分割法による斜面の三次元安定性の検討

Three-Dimensional Slope Stability Analysis by Slice Methods

か恵 ₹э Ξ* 鶐 飼

1. まえがき

これまで斜面の安定計算は二次元平面ひずみ状態を仮定 して行うのが普通であった。一方実際の斜面は、地形やす べり面が三次元形状を呈するため、最近斜面の三次元安定 計算法が提案されるようになった。これらの方法は、二次 元の場合と同様に、すべり土塊全体のモーメントのつり合 い、上界定理、変分法および分割法に基づくものが大部分 であるが,詳細については筆者ら¹⁾もしくは Leshchinsky (ルシュチンスキー)ら²⁾の論文を参照されたい。三次元 解析を行う利点は次の3点である。(1)三次元効果は意外に 大きい:実際の崩壊斜面では、三次元安全率が二次元安全 率の1.2~1.3倍程度になることが十分ありうる。この差異 は異なった二次元解析法(例えば簡便分割法と簡易Bishop (ビショップ)法)の間の違いより大きい。(2)逆算強度定 数の過大評価:地すべりなどですべり面上の強度定数 c, ¢ を逆算する場合,二次元仮定では c, ø を過大評価してしま う。(3)経済性:一般に三次元安全率は二次元安全率より大 さいので、設計上二次元安全率を用いると不経済になる可 能性がある(例えば、破壊幅があらかじめ予測できる山間 部のフィルダムや狭い掘削などで)。

このように三次元安定解析を行う利点はいくつかある が、すべての斜面について三次元計算をすべきであるとい うわけではない。斜面の安全率の精度に及ぼす影響は計算 法の違いより土質定数や間隙水圧の評価の方が通常大きい ため、三次元計算のみを主張するのは、片手落ちになる可 能性が十分あるからである(なお、斜面の三次元安全率は 二次元安全率より大きくなるため、三次元効果は正の定誤 差を与えるが、斜面の土質定数のばらつきは不定誤差であ り、両者の誤差の性質は異なることに留意されたい)。一 方、例えば同じ条件下の2つの斜面があり、1つは崩壊幅 が斜面の高さより小さくなるように設定され、他の1つは 高さの100倍の崩壊幅まで許されるように設定されている 場合、両者の安定性を同じ二次元安定計算法で評価して良 いかとなると、素直にはうなずけない。このようなことを 考える上で、本報告が少しでも役に立てば幸いである。

本報告では、実務上使用可能と思われる三次元分割法の 考え方と計算式、および適用結果について述べる。

*群馬大学助教授 工学部建設工学科

May, 1988

2. 二次元分割法の理論の要約

これまでに提案されている三次元分割法は,従来の各種 の二次元分割法を 三次元に 拡張 したものが ほとんどであ る。ここでは,実務や文献で使用・引用されることが多い Fellenius (フェレニウス)法(簡便法),簡易 Bishop 法, Spencer (スペンサー)法(以上3つは円弧すべり),簡易 Janbu (ヤンブー)法(非円弧すべり)をスライス側面の 内力仮定とつり合い式の仮定の2点から分類することを試 み,三次元への拡張のヒントを与える。

図-1のような斜面を想定する。すべり面を仮定し、す べり土塊を適当な数のスライスに分割する。4Wはスライ ス重量、 $4T \ge 4N$ はすべり面上のせん断抵抗力と垂直力、 4Qはスライス側面に作用する内力の合力である。各種の 二次元分割法における 4Qの方向の仮定を図-2(a)、 (b)、(c)に示す。4Qは、Fellenius 法ではすべり面に平 行、簡易 Bishop 法と簡易 Janbu 法は水平、Spencer 法で は水平に対して δ (一定値、未知数)だけ傾く、 と仮定す る。このような仮定のもとで、スライスに作用する力に対 して、4N方向の力のつり合いより $4N \ge 4T$ を決定した のち、土塊全体の力やモーメントのつり合いより安全率F を決定することになる。詳細な計算式などについては文献 3)などを参照されたい。以上の要約を表-1に示す。なお、



図一2 各種二次元分割法の仮定(4Qのみ表示した)

