

斜面安定と有効応力

Slope Stability and Effective Stress Concept

や ぎ の り お えのき めい けつ
木 則 男 榎 明 潔**
や た べ りゆう いち
矢 田 部 龍 一***

1. ま え が き

地盤および土構造物の力学的挙動を説明する場合、圧密とせん断の二つの現象に分けて考えるのが普通である。そして、圧密において構造骨格の圧縮変形を有効応力と弾性論で論じたように、せん断においても構造骨格のせん断破壊を有効応力と摩擦法則で論じようというのが有効応力解析の基本姿勢である。

土のせん断挙動を扱う問題は、斜面などの安定問題、土留めなどの土圧問題、さらに基礎などの支持力問題の三者に大別される。これらの相違点は、せん断破壊時の土塊に作用する外力が土塊の物体力（重力）のみから支保や基礎が与える表面力を含むまでその範囲を拡大すること、支持力問題では载荷により発生した間隙水圧の消散により安全率が時間とともに増大する、いわゆる短期安定問題が中心であるのに対して、斜面安定問題では盛土施工中の安定のような短期安定問題から切土斜面の安定のような長期安定問題まで含むことなどである。ここでは、斜面安定に有効応力解析が必要な理由を示したのち、現在用いられている斜面安定の有効応力解析法の概要と問題点、さらに強度定数決定上の留意点を述べる。

2. 斜面安定に有効応力を考慮する必要性

斜面安定に対して有効応力の概念が必要な理由、すなわち、間隙圧の考慮の必要性をいくつかの例を挙げて示す。

(1) 降雨による斜面崩壊

崖崩れと呼ばれる斜面崩壊の大部分が梅雨あるいは台風の降雨時に生じていることから、斜面の安定が降雨に影響されることは明らかであるが、さらに進んで、斜面の安定が斜面内の土中の間隙圧に依存していることを示すデータも見られる。図-1に、人工降雨による自然斜面崩壊の現地実験¹⁾における斜面内間隙圧と斜面変位の経時変化を示したが、降雨による間隙圧の緩慢な上昇とそれによる崩壊が明らかである。ただし、崩壊直前の間隙圧の急激な上昇は、すべり面付近の飽和した緩い土の負のダイレイタンスによるものと考えられ、後述するように、これが真の意

