

ロックフィルダムの震度円安定解析法

Seismic Intensity Circle Method in Earthquake Stability Analysis of Rockfill Dams

なか じま やす じ
中 島 保 治*

1. はじめに

粘着性の土質材料と非粘着性の土質材料で盛立をした場合、その限界勾配の形状は基本的に相違する。それは、前者は内部摩擦角 ($\phi > 0$) と粘着力 ($c > 0$) を有する材料であるが、後者は $\phi > 0$ であるが $c = 0$ であることに起因する。写真-1 は、標準砂を使用して乾砂の場合と適度に水分を与えて見かけの粘着力を与えた湿砂の場合の、限界勾配を示すモデルを作って示したものである。

乾砂では、 $\phi > 0$, $c = 0$ であるから限界勾配は直線状になっている。また、湿砂では、 $\phi > 0$, $c > 0$ であるから限界勾配は対数曲線状になっている。これらのことは、基本的に斜面を物体がすべり落ちる場合の物理の平衡条件式からも簡単に説明することが出来る²⁾。

図-1 に示すような平衡条件は、

$$N = W \cdot \cos \alpha$$

$$T = W \cdot \sin \alpha$$

$c = 0$ の時の平衡条件は、

$$T = N \cdot \tan \phi$$

$$F = 1 = \frac{N \cdot \tan \phi}{T}$$

であるから、本式から直線を示すことがわかる。

ここで、

$$\frac{T}{N} = \tan \phi$$

$$\therefore \tan \alpha = \tan \phi$$

$$\therefore \alpha = \phi$$

となり、安息角と内部摩擦角は等値の性質のものであることがわかる。

次に、 $c > 0$ のときの平衡条件は、

$$T = N \cdot \tan \phi + cL$$

で

$$F = 1 = \frac{N \cdot \tan \phi + cL}{T}$$

今単位断面における場合を考えて

$$F = \frac{N_1 \cdot \tan \phi + cL_1}{T_1}$$

とおくと、この単位断面を n 倍した場合の断面については、

*大成建設顧問 前(社)土質工学会副会長

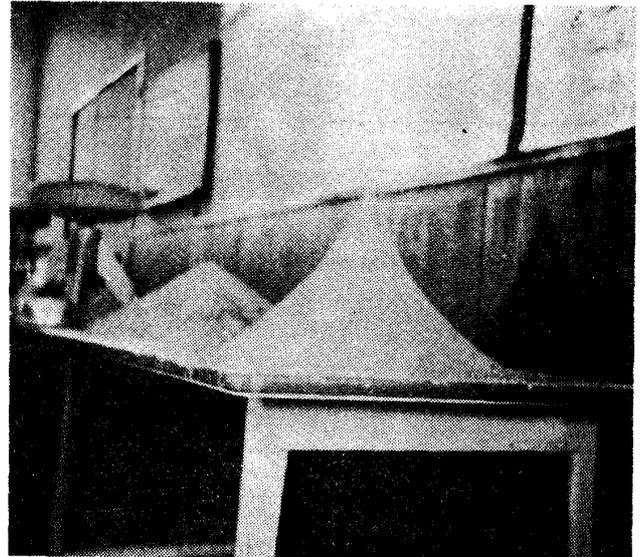


写真-1 左側：乾燥標準砂，右側：湿潤標準砂

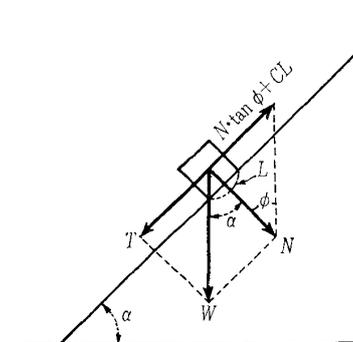


図-1 スロープ上のすべりの平衡条件

次式が成立する。

$$\begin{aligned} F &= \frac{N_n \cdot \tan \phi + cL_n}{T_n} \\ &= \frac{n^2 \cdot N_1 \cdot \tan \phi + ncL_1}{n^2 \cdot T_1} \end{aligned}$$

