phi' = c' + N' \tan \phi' \\ R_f &= c_u + N \tan \phi_u \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここに、 c' , ϕ' は有効応力に基づく強度定数、 c_u , ϕ_u は全応力に基づく強度定数で、飽和粘性土の場合 ϕ_u はゼロとなる、 N , N' は底面の全垂直力および有効垂直力、 u は底面上の(平均)間隙水圧、 l は底面の長さ、また図中 W は間隙水も含めたスライスの全重量、 α はスライス底面に立てた垂線が鉛直線となす角、ただし符号に注意。

ここで、すべり土塊全体の、円弧の中心 O に関するモーメントの釣り合いから

$$\Sigma W \cdot x + \bar{Q} = r \Sigma T \quad (3)$$

よって式(1)と(3)から次式を得る：

$$F_s = \frac{r \Sigma R_f}{\Sigma W \cdot x + \bar{Q}} = \frac{\Sigma R_f}{\Sigma W \sin \alpha + \bar{Q}/r} \quad (4)$$

ここに、 x はスライス重心と円弧の中心の水平距離、 r は円弧の半径、 $\bar{Q}$ はすべり土塊に作用する自重以外の力によるモーメントである。

式(4)の安全率を導くのに上記したものと少し違ったやり方がある。それは、例えば図-2(a)のスライスに注目し、まずスライス1個の安全率すなわち局所安全率 F_{si} を次式で定義する：

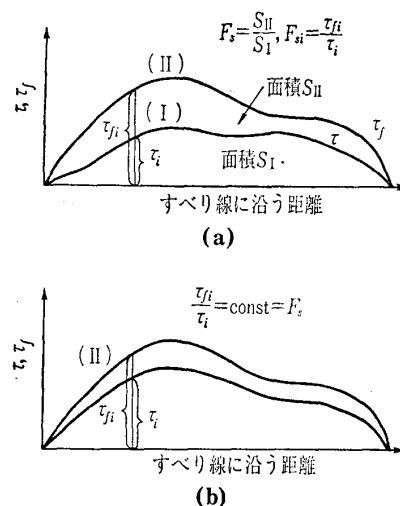


図-3 安全率の説明

$$F_{si} = R_f / T \text{ or } T = R_f / F_{si} \quad (5)$$

この式を土塊全体のモーメントの釣り合い式、式(3)に代入すると、

$$\Sigma W \cdot x + \bar{Q} = r \Sigma (R_f / F_{si}) \quad (6)$$

となる。ここで、局所安全率は一般にスライスごとに異なる値をとるのであるが、これを一定と仮定すれば、上式から

$$F_{si} = \frac{r \Sigma R_f}{\Sigma W \cdot x + \bar{Q}} = \frac{\Sigma R_f}{\Sigma W \sin \alpha + \bar{Q}/r} \quad (7)$$

となって、式(4)に一致する。つまり、この結果をみる限り $F_s = F_{si}$ である。むしろ、多くのテキストがこの後者の方法を採用していることから、時として、簡便法の安全率は、Bishop 法のそれと同様、局所安全率を一定と仮定した場合の安全率であると解釈されることもある。この点を少し考察してみよう。いま、すべり線に沿うせん断応力とせん断強さの真の分布が、図-3(a)に模式的に示した曲線(I)および(II)で表されるものとする。このとき、いわば全体安全率ともいべき式(1)で定義された安全率の意味するところは、これら2本の曲線が横軸と囲む面積 S_I と S_{II} の比ということである。他方、局所安全率の本来の意味は、同じ図において、任意点のおおの曲線の縦距の比である。したがって、局所安全率をいたるところで一定と仮定することは、図-3(b)に示すように、せん断応力の真の分布を乱して、任意点の縦距の比が構造物全体の正しい安全率(全体安全率)に等しくなるように再調整することを意味しているのである。

もっとも、こうした安全率からせん断応力分布を求める必要性はなんら存在しないので、實際上支障をきたすことはないが、一つの解釈として上述の意義を理解しておくのも、あながち無意味ではなからう。