No. 1788

表-1 二次元分割法の仮定

	±4.		土塊全体のつり合い						
名	种		水平力	鉛直力	モーメント				
Fellen	ius	すべり面に平行	×	×	0				
簡易 B	Bishop	水平	×	0	0				
簡易J	anbu	水平	0	0	×				
Spenc	er	水平よりる傾く	0	0	0				

○:満たす ×:満たさず

地震力や間隙水圧(帯片側面およびすべり面上の)などの 既知力は別に考慮する必要がある。

3. 三次元分割法の仮定と計算式

図-3に三次元のすべり状態を示す。斜面の地形は複雑 でよいが、分かりやすいように図-3では単純斜面を想定 した。すべりの方向は xz 面内で生じる。 xz 面と yz 面に 平行な平面ですべり土塊を多数のコラムに分割する。任意 のコラムに作用する力を図-4に示す。力の記号の意味は 二次元の場合と同一である。

コラムに作用する内力の合力 4Q の作用方向に関する仮 定は次のようである。 $4Q \ e \ xz$ 面に平行な成分 $4Q_1 \ e \ yz$ 面に平行な成分 $4Q_2$ の 2 つに 分解する。 $4Q_1$ の方向は二 次元の場合 (図-2(a), (b), (c)) と同じであるとす る。 $4Q_2$ の方向の仮定を図-5(a), (b), (c)に示す。 (a)は Fellenius 法の仮定で, $4Q_2$ はすべり面に平行と仮 定する。(b)は簡易 Bishop 法と簡易 Janbu 法, そして (c)は Spencer 法の 仮定で, $4Q_2$ は y軸に 対して tan⁻¹



図-3 三次元すべり土塊とコラム分割





図-5 三次元分割法の仮定(4Qのみ表示した)

 $(\eta \tan \alpha_{yz})$ (η は一定値, 未知数) だけ傾くと仮定する。 このように仮定したのち, $4Q_1$, $4Q_2$ および 4Q を含む斜 線の平面部(これらをF面, B面, S面と呼ぶ)に垂直な 方向の力のつり合いより $4N \ge 4T$ を決定する。ただし, $4N \ge 4T$ の間には強度条件式が成り立つ。

三次元 Fellenius 法では,土塊全体のモーメントのつり 合い式に基づき,次式より安全率Fを決定する。

ここで,

三次元簡易 Bishop 法では、土塊全体のモーメントのつ り合い式と鉛直方向のつり合い式を連立させて、安全率Fを決定する。

$$+\sin \alpha_{xz} \tan \phi$$
 $]/m_{\alpha}] / \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \Delta W_{ij}$

ここで,

 $m_{\alpha} = (1+\eta \tan^2 \alpha_{yz})/J + \sin \alpha_{xz} \tan \phi/F$ ………(5) F_m , F_v は各々モーメント, 鉛直力のつり合い式から得 られた安全率であることを意味する。式(3), (4)を用いて 2 つの未知数 $F(=F_m=F_v) \ge \eta$ を決定すればよい。

三次元簡易 Janbu 法では,土塊全体の鉛直方向の力のつ り合い式(5)と水平方向の力のつり合い式(6)を連立させて安 全率 Fを決定する。

土と基礎, 36-5(364)

$$F_{\hbar} = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \left[\left\{ c \varDelta x \varDelta y (1 + \eta \tan^2 \alpha_{yz} \cos^2 \alpha_{xz}) \right\} \right]$$

+ $(\tan \phi + \eta F_h \sin \alpha_{xz} \tan^2 \alpha_{yz}/J) \Delta W_{ij}$

三次元 Spencer 法では、土塊全体のモーメントのつり合い式、鉛直力のつり合い式および水平力のつり合い式を連立させて解くと、3つの未知数F、 η 、 δ が計算され安全率Fが得られる(式は省略)⁴⁾。