$$= \frac{N_1 \cdot \tan \phi + \frac{1}{n} cL_1}{T_1}$$

したがって、この式は曲線を示すことを表し、かつ断面の倍率 n に応じて c の効力は反比例して減少することがわかる。

以上のことから解析していくと、これら二つの場合の限界勾配の表示式 (図-2 参照) は次のように示すことが出来る³⁾。

特別講演

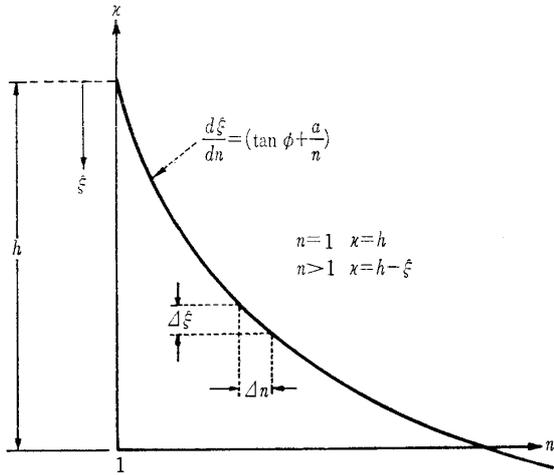


図-2 限界勾配曲線図解

$$\chi = h - (n-1)\tan \phi - a \log_e n$$

ここに

h : 堤高

χ : 倍率 n に対応した堤底より堤斜面までの高さ

n : 堤底水平距離の倍率

$$\xi = h - \chi$$

a : 粘着係数 (粘着力 c より定まる係数, $a = \frac{cL}{N}$)

岩石も材料学的には、 $\phi > 0, c = 0$ であり、盛立した場合、上記に説明した乾砂の場合の理論と同じ平衡条件式が成立し、同様な限界勾配 (直線形状) を示すのである¹⁾。以上は、静的な場合について述べてきたのであるが、今岩石を盛立て、これに振動を与えるとその形状は直線形状から順次、上に凸の山なりの曲線形状をとりながら崩壊していく。そして、この現象は人工的にすべり円のゾーンを図-3のように作作的に作った模型で実験しても、写真-2, 3, 4に示すように同じような崩壊をたどるのである。決して $\phi > 0, c > 0$ の土質材料で築堤されたアースダムのような下に凹の円弧すべりは発生しないのである。

したがって、粘着性の土質材料を盛立したアースフィルダムの場合と、そうでない非粘着性の岩石材料を盛立したロックフィルダムとでは、その崩壊形状が以上に述べたように異なることから、円弧すべり面法 (Slip Circle Method) をロックフィルダムの場合に適用することの不合理性を指摘することが出来る。このことは円弧すべり面法の基本と