本論に戻って、図-4(a)に示すような定常浸透場にある斜面を簡便法で解析するものとしよう。この場合、浸透力+水中重量法は、各スライスにおける浸透力の分布

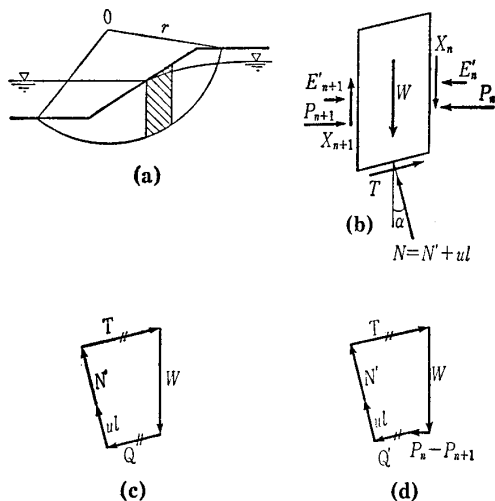


図-4 水中斜面

およびその合力の作用点をあらかじめ既知としておかねばならず、大変煩雑な作業を伴い、実用的でない。必然的に全重量+全間隙水圧法が採用されることになる。そこでこの観点から任意スライスに働くすべての力を図示したのが図-4(b)である。ここに、 p_n , p_{n+1} は側面の間隙水圧(の合力), E'_n , E'_{n+1} は側面に作用している有効垂直力, ほかの記号は前出に同じ。

一般にこの種の問題を解析する場合, 水圧 p_n , p_{n+1} も不静定力とみて, 側面上のすべての力の合力 Q がスライス底面に平行であると仮定されることが多い。このとき, 力の多角形は図-4(c)となって, これより $N' = W \cos \alpha - ul$ であるから, 有効応力解析のとき, 式(14)の安全率は

$$F_s = \frac{\sum [c'l + (W \cos \alpha - ul) \tan \phi']}{(\sum W \sin \alpha + \bar{Q}/r)} \quad (18)$$

となる(あるいはこの式は, 水圧であれ有効応力であれ, スライス間力はすべて無視するとの発想に立っても導かれる)しかし, 定常浸透場(よしんば非定常浸透場であったとしても)の水圧分布は流線網などを利用して容易に決定することができるので, これを不静定内力とみることは好ましくない。実際, 有効応力解析の成立する前提は間隙水圧分布を既知とすることであるから。そこで, 側面上の水圧は静定力(既知量)とみてこれを不静定内力から除外し, 有効不静定内力 E'_n , X_n および E'_{n+1} , X_{n+1} の合力 Q' だけがスライス底面に平行であると仮定する考えが生まれる。このときの力の多角形を示したのが図-4(d)である。これより,

$$N' = (W \cos \alpha - ul) - (p_n - p_{n+1}) \sin \alpha \quad (19)$$

したがって, この場合の安全率は式(18), (14)より

$$F_s = \frac{\sum [c'l + \{(W \cos \alpha - ul) - (p_n - p_{n+1}) \sin \alpha\} \tan \phi']}{(\sum W \sin \alpha + \bar{Q}/r)} \quad (20)$$

となる。ここに, $\bar{Q}$ については次節で詳述する。なお, 下流側の水の取扱い方に応じてスライスに働く力に多少の変

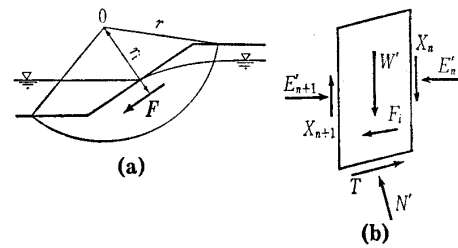


図-5 浸透力+水中重量法

化があり, 式(18)や(20)の安全率の一般式が少し異なる形式をとることもあるが, これについても次節を参照されたい。

前述したように, 同じ問題を浸透力+水中重量法で考えると, 二つの点で困難が伴い, 元来非常に見通しのよいすっきりとした概念であるにもかかわらず, 实际的でない。すなわち, 一つは図-5(a)に基づいて式(13)に相当する式, つまりすべり土塊全体としてのモーメントの釣合い式を書き下すときである。この場合, 図-5(a)に模式的に示すように, 土塊全体としての浸透力の合力 F およびその作用点が知られていれば, モーメントの釣合い式は

$$\sum W' \cdot x + F \cdot r_i = r \sum T \quad (21)$$

である。ここに, 左辺第1項は土塊の有効重量つまり自由水面より下方の水中重量と, それより上方の全重量の和のO点に関するモーメントである。また r_i は F のO点に関する腕の長さである。しかし, F および r_i を定めることが非常に困難であって, 実用上の意義が損われるのである。いま一つは図-5(b)に示すように, 各スライスに注目して力の多角形を書き下す際, やはりスライスごとの浸透力 F_i の作用方向とその位置が既知でなければならないが, これを明らかにすることもまためんどろな作業である。