なお,以上の三次元分割法は,二次元の場合,従来の対応する二次元分割法に帰着する。

4. 計算例

4.1 ある破壊幅を想定した単純斜面の計算例

高さ 25m, 勾配 30°, 破壊幅と高さの比が 4 の単純斜面 (c=1.2 tf/m², $\phi=30^{\circ}$, $\gamma=1.92$ tf/m³)を想定する。仮想 すべり面として,中央の円筒部(幅20m)とそれに接続す る両端のだ円面部(片幅40m)から成る幅 100m の回転体 すべり面を仮定する。図-6 に中央部断面とすべり面の位 置を示す。またコラム分割の方法を図-7 に示す。各種分 割法による計算結果(三次元安全率,二次元安全率および 両者の比)を表-2 に示す。表-2 でHovland(ホフラン ド)法⁵⁾は、コラム側面に作用する力をゼロと仮定して定 式化される方法であり、土塊全体のモーメントおよび力の つり合いは満たされない。Hovland 法は二次元の場合, Fellenius 法の式に帰着する。大町・横山法⁶⁾は図-5(b)



図―6 すべり土塊の中央部断面

表一	2 1	各種分	割法によ	2	「二次元お」	£	び三次元安全率
----	-----	-----	------	---	--------	---	---------

方 法	三次元安全率 F3	二次元安全率 F2	F_3/F_2
Fellenius	1.622	1.721	0.966
簡易 Bishop	1.851	1.833	1.010
簡易 Janbu	1.736	1.711	1.015
Spencer	1.849	1.8 32	1.009
Hovland	1.658	1.721	0.963
大町・横山	1.852	1.833	1.010
chen 5	1.850	1.832	1.010

May, 1988

で n=0 と仮定して定式化される方法であり, 簡易 Bishop 法を三次元へ拡張したものであるが、計算の方法は本報告 で提案した三次元簡易 Bishop 法に比べ,かなり複雑であ る。Chen (チェン) ら⁷の方法は Spencer 法を三次元に 拡張したものであるが, 定式化に誤りがあるため, それを 修正した上で計算を行い,表-2に示した。表-2より, 簡易 Bishp 法と Spencer 法を拡張した三次元計算法では, いずれの 方法も 三次元安全率が 1.849~1.852 とほぼ同一 の値になるのが分かる。三次元安全率と二次元安全率の比 (F_3/F_2) が1に近いのは、砂質斜面を想定しているためで ある。一方, Fellenius 法と Hovland 法では F3/F2 が1以 下になっている。砂質斜面では、このようなことが計算上 起こりうることをHovland⁵⁾や筆者ら¹⁾が示した。これは 解析上の仮定に起因するものであり、現実には起こり得な いと思われる1),8)。以上より、本報告で提案する三次元簡 易 Bishop 法と三次元 Spencer 法は三次元 Fellenius 法よ り合理的な結果を与えるように思われる。

簡易 Janbu 法は,任意形状のすべり面に対して適用可能 である点に大きな特徴を有するが,安全率の値は二次元, 三次元ともに簡易 Bishop 法や Spencer 法より 6%ほど小 さい。ただし, F_3/F_2 はほぼ同じである。

4.2 長野県西部地震による御岳崩壊の計算例

長野県西部地震(1984年)の際に発生した御岳崩壊(伝 上川源頭部,比高約550m)の計算結果を表一3に示す。 コラム分割の方法(平面図)と中央部断面図を図一8,図 一9に示した。この例は、すべり面のみならず地形も三次 元形状を示す。土質定数は石原ら¹⁰⁾による実験結果などを

表一3 御岳崩壊の二次元および三次元安全率

方	法	F_3	F_2	F_{3}/F_{2}
Felleniu	s	1.24	1.08	1.15
簡易 Jar	ıbu	1.34	1.08	1.24
非円弧 S	Spencer	1.38	1.14	1.21
Hovland	1	1.29	1.09	1.18



No. 1788



図-8 コラム分割の方法(平面図)



(図-8の*i*=6と7の間の断面)