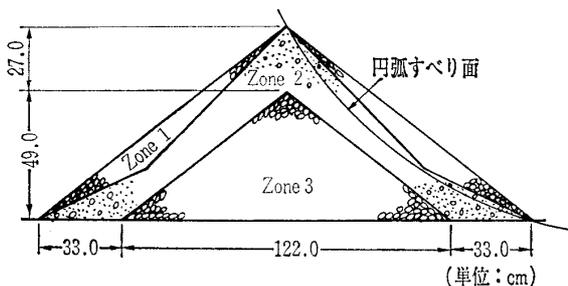


図-3 すべり面模型断面

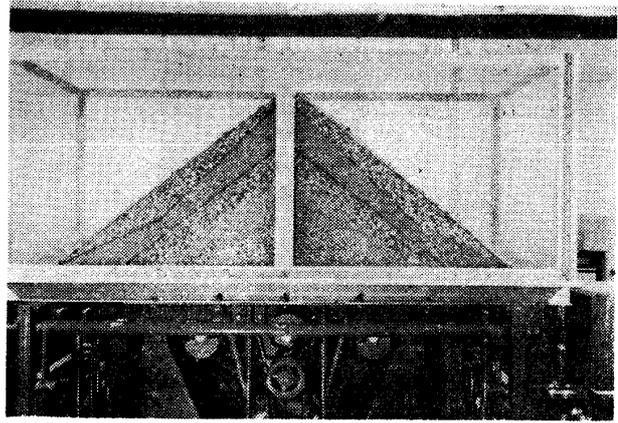


写真-2 振動台上の模型

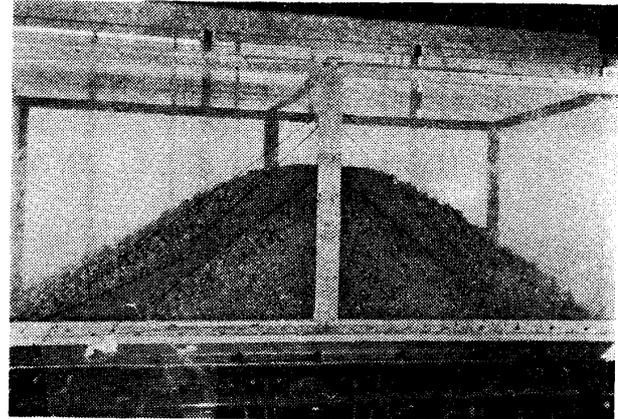


写真-3 模型の破壊状況

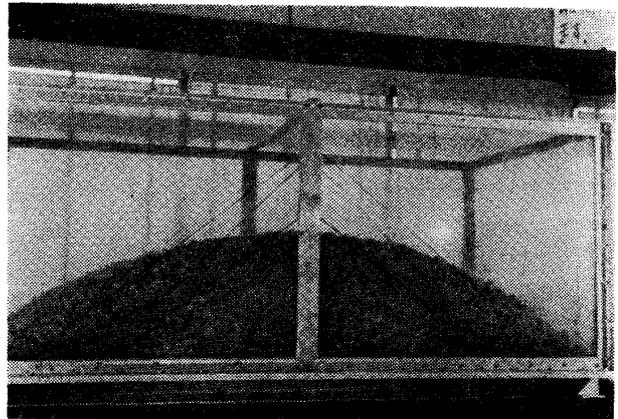


写真-4 模型の破壊状況 (円弧すべりは発生しない)

なっている、前述の物理の平衡理論からも容易に説明することが出来る²⁾。すなわち、かりに円弧すべり面法でロックフィルダム安定計算をしたとしても、半径無限大の点が臨界点となり、表面の直線的なすべりに帰一するから、全く計算するだけ無駄なことになるのである。そこでロックフィルダムの耐震設計を行う目的のために新しく開発されたのが震度円安定解析法なのである。

2. 震度円の理論^{4), 6), 7)}

ロックフィルダムが地震力によってくずれてゆく時、その地震力に対する最終安定形状は、上に凸の曲線形状にな

る。これはダム底部から頂部に行くに従い、その振動が増大するからである。これは震度法で一般に考えられている地震時の水平面との角度が増大するからである。このため、ダムの斜面勾配は頂部ほどゆるくなり、かつ、震度の増加によって、凸状のいわゆる山なり状の円弧曲線となっていく。この場合最初からこの形状を与えておくと、この円弧形状中の岩石の個々については、それに対応する震度が加わるまでは相対変位はなく振動中まったく安定している。この円を実在の震度円と呼ぶ。震度円の円弧に対する中心角の1/2を震度円角(θ)と呼ぶ。この θ はダムの底面における斜面とのなす動的安息角 α に等しくなる。この実在の震度円が形式されるときの震度を限界震度と呼ぶ。この限界震度より震度が小さな場合において、この理論を適用すると、理論上の見かけの震度円を求めることが出来る。したがって、震度円は現象的に震度が小さなある範囲における場合の見かけの震度円と、限界震度以上のときの実在上の震度円との二つの場合がある。実在の震度円からは、円弧を n 個に分割し、分割点の接線勾配で、底面BCを基準に下方の分割点の高さまでに直線を次々と連結してできる多段式の断面から、基本三角形の断面にいたるまで各種の安定耐震断面が得られる。見かけの震度円からは、ある限定された範囲にしか、このような方法は適用されないことになる。しかし、両者のこれらの震度円中に形成される安定な基本三角形の耐震断面は常に実在することになる。説明の便宜上、実在の震度円についてまず述べる(図-4)。

この震度円から安定耐震断面を求める基本的な考えは、耐震断面の斜面勾配が、震度円の中に形成される耐震断面($\triangle BF'C$)の頂点 F' と、同じ高さを持つ震度円の円弧 \widehat{BAC} の点 E' における接線の勾配と同じか、それより緩勾配にすると、その対応震度まで安定を保持することが出来るということである。いま、震度円を形成するときの任意の限界震度における動的安息角(α)について(このとき $\alpha = \theta$)震度円を描き、これから上記の基本三角形(耐震断面として求められる最高の高さの三角形)の斜面勾配 β 、およびそれを近似的に求める β' 、また、耐震断面として求められる最高の高さの単一台形断面(震度円の円弧 \widehat{AC} の中点 E と等しい高さの台形となる)の斜面勾配 β'' 、のおのおのを求めるための関係式を次に示す。