4. すべり土塊の設定方法について

図-4(a)のごとき斜面を安定解析する場合, いくつかの成書ないし論文に, 図-6(c)に示すようにすべり線を水中にまで延長し, すべり線 $\widehat{EAB}$ より上方の水も含めた部分をあたかもすべり土塊のごとくみなして安定計算すればよいとある。その際, 水の部分 $\widehat{EA}$ はせん断抵抗を持たない土とみなすのである。また, 図-6(b)にみられるように, すべり線は $\widehat{AB}$ とするが, これより上方の水も含めた部分をすべり土塊とみなし, 更に鉛直面 $\widehat{AA'}$ 上に水圧 p_w が働くとするばよいとの記述もみられる。これら二つのやり方は, 多少の注釈が必要であるが, 結論的にはいずれも許されるもので, (b)図の場合, 前述の $\bar{Q}$ は $-p_w \cdot y_w$ となる。ここに, y_w は p_w のO点に関する腕の長さである。また, (c)図の考え方を採用するとき $\bar{Q} = 0$ である。しかしながら, この問題の正当な解析の仕方は図-6(a)に示すように, あくまでもすべり土塊は土の部分 $ABCD$ と考え, これに $\widehat{AD}$, $\widehat{DC}$ 面に図示するような水圧分布が作用するとして計算すべきである。実際, すべり面が水中に発

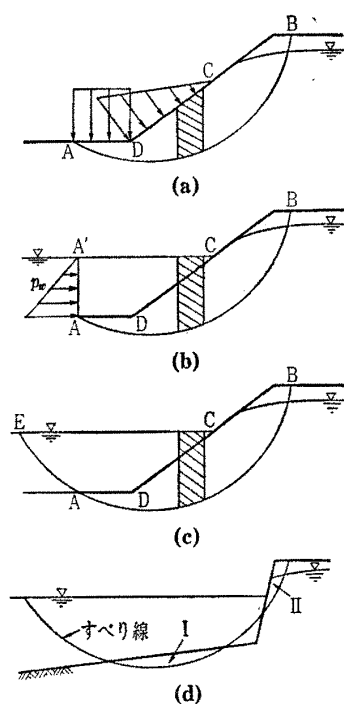


図-6 すべり土塊の設定方法

生することなど起こりようがないのである。この点を誤解し、(c)図のやり方を拡大解釈して(d)図のようなケースにまでこの方法を適用するなどは厳に慎まなければならない(電算機を利用して自動計算するとき往々にして陥りがちである)。すなわち、(d)図において、元来土塊IとIIの安定性には相互の関連性があまりないのであるが、これを図示するように水中にまで延長した1本のすべり線で結んでしまうと、もはや両者の安定性は独立であり得なくなり、現実離れた安全率を与えることは自明であろう。以下、このような点について少し議論してみよう。

まず、図-4(a)のすべり土塊部分に注目し、全重量+全間隙水圧法の立場でこれに作用しているすべての力を図

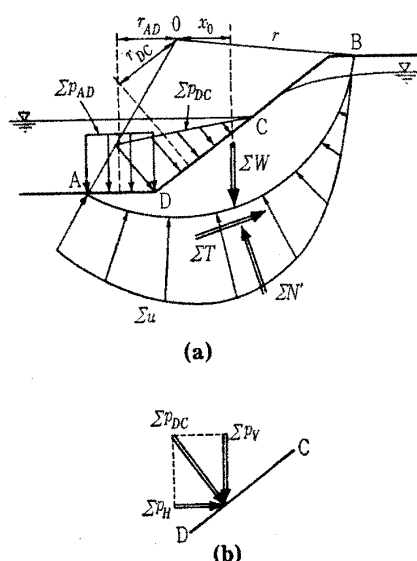


図-7 土塊に作用する力のモーメント(全重量+全間隙水圧法)