参考にして c=30 tf/m², $\phi=15^{\circ}$, $\gamma=1.6$ tf/m³ を用い, 崩壊前後の地形・すべり面形状は航空写真による測量結果 を用いた11)。崩壊斜面全体を均質と仮定することには問題 があるが9), ここでは三次元効果の概略値を求めることを 目的とするため、この仮定を用いた。表-2で、非円弧 Spencer 法は前述の三次元 Spencer 法を任意形状のすべり 面に対して適用できるよう拡張したものである(未発表)。 なお、 Fellenius 法による計算の際にはすべり面を適当な 回転体面で近似した。表一2より御岳崩壊に対する三次元 効果は1.15~1.25であることが分かる。したがって、従来 のように二次元計算を行うと,崩壊時の地震力を過少評価 することになろう。なお地震荷重を考慮すると三次元効果 はさらに増加することが分かっている¹²⁾ (図-10)。土肥 は、彼らが提案する三次元簡易 Bishop 法¹³⁾を用いて御岳 崩壊の三次元効果を調べ、1.2程度の値を得ている。土肥 らの計算法やコラム分割の仕方は、本報告によるものとは 異なるが,ほぼ同じ三次元効果が得られていることが分か る。

4.3 その他の計算例

崖錐性堆積物より成るある山腹尾根状斜面(高さ50m) の切土の崩壊例について、Fellenius 法による計算を行っ たところ、三次元効果として1.27の値を得た。御岳崩壊の



図-10 三次元安全率と二次元安全率の比(御岳崩壊)



図-11 切土斜面の崩壊例(土肥らいより引用)

例もそうであるが、一般に尾根状斜面では三次元効果が大 きいようである。

土肥ら¹⁴⁾は、切土斜面(高さ15mの砂質斜面)の崩壊例 について修正 Fellenius 法に基づく計算を行い、 F_3/F_2 の 値として 1.06 を得ている(図ー11)。この例に限らず、一 般に砂質斜面では三次元効果は小さい¹⁾。

以上は切土斜面や山腹斜面に対する計算結果であるが, Azzouz ら¹⁵⁾は粘土地盤上の盛土の破壊例を 18 ケース取り 上げ,三次元解析を行っている。この結果,三次元効果は, 1 ケースのみ1.30を示し,他のケースはすべて1.04~1.15 の範囲内に収まることが示された。これらの値は,粘土地 盤上の盛土の安定計算の際に,一つの参考となろう。なお, この問題は粘土地盤上の底面滑な基礎の支持力問題とも考 えられる。支持力問題では,正方形基礎の三次元効果が最 大であり,上界値として,1.13(文献 16)の式64)が得ら れている。この値は上記の1.04~1.15の値と良く符号して おり,興味深い。

5. 三次元斜面安定計算を行う際の留意点

5.1 最小三次元安全率の算出について

未崩壊斜面の三次元安全率を算出したい場合にはその最 小値を求めることが要求される。土質が均質で地形が規則 的に変化する場合には、すべり面を簡単な形状に仮定でき る場合に限り、三次元 Fellenius 法や Leshchinsky 法²⁰(た だし、後者は分割法ではない)の適用が可能であるが、実 際の斜面は地質も地形も複雑なケースが多いため最小三次 元安全率の算出は困難である。したがって、本報告で示す 三次元安定計算法は、すべり面形状が予測もしくは確定で きる場合に特に有効である。この際、信頼性の高い三次元 安全率を得るには、Spencer 法や簡易 Bishop 法が良い。 簡易 Janbu法は任意形状のすべり面に対して適用可能であ るため融通性が高いが、表-2と表-3より分かるように

土と基礎, 36-5 (364)

5.2 三次元安定計算法の近似式

いくつかの計算例より、勾配が 45°以下の斜面や砂質斜 面では η が 0.1以下となることが分かっている¹²⁾。そして、 このようなケースでは、三次元安全率を式(3)と式(6)におい て $\eta=0$ とおいた 次式から計算しても 実用上十分な精度が 保証されることが分かった。