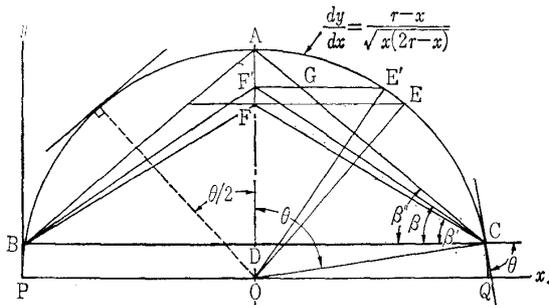


図-4 震度円

$$\angle F'CD = \beta \text{ とおくと}$$

$$\angle F'OE' = \beta$$

$$DF' = OF' - OD = r \cdot \cos \beta - r \cdot \cos \theta$$

$$\tan \beta = \frac{OF'}{DC} = \frac{\cos \beta - \cos \theta}{\sin \theta}$$

$$\therefore \cos(\theta - \beta) = \cos^2 \beta \dots\dots\dots(1)$$

(1)式は震度円の理論の基本をなすものである。この式から β を求めるためには試算法による。そこで上記の三角形断面に近似した三角形の斜面勾配を求めると、

$$\angle FCD = \beta' \text{ とおくと}$$

$$DF = OF - OD = r \cdot \left(\cos \frac{1}{2} \theta - \cos \beta \right)$$

$$DC = r \cdot \sin \theta$$

$$\beta' = \tan^{-1} \frac{DF}{DC} = \tan^{-1} \frac{\cos \frac{1}{2} \theta - \cos \theta}{\sin \theta} \dots\dots\dots(2)$$

(2)式で求めることができる。

また、上記の台形断面は、

$$\angle ACD = \beta'' \text{ とおくと、}$$

$$\overline{AD} = \overline{AC} - \overline{OD}$$

$$\overline{AD} = r - r \cdot \cos \theta$$

$$\beta'' = \tan^{-1} \frac{\overline{AD}}{CD} = \tan^{-1} \frac{r(1 - \cos \theta)}{r \cdot \sin \theta}$$

$$= \tan^{-1} \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\theta}{2} \dots\dots\dots(3)$$

β, β', β'' は(1), (2), (3)の各式から θ の関数として実用上次のように得られる。

$$\beta \doteq 0.416 \theta \dots\dots\dots(4)$$

$$\beta' \doteq 0.375 \theta \sim 0.39 \theta (\theta = 10^\circ \sim 90^\circ)$$

したがって、 β' は β の近似角として使用するため実用上は、

$$\beta' \doteq 0.4 \theta \dots\dots\dots(5)$$

として取り扱うことが出来る。また、

$$\beta'' \doteq 0.5 \theta \dots\dots\dots(6)$$

この係数値はすべての θ に対して一定であるから、作図法を用いて β' は容易に求めることも出来る。

以上により、任意の震度における震度円角 θ (図-4参照)を求めれば、(4), (5), (6)式を用いて、耐震断面が求められる。

この実在の震度円が形成されるまでの変化の過程では、ある震度(限界震度)までは、円弧は実際には形成されないが、基本三角形は以上の理論から常に見かけの震度円の中にも実在する。例えば、地震力が0のとき、基本三角形は静的安息角 α_0 で形成される。また動的安息角 β は理論上、 $\beta = \alpha_0$ であるから、このときの震度円角 θ_0 は α_0 の値を使用することによって(4)式から得ることが出来る。したがって、この場合のように任意の震度における理論上の震度円(見かけの震度円)を求めることが出来る。

特別講演

3. 震度円法による安全率⁴⁾

岩石の内部摩擦角は安息角と等値の性質のものであることは前述した。したがって、安全率(F)は次のように示すことができる。

$$F = \frac{N \cdot \tan(\phi \cdot \rho)}{T} = \frac{\tan(\phi \cdot \rho)}{\tan \alpha_s} = \frac{\tan(\alpha_0 \rho)}{\tan \alpha_s}$$