示すれば図-7(a)となる。ここに、 ΣW はすべり土塊の間隙水も含めた全重量、 Σu はすべり線に沿う間隙水圧の合力で、この作用線は円弧の中心Oを通る。 $\Sigma N'$ はすべり線に沿う有効垂直力の合力で、この作用線もやはりO点を通る。 ΣT はすべり線に沿うせん断力の合計、 Σp_{AD} 、 Σp_{DC} はおおの $\overline{AD}$ 、 $\overline{DC}$ 部分に作用する水圧の合力。そこでまず、土塊全体のO点に関するモーメントの釣り合い式を書けば

$$x_0 \Sigma W - r_{AD} \Sigma p_{AD} - r_{DC} \Sigma p_{DC} = r \Sigma T \quad \dots\dots\dots (2)$$

すなわち、式(13)の $\bar{Q}$ は、いまの場合、 $\bar{Q} = -r_{AD} \Sigma p_{AD} - r_{DC} \Sigma p_{DC}$ となる。ここに、 $x_0 \Sigma W$ はすべり土塊の全重量の重心とO点との水平距離、無論 $x_0 \Sigma W = \Sigma W \cdot x$ である。 r_{AD} 、 r_{DC} はおおの Σp_{AD} 、 Σp_{DC} のO点に関するモーメントの腕の長さである。ところが、左辺第3項つまり $\overline{DC}$ 部分の水圧のモーメントは、図-7(b)に示すように、 Σp_{DC} を鉛直成分 Σp_v と水平成分 Σp_h に分けたとき、これら Σp_v と Σp_h のO点に関するモーメントの和に等しい。しかるに、 Σp_v は面 $\overline{DC}$ より上方にある水の重量であり、また Σp_h は図-6(b)の $\overline{AA'}$ 面の水圧 p_w に等しい。更に、式(2)左辺第2項は、面 $\overline{AD}$ より上方にある水の重量のモーメントでもある。したがって、すべり土塊全体のモーメントを考える限り、式(2)左辺は、すべり線 $\overline{AB}$ より上方の水も含めた部分のO点に関するモーメントと、面 $\overline{AA'}$ の水圧 p_w のO点に関するモーメントの和に等しいことになる。すなわち、図-6(b)の考えが許されることになる。そしてこのとき式(13)の $\bar{Q}$ は、前記したように $\bar{Q} = -p_w \cdot y_w$ となるのである。しかし以上の議論は土塊全体のモーメントに関するものだけであって、図-6(b)の考えが安全率の計算にも適用し得るか否かは、更に各スライスについて検討してみなければ明らかでない。