式(7)と式(8)は、それぞれ三次元簡易 Bishop 法と三次元 簡易 Janbu法の近似式である。これらの近似式は極めて簡 略で有効なものであるが、次の点に注意する必要がある。 図-5(b)より分かるように、η=0のとき内力の合力 *4*Q は水平方向を向く(xy面に平行)ことになる。ところで, 文献1)の最後で指摘したように,4Qを水平と仮定すると 完全円筒すべり面(両端がy軸に垂直なすべり面)の三次 元安全率は二次元安全率に一致するという矛盾した結果が 得られる。そして,式(7)もしくは式(8)を用いて最小の安全 率を求めると二次元安全率を算出してしまい,三次元効果 を評価できないことになる。したがって,式(7),(8)はこれ までに対象としてきた滑らかな形状のすべり面にしか適用 できないことを念頭にいれておく必要がある。幸いにも現 実のすべり面は滑らかな形状を呈するケースが多いので, 実際に崩壊した斜面の安全率を算定する場合には,式(7), (8)は有効となろう。また,Spencer 法の場合も,未知数が $F \ge \delta$ の2つになるため,計算が相当簡単になる(式は省 略)。

6. あとがき

本報告は,筆者がこれまでに行ってきた三次元分割法に 関する研究結果を簡単にまとめたものである。計算式の誘 導などは一切省略した。詳細は文献1)や4)を参照された い。最後に,本報告で提案した三次元分割法の特徴などを 表-4にまとめ,結論としたい。

なお,本報告は文献 12) に加筆・修正したのち,その後 の計算結果を付け加えたものである。一連の計算は本学大 学院卒業生細堀建司君(現・森技術研究所)によるもので ある。記して謝意を表したい。

表—4	本報告で提案す	る三次元分割法の特徴と	:ま、	とめ	>
-----	---------	-------------	-----	----	---

三次元分割法 の種類	4Qの作用方向に関する仮定(図5)		土塊全体のつり合い(表一1)			すべり	方程式の数		長小広へ変の質力	
	成分 <i>4Q</i> ₁ の方向 (図-2)	成分 4Q 2 の方向	水平力	鉛直力	モーメント	面形状	数	未知量	取小女主中の異た	
Fellenius	すべり面に平行	すべり面に平行	×	×	0	回転体面	1	F	土質が均質で規則的な地形の 斜面では最小安全率の算定が 可能。	
簡易 Bishop	水平	y軸から $\tan^{-1}(\eta \tan \alpha_{yz})$ 傾 <	×	0	0	回転体面	2	F , η	最小三次元安全率の算定は 計算量が膨大になるため実	
簡易 Janbu	水平	同上	0	0	×	任意	2	F , η	↓際上困難。したがって、す イッ面の位置が予測もしく	
Spencer	水平 (<i>x</i> 軸)か ら∂傾く	同上	0	0	0	任意	3	F , η, δ	は確定される場合に適用性 が大。	

ニカニ史入安へ后抵州		近	似	式		<u>₩</u>		
ニヘル女王争の信頼任	数	未知量	仮	定	最小安全 率の算定	, та рат µщ 		
F_3 および F_3/F_2 の値は Spencer 法による結果より 小さい。砂質斜面では F_3 は F_2 より小さくなる場合 があり,信頼性が低い。	近似式はない					計算は最も簡単だが信頼性は少し低い。概略計算に向く。		
F ₃ および F₃/F₂ のいずれも Spencer 法による結果 に近く,信頼性がある。	1	F	=0と仮定。			信頼性は高い。 計算が少し面倒な点と回転体すべり面に限定されるの が短所。		
F_3 の値は Spencer 法による結果に対しばらつきが ある。 F_8/F_2 の値は Spencer 法による結果に近く, 信頼性がある。	1	F	勾配が45°以 下の斜面や砂 て可 質斜面に適用		~不可	信頼性が低くなる場合があるのと計算が少し面倒な点 が短所。Fs/F2 の信頼性は低くない。任意形状すべり 面に適用可。		
土塊全体のつり合いをすべて満たすため信頼性が高い。	2	F, ð	できる 	0		土塊全体のつり合いをすべて満たすため最も信頼性が 高い。任意形状すべり面に適用可。計算が面倒な点が 短所。		