ここに

- F : 安全率
- N : 材料の重量による垂直分力
- T : 材料の重量による接線分力
- ϕ : 材料の内部摩擦角
- ρ : 地震力による係数
- α_s : ダム断面の斜面勾配
- α_0 : 材料の静的安息角
- $\alpha_0 \cdot \rho$: 材料の動的安息角 (堤頂の場合は β , 底部の場合は α)

4. 耐震基本三角形断面を求める手順^{4),8)}

例えば、図-5に示すような装置を用いてロック材料の静的安息角 α_0 を測定し、図-6に示すように K_0 線上にプロットする。次に実際に円弧状になった時の動的安息角 α_m を測定し、その時の震度 (限界震度) K_m の線上に同じくプロットする。 α_0 と α_m の点を直線で結ぶ。次に $\beta_m = 0.4 \alpha_m$ を計算で求める。そして、 K_m の線上にプロットし α_0 の点と直線で結ぶ。この直線を用いて任意の震度 K_0 に対応する β を求める。求めた β が耐震基本三角形断面の斜面勾配である。すなわち、 $K_0 = K_{0.23}$ とすれば、図-6に示

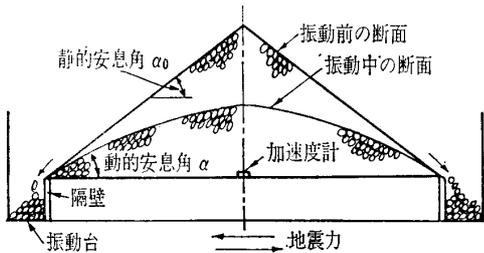


図-5 震度円安定解析法の方法供試体の正面図

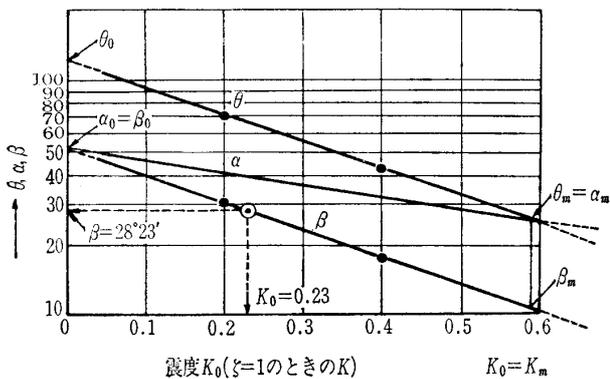


図-6 α, β, θ と K_0 との関係

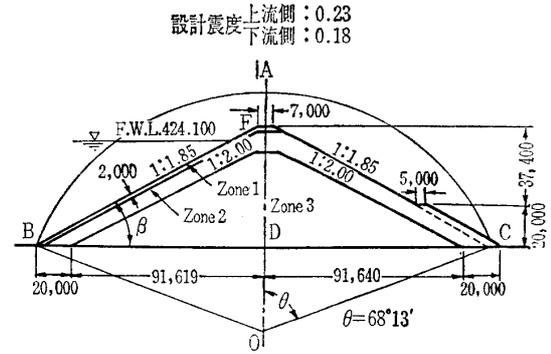


図-7 双葉ロックフィルダムの適用例

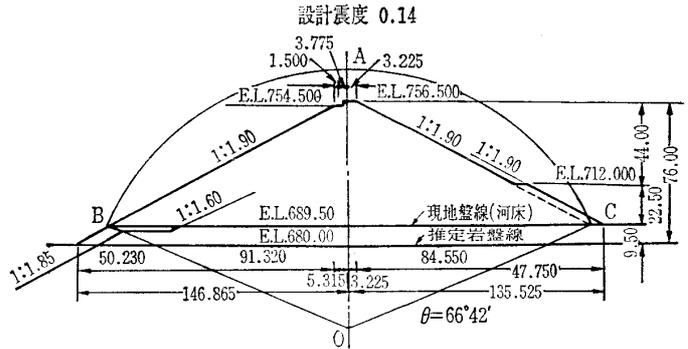


図-8 深山ロックフィルダムの適用例

すように $\beta_{0.23} = 28^\circ 23'$ と求められるので、この斜面勾配を持つ三角形を描けば求める基本三角形断面である。

現在までに、この震度円安定解析法を用いて設計施工を行った例として、農林水産省が建設した双葉ロックフィルダム (図-7)、深山ロックフィルダム (図-8) などがあげられる。