まず、この問題を図-6(a)の正当なすべり土塊に着目して解析する場合を考えると、図-8(a)のスライスについて図-8(b)に示すような力を受けることになる。ただ

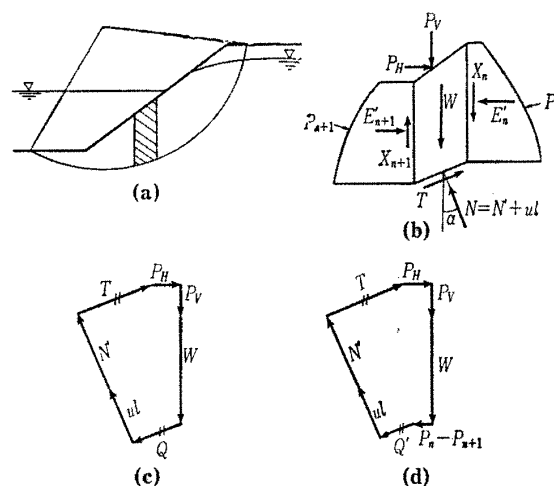


図-8 水没部分のスライスに働く外力

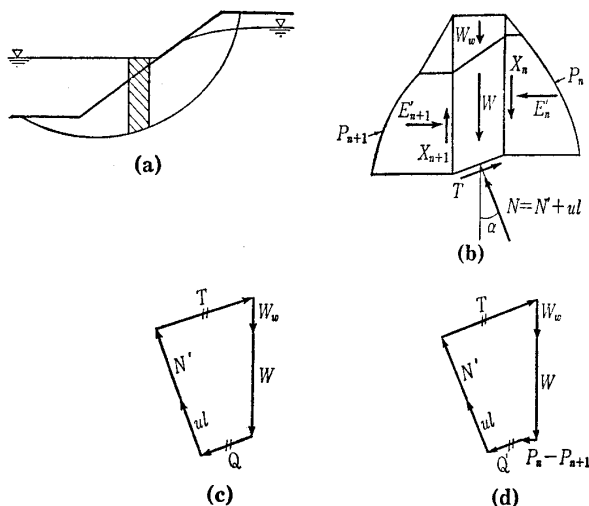


図-9 水をスライスの一部とみる場合

し、図で p_H , p_V はスライス上面に働く水圧の水平、鉛直成分、 p_n , p_{n+1} は側面の水圧合力である。よって、スライス間力をすべて不静定力とみて、これらの合力 Q が底面に平行と仮定するとき (図-8(c)参照)

$$N' = (p_V + W) \cos \alpha - ul + p_H \sin \alpha \quad \text{.....(23)}$$

となる。また、側面水圧を除外した合力 Q' だけが底面に平行とすると (図-8(d)参照)

$$N' = (p_V + W) \cos \alpha - ul + p_H \sin \alpha - (p_n - p_{n+1}) \sin \alpha \quad \text{.....(24)}$$

である。したがってこの場合、式(18), (20)に相当する式は、おのおの次のようになる:

$$F_s = \sum [c'l + \{(p_V + W) \cos \alpha - ul + p_H \sin \alpha\} \tan \phi'] / (\sum W \sin \alpha + \bar{Q}/r) \quad \text{.....(25)}$$

$$F_s = \sum [c'l + \{(p_V + W) \cos \alpha - ul + p_H \sin \alpha - (p_n - p_{n+1}) \sin \alpha\} \tan \phi'] / (\sum W \sin \alpha + \bar{Q}/r) \quad \text{.....(26)}$$

他方、この問題を図-6(b)の状態で解析するものとするれば、図-9(a)のスライスについて、図-9(b)に示すような力を受けるとせねばならない。ここに、 W_w はスライス上部にある水の部分の重量、 p_n , p_{n+1} は側面の水圧合力である。ただし図-8(b)とは違って、 p_n , p_{n+1} は水の部分の水圧も含んでいる点に注意。対応する力の多角形はおのおの図-9(c), (d)となる。この場合、(c)図から、式(23)に相当するものは

$$N' = (W_w + W) \cos \alpha - ul \quad \text{.....(27)}$$

また(d)図から式(24)に相当するものは

$$N' = (W_w + W) \cos \alpha - ul - (p_n - p_{n+1}) \sin \alpha \quad \text{.....(28)}$$

である。そして、 $W_w + W$ を改めて W なる記号で表せば、式(27)に基づく安全率の一般式は式(18)で、また式(28)に基づくとき、式(20)で与えられる。明らかに、 $p_V = W_c$ であるから、式(23)と(27)の間には $p_H \sin \alpha$ だけの差が認められる。また、 p_n , p_{n+1} の定義の相違と、 p_H の作用方向に注意すると、式(24)と(28)は完全に一致していることも明白である。

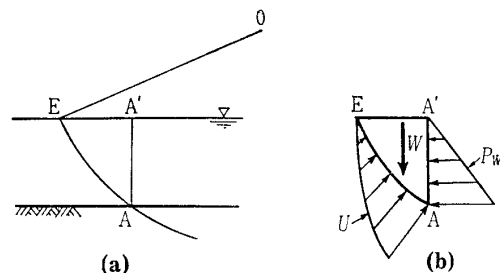


図-10 すべり線を水中に延長する意義

以上の議論を要約すれば次のようにまとめられる

“簡便法で図-4(a)のごとき斜面を安定解析する正しい方法は、全重量+全間隙水圧法の場合、図-6(a)を取り扱うことである。その際、側面水圧を不静定力とみるか、静定力とみなすかで異なる安全率式(20), (26)を与える。同じ問題を図-6(b)の状態で解析するならば、側面水圧を静定力とみなすとき、正しい安全率式(20) (これはまた式(26)に等しい)を与える。しかし不静定力とするときは、正しいやり方式(26)とはまた違った安全率式(18)を与える”