No. 1788

参考文献

- 1) 鵜飼恵三・細堀建司・永瀬英生・榎戸源則:簡便分割法による斜面の三次元安定解析,土木学会論文集,第376号/Ⅲ-6, pp.267~276,1986.
- Leshchinsky, D. and Baker, R.: Three-dimensional slope stability: End effects, Soils and Foundations, Vol. 26, No. 4, pp. 98~110, 1986.
- 山口柏樹:土質力学(全改訂)の第7章と第10章,技報堂, 1984.
- 4) 鵜飼恵三・細堀建司: 簡易 Bishop 法, 簡易 Janbu 法及び Spencer 法の三次元への拡張, 土木学会論文集に投稿中。
- Hovland, H.J.: Three-dimensional slope stability analysis method, ASCE, GT9, Vol.103, pp.971~986, 1977.
- 6) 大町達夫・横山博文: An iterative method for seismic stability analysis of three dimensional earth dams, Soils and Foundations, Vol.23, No.2, pp.155~164, 1983.
- Chen, R.H. and Chameau, J.L.: Three-dimensional limit equilibrium analysis of slopes, Geotechnique, Vol. 33, No. 1, pp. 31~40, 1983.
- Hutchinson, J.N. et al.: Discussion, Geotechnique, Vol. 35, No, 2, pp. 215~216, 1985.
- 9) 籾倉克幹・安田 進・榊 裕介:長野県西部地震での被災例

にもとづいた斜面崩壊予測手法の検討,土と基礎, Vol.33, No.11, pp.41~46, 1985.

- 10) 石原研而・吉田喜忠・中角 功・許 海龍:被災地の土質強 度とすべり安定解析,第20回土質工学研究発表会特別セッシ ョン講演集, pp.37~45, 1985.
- 11) 国土地理院地理調査技術開発室:1984年長野県西部地震による地形変化4,国土地理院技術資料,D.1-No.261,1985.
- 12) 鵜飼恵三ほか:分割法の3次元斜面安定解析への拡張,第1
 回計算力学シンポジウム報文集,日本科学技術連盟,pp.261
 ~266,1987.
- 13) 高橋祐治・土肥 穣:簡易 Bishop 法による三次元斜面安定 計算,第40回土木学会年次学術講演会(第Ⅲ部門), pp.143 ~144, 1985.
- 14) 土肥 穣・高橋祐次:三次元斜面安定計算,第20回土質工学 研究発表会,pp.1447~1448,1985.
- Azzouz, A.S., Baligh, M.M. and Ladd, C.C.: Corrected field vane strength for embankment design, ASCE, Vol. 109, GT5, pp. 730~734, 1983.
- 16) 鵜飼恵三:不均質な粘土地盤上の正方形および長方形基礎の 支持力,土質工学会論文報告集,Vol.25,No.4, pp.179~ 185, 1985.

(原稿受理 1987.12.16)

土質工学会書籍案内

土質工学ハンドブック

定 価:30,000円、会員特価 25,000円(送料1冊につき 900円)、 体 裁:B5判、1,505ページ、上製本

内

容

最新の技術と研究成果を十分取り入れ,調査から設計・施工,さらに管理に至るまでの理論と実務とを体系づけた土質・基礎工学の現時点における唯一の集大成版。近年 重要性を増してきている観測施工や環境問題などの新しいテーマも随所に織り込んで 解説。(昭和57年11月発行)

第1章	土の起源と生成	第12章	日本の土	第23章	土質安定処理
第2章	土の構造・物理化学的性質	第13章	岩の力学	第24章	擁壁
第3章	浸透と地下水	第14章	土質調査と計測	第25章	トンネル
第4章	弾性的地盤内の応力	第15章	浅い基礎	第26章	地中構造物
第5章	土の圧縮と圧密	第16章	杭基礎	第27章	フィルダム
第6章	土のせん断	第17章	ケーソン基礎	第28章	港湾・海岸および海洋構造物
第7章	斜面安定	第18章	根切り山留め・仮締切り	第29章	地すべりおよび崖崩れ
第8章	土圧	第19章	建築基礎	第30章	地盤沈下
第9章	支持力	第20章	橋梁基礎	第31章	侵食と堆積
第10章	土の動的性質	第21章	土工設計		
第11章	土の工学的分類法	第22章	土工および土工機械		