5. 震度円の作図法⁴⁾

実際には三角形断面のみならず各種の断面を設計しなければならない場合もある。例えば、ロック材料が2種類以上に及ぶ場合もあり、経済性、およびほかの理由から多角形断面を設計しなければならない場合もある。それゆえ図-6のようなグラフと作図法を併用して設計すると便利である。

5.1 ダムの底幅を規定して描く場合 (図-9 参照)

- (1) 底幅の長さ に等しい直線 BC を引き、その中点を D とする。
- (2) 中点 D を通って BC に垂直線 l を引く。
- (3) この垂直線 l 上の任意の点を通って角度 θ で交差する直線を引く。
- (4) C 点を通りこの直線に平行なる線を引く。
- (5) 垂直線 l と交わる点を、O 点とする (O 点は震度円の原点である)。
- (6) O 点を中心点とし、OC を半径とする円を描く。これが震度円である。

5.2 ダムの堤高を規定して描く場合 (図-10 参照)

- (1) ダムの堤高に等しい直線 AD を引く。

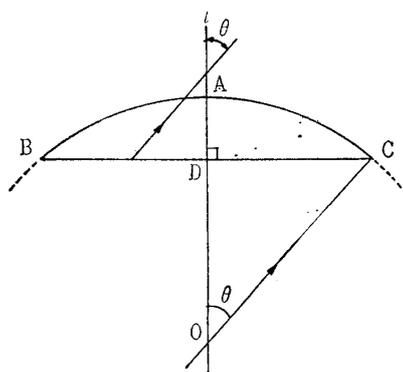


図-9 震度円をダムの底幅を規定して描く場合

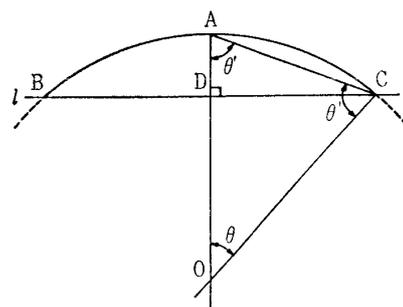


図-10 震度円をダムの堤高を規定して描く場合

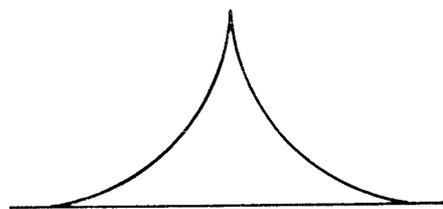


図-11



図-12

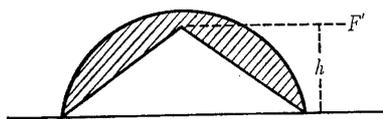


図-13

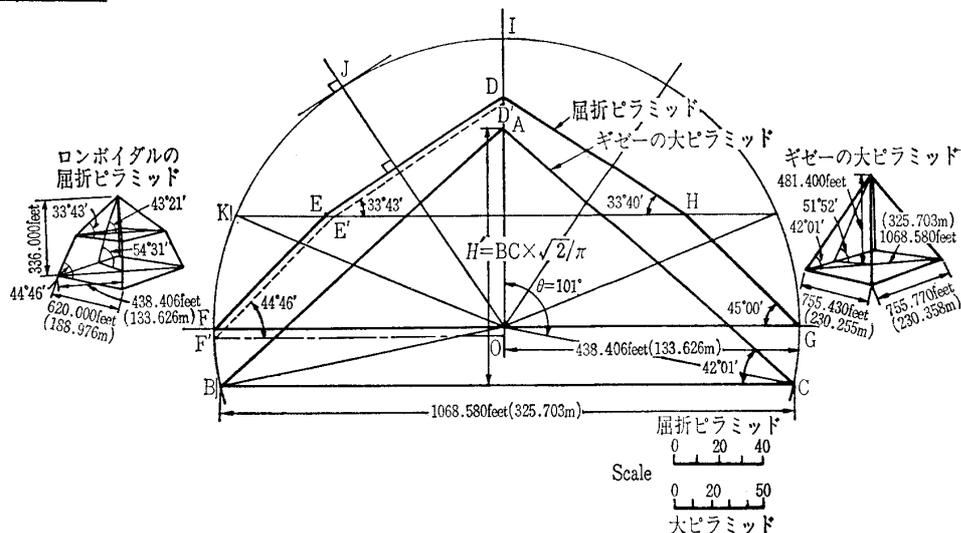


図-14 震度円法によるエジプトのピラミッドの解析

- (2) D点を通りADに直交する直線lを引く。
- (3) A点において、ADに対する角度 θ' が