次に、図-6(c)に示すように、すべり線を水中にまで延長することの意義を考えてみよう。いま、図-10においてすべり土塊 (実は水塊) $AA'E$ 部分に注目し、これに作用する力を考えると、 $\widehat{AE}$, $\widehat{AA'}$ 面の水圧 p_w , U と自重 W の3力である。そして、これら3力のO点に関するモーメントをとれば明らかなように、結局 W と p_w のモーメントが釣り合っていることになる。したがって、図-6(b)において、 p_w のモーメントの代わりに、水塊 $AA'E$ の自重のモーメントをとっても同じ結果を与えるのである。すなわち、図-6(b)に代わって、図-6(c)を考えてもよいことがうなずける。その際、すべり線 $\widehat{AE}$ に沿うせん断抵抗はなんら存在しないということはいうまでもない。この場合も、図-6(b)と同様、側面水圧を静定力として計算すれば同図(a)の正しいやり方と同じ安全率を与える。しかし不静定力と考えれば、同図(b)と同じ安全率になって、(a)図の正しいやり方で、側面水圧を不静定力とみなす場合とは少し異なる安全率式(18)を与えるのである。もっともこの差異 ($p_H \sin \alpha$ に起因する量) は、特に水深が小さいとき、わずかなものであって、実計算の上で考慮すべきほどの量ではなからう。

5. 解析例

ここでは簡単な計算例を通して、上述したいくつかの定義に基づく安全率の具体例を示す。問題は図-11, 12にみられる二つのタイプの斜面を採用した。前者は定常浸透がある場合、ただし下流側水深はゼロとする。後者は単なる部分水中斜面で、浸透流がない場合である。これら二つの斜面について、図中の仮定すべり面および分割状況のもとに安全率を算出する。物性値は両者共通に、 $c'=0$, およ

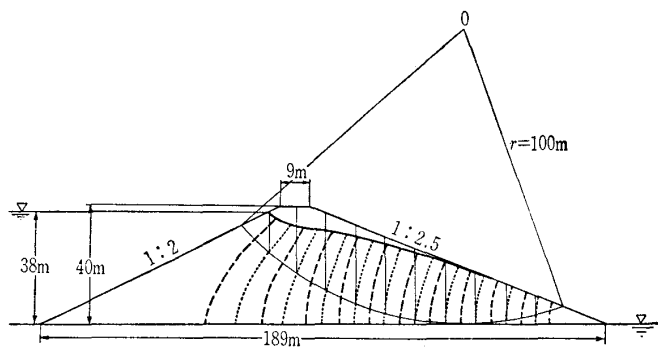


図-11 定常浸透下の斜面

び 0.2 tf/m^2 , $\phi' = 34^\circ$, ρ_t (湿潤密度) $= 1.6 \text{ t/m}^3$, $\gamma_{\text{sat}} = 1.8 \text{ tf/m}^3$, $\gamma_{\text{sub}} = 0.8 \text{ tf/m}^3$ と選んだ。まず図-11において、流線網を多少ラフに描いているが、スライス側面の水圧を不静定力とみた式(18)による安全率は、 $c' = 0$ のとき 1.13, $c' = 0.2 \text{ tf/m}^2$ のとき 1.15 となった。一方、側面水圧を静定力と考える式(20)によれば、安全率は $c' = 0$ で 1.23, $c' = 0.2 \text{ tf/m}^2$ で 1.26 である。すなわち、より厳密に取り扱う式(20)で求めた安全率が、慣用的な側面水圧を無視する方法に比べ、幾分大きい値を与えている。また図-12の問題では、図-6(a)の方法に従うとき、側面水圧を不静定力とみる式(20)によれば、 $c' = 0$ で 1.344, $c' = 0.2 \text{ tf/m}^2$ で 1.615 となった。側面水圧を静定力とみる式(20)では、 $c' = 0$ で 1.488, $c' = 0.2 \text{ tf/m}^2$ で 1.758 である。同じ問題を図-6(b)の方法で計算すると、側面水圧を不静定力とすると、すなわち式(18)によると、 $c' = 0$ で 1.355, $c' = 0.2 \text{ tf/m}^2$ で 1.625 である。また側面水圧を静定力とするときは、式(20)に従い、 $c' = 0$ で 1.484, $c' = 0.2 \text{ tf/m}^2$ で 1.754 を得た。

なおこの問題は、容易に、かつ最も厳密に浸透力+水中重量法が適用できて、その安全率は $c' = 0$ のとき 1.482, $c' = 0.2 \text{ tf/m}^2$ のとき 1.751 となる。