$$\theta' = \frac{180^\circ - \theta}{2}$$

- となる角を取って直線を引く、直線lと交わる点をCとする。
- (4) 同様にして、C点においてACに対する角度が θ' となる角を取って直線を引く、ADのDの方向の延長線上との交点をOとする。
 - (5) O点を中心点とし、OCを半径とする円を描けば、これが震度円である。

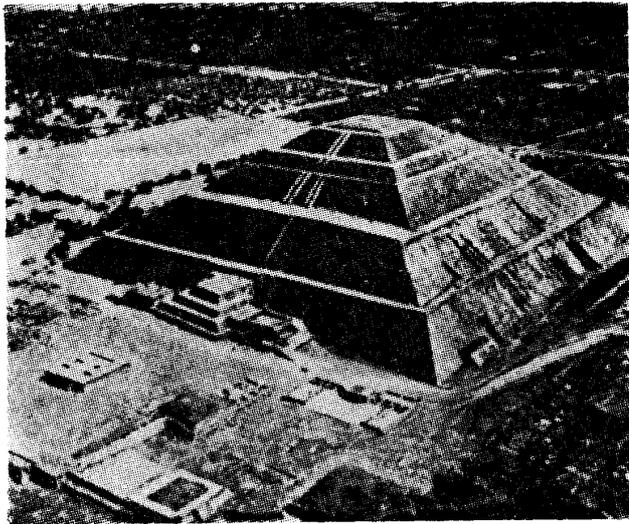
6. おわりに

以上簡単にとりまとめて述べると、まず土でつくったダムは地震力が加わると、富士山の形状のように(図-11)魂状ですべるので、この曲線形状が下に凹の円弧状に近似していることから、俗にいう円弧すべり面解析法が、従来はすべてのタイプのフィルダムにまで多く使用されていた。しかし、石でつくったダムは上に凸の円弧状、すなわち、まんじゅう形(図-12)になって表面から個々ばらばらにすべり、まったく逆の円弧状になるので、この円を震度円と名付けて解析方法を考えたということである。

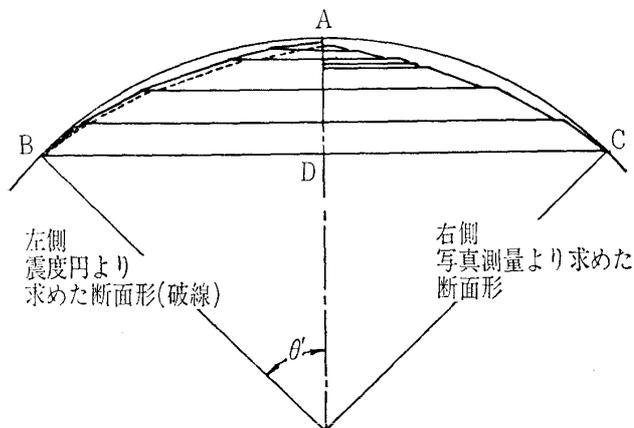
図-12のように円弧状のままでは、断面が大きくて不経済になるので、この中に安定する三角形の断面を求め、図-13の斜線の部分のように削り取ると、これがダムの基本形となる。したがって、震度円の求め方とこの場合の図のF'の点をどのようにして求めて、高さhを求めるのか、またその逆を求める場合が、この理論の焦点となっている。また、三角形のみならず多段式のものも求められるが、この詳しい手法と理論的説明は本日は、時間の都合上省略させて頂いた。

最後に、このような震度円をピラミッドに応用して、解

特別講演



写真—5 メキシコ テオティワカンの太陽のピラミッド



図—15 太陽のピラミッド(メキシコ) 震度円法による解析(写真測量より求めた断面形(右側)と震度円より求めた断面形(左側破線)との比較)

析してみると、現在七不思議とされている謎の、いくつか
が解けることを述べてみる³⁾。

ピラミッドは長年月の間、地震に耐えてきた石積みの構
造物としてのよい例である。図—14の右図は約4500年前、
エジプトのギザ(Giza)に建設された世界最大のピラミッド
である。このピラミッドの底辺の周辺の長さを、高さ(H')
の2倍で除すと円周率($\pi \approx 3.14$)となることがわかるが、
これは七不思議の一つとされているものである。このピラ
ミッドの対角線の断面 $\triangle ABC$ は震度円角 $\theta = 101^\circ$ の震度
円の中に求められる基本三角形に等しくなっていることが
わかる。不思議なことに多くのピラミッドについて調べて
みると、この $\theta = 101^\circ$ を超えたものは、上部の部分が崩壊し
ていることである。このことから、過去におきた地震力の
大きさを推定することも出来る。また、傾斜面の実測値 \angle
 ACB の値は、本文中(4)式による $\beta = 0.416 \times 101^\circ = 42^\circ 01'$
に等しく一致している。図に示すように高さ H' の解は H'
 $= BC \times \sqrt{2} / \pi$ で示される。当時は平方根の理論がなかつた
時代であるから、測量には円形のコロが使用されている

ことも実証される。

次に、このピラミッドより以前に建設されたダッカ
(Dahchur)にあるロームボイダル(Rhomboidal)の屈折
ピラミッド(図—14の左図)からは、震度円角 $\theta = 90^\circ$ の
震度円が求められる。俗説によれば、このピラミッドはあ
る高さまで積み上げた時、こわれはじめたので止むなく屈
折させたものであると言われているが、屈折点Kと屈折角
($\angle DEH$)をどのようにして定めたかが、やはり七不思議
の一つとされている³⁾。そこで、このピラミッドの対角断
面DEFGHを図のように $\theta = 101^\circ$ の震度円の中に入れてみ
ると、この震度円の弧 \widehat{BI} の三等分点の一つがK点であり、
上部の三等分点J点の接線勾配が屈折角 $\angle DEH$ に等しく
なっていることがわかる。下段の斜面勾配 $\angle EFO$ は $\theta =$
 90° の震度円となっているから本文中の式(6)による $\beta'' =$
 0.5θ から $\beta'' = 45^\circ$ と求められ、実測値は $\angle EF'O = 44^\circ 46'$
であり、また、上段の屈折角は理論値 $33^\circ 40'$ に対し実測値
 $33^\circ 43'$ といずれもほぼ等値であることもわかる。おそらく、
これらの誤差は、このピラミッドが破線(実測値)で示す
ように沈下していることと、当時の測量誤差によるものと
考えられる。

最後に多段式の例としては、オリンピックで広く知られ
た有名なメキシコの太陽のピラミッド(写真—5)があげ
られる。このピラミッドは下段から上段になるほど、その
勾配がゆるくなっていることは御承知と思う。最上段が円
くなっていることも、まことに理に叶った形をしている。
これも震度円を描くことによって図—15のように多段式の
解析が可能である。

それから、ちょっと付言させていただければ、集石した
岩石の安息角は積み重ね方(かみあいの状態)で変化する
ので、土の場合のように締固めの程度に応じて内部摩擦角
が増加するとは一概に言えないということである。

参考文献

- 1) Krynine: Soil mechanics, p. 236, McGraw-Hill, 1947.
- 2) 中島保治: 集積ロック材の設計強度上の問題点と安定解析手
法, 土と基礎, Vol. 29, No. 4, p. 39, 1981.
- 3) 中島保治・山下 進: Seismic Coefficient Circle Method
in Stability Analysis of Rock-Fill Dams, Soils and
Foundations, Vol. IX, No. 4, 1969.
- 4) 中島保治・山下 進・田中忠次: 技報 C-10号, 農林水産省
農業土木試験場, 1970.
- 5) Edwards, I.E.S.: The Pyramid of Egypt, Penguin Books
Ltd., London, 1965.
- 6) 中島保治・山下 進: 技術賞を受賞して, 土と基礎, Vol.
19, No. 9, p. 13, 1971.
- 7) 中島保治・山下 進: The New Earthquake Resistant
Design Method of Rock-Fill Dams with Impervious
Facing, Transaction of the 10th International Congress
of Large Dams, Vol. I, Q-36, p. 113, 1970.
- 8) 農林水産省構造改善局編, 土地改良事業計画設計基準, 設計,
ダム, p. 250, 1981.

(原稿受理 1986.6.6)