川上¹⁾が指摘しているように、側面水圧を不静定力とみなす慣用的な安全率と、静定力としたときの安全率の差は、無視すべき量でないことは以上の計算例からも明らかである。しかし、慣用法が安全側であることはまちがいない。

6. むすび

本文は埋立護岸・河川堤防あるいはアースダムなどに典型例がみられる、一部が水中に没した斜面の安定解析において、水の影響を的確に評価する方策を議論したものである。すなわち、すべり土塊に及ぼす水の効果は、一貫して浸透力+水中重量法もしくは全重量+全間隙水圧法の二つの指導理念のいずれかに忠実に従えば、なんら混乱することなく考慮し得ることを種々の角度から論じたものである。

はじめに、これら二つの指導理念は、比較的透水性の高い、いわゆる浸透場だけに適用しうる概念ではなく、非排水状態下の飽和粘土地盤についても有効であることを釣合ひ方程式の立場から説明した。もっとも、浸透力+水中重

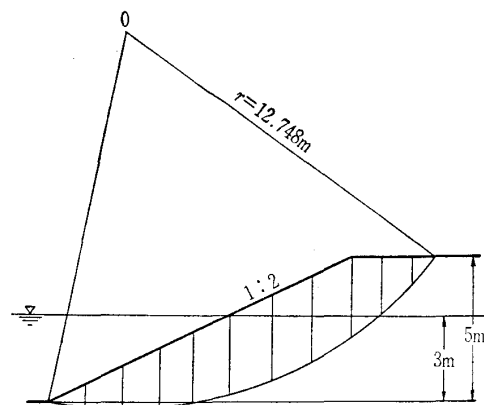


図-12 部分水中斜面

量法は、見通しのよいすっきりとした方法であるにもかかわらず、浸透力の分布を定めることが困難なためあまり実用的でない。そこで、簡便法に限定して、すべり土塊全体、および各スライスに対する全重量+全間隙水圧法の適用方法を論じた。特に、スライス側面の水圧を不静定力とみるか、静定力とみなすかで2とおりの安全率が得られることに注意した。次いで、部分水中斜面を解析する場合、慣用的にとられているすべり土塊(すべり面)の設定方法にまつわる注意事項を述べるとともに、場合に応じて4とおりの安全率の計算の仕方が有り得ることを示した。最後に、簡単な例題を通して、上述したいくつかの安全率を算出し、その位置付けの一端を紹介した。

結論として、スライス側面の水圧を不静定力とみるか静定力とするかで安全率に有意の差が認められる。すなわち、簡便法の場合、前者がより小さい安全率を与える。この意味では常に安全側の設計であって、容認し得ることではあるが、水を扱う場合、たえず本質を見極め、混乱を回避すべきことを重ねて強調しておきたい。

参考文献

- 1) 川上 浩：分割法における分割細片側面に作用する力の影響，第25回土木学会年次学術講演会講演集，第Ⅲ部，pp. 435-436, 1970.
- 2) 川上 浩：分割法による斜面の安定計算法の一考察，第6回土質工学研究発表会講演集，pp. 479-482, 1971.
- 3) 中瀬明男・紙山一雄：ビショップの安定計算法とそのプログラミング，港湾技術研究所報告，第4巻1号，pp. 29-44, 1965.
- 4) 野村健司・早藤能伸・長友文昭：斜面安定解析におけるビショップ法とチェボタリオフ法の比較，港湾技術研究所報告，第7巻4号，pp. 133-175, 1968.
- 5) 山上拓男：浸透力と浸透水圧，土と基礎，Vol. 28, No. 4, pp. 65-66, 1980.
- 6) 山口柏樹：土質力学，技報堂，pp. 93-94, 1979.
- 7) 土質工学会編：土質工学ハンドブック，技報堂，pp. 213-215, 1965.
- 8) 山上拓男・植田康宏：有限要素法による圧密現象の一解法，土木学会論文報告集，第302号，pp. 67-78, 1980.
- 9) 山上拓男・植田康宏：多次元圧密の非連成数値解析について，土木学会論文報告集，第316号，pp. 87-96, 1981.
- 10) 前出6)に同じ，pp. 322-324,

(原稿受理 1982.5.21)