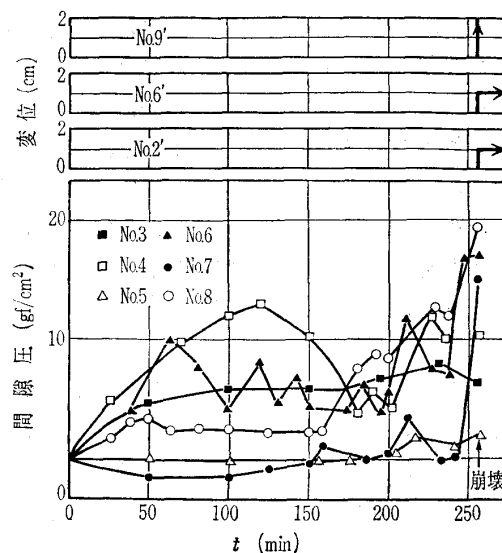


図-1 現地人工降雨実験による斜面崩壊時の斜面内間隙水圧の実測例¹⁾

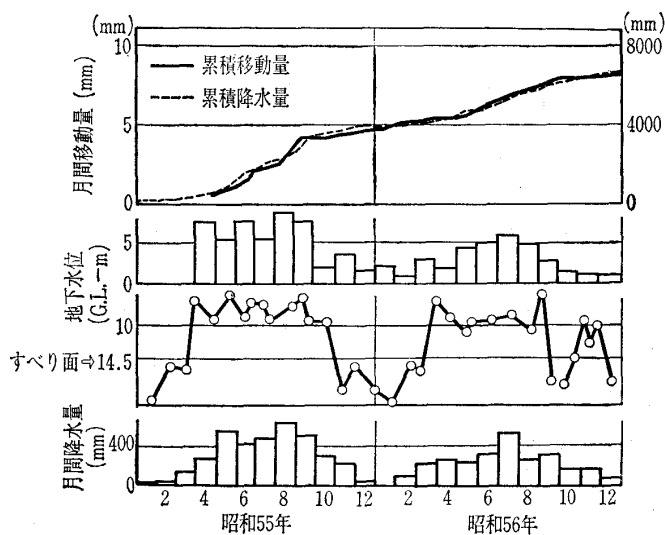


図-2 怒田地すべりにおける月間降水量と月間変位量、地下水位の関係

味での有効応力解析を困難にしている。

(2) 地すべり

地すべりにおいても多雨期あるいは融雪期に変位速度が増加することが多い。図-2に破碎帯地すべりとして四国でも有数の規模である徳島県の怒田（ぬた）地すべりの月間の降水量あるいは地下水位と移動量の関係²⁾を示したが、両者の間にこのように強い相関が見られることも多い。

*愛媛大学教授 工学部海洋工学科

**愛媛大学助教授 工学部海洋工学科

***愛媛大学助手 工学部海洋工学科

(3) ダムの水位変化による斜面崩壊

ダムの水位変化時には堤体やダム湖周囲の斜面で表層崩壊や地すべりが発生することが知られている。水位上昇後の破壊は(1)や(2)と同様の現象と考えられる。一方、水位急降下時の破壊は土中の水位の低下が外水位の低下に追いつけないで、せん断強度が変わらないのにせん断応力が増加したためと考えられる。

(4) 切土斜面の崩壊

切土斜面は切土直後には安定でも長時間経過して崩壊することがある。この理由の一つは切土によって露出された深層の土が日射・降雨・凍結融解などにより風化し強度低下するためであるが、その強度低下の一部は、過圧密土の排水強度特性として説明できる。すなわち、除荷（切土）によって過圧密状態となった斜面の土は短期的（非排水条件）には正のダイレイタンス特性によって生じた負の間隙水圧によりもとの強度を保っているが、長期的（排水条件）には吸水による負の間隙水圧の消散により強度が低下するためと考えられる。

(1), (2), (3)の事実は、現象論的にも降雨あるいは地下水位の上昇が斜面の安定を低下させていることを示しており、土のせん断特性が有効応力基準の摩擦法則に支配されるという一種の信念からでなくとも、間隙圧を考慮して（有効応力を用いて）斜面の安定を論じる必要があることは明らかである。また、(4)の現象も、排水条件を考慮して（吸水を考慮して）斜面の安定を論じる必要があることを示している。

3. 斜面安定の有効応力解析法

斜面の安定解析は土質工学上、非常に古くて新しい問題である。円弧すべり面を仮定した安定解析法は、1916年のPettersson（ピーターソン）やHultin（ハルティン）の解析に始まるといわれ³⁾、Bishop⁴⁾（ビショップ）による間隙水圧を考慮した c' , ϕ' 解析法は、有効応力理論の発展の実用面での牽引的存在であったとも考えられる。一方、斜面の安定解析は特に遅れている土質工学の問題ともいえる。もちろん、いわゆる支持力問題の範疇に入れられるような地盤上の盛土の安定については、別の報告で述べられるが、土の応力～ひずみ関係の研究と数値解析技法の発達によって最近では綿密な有効応力解析が可能となってきている。しかし、斜面崩壊や地すべりなどの自然斜面の安定については、後述する多くの問題のため、真の意味での有効応力解析はいまだに不可能な段階、あるいは無意味な段階にある。ここでは、現在普通に行われている解析法と有効応力解析上の問題点を、主に自然斜面を対象として述べる。

3.1 排水条件の仮定

現在、斜面安定の有効応力解析法として用いられている方法は、次の仮定に基づいている。

(1) 崩壊直前までの間隙圧の変化（降雨浸透やダムの水

位の変化などによる）は考慮する。

(2) 崩壊中にすべり面で新たに過剰間隙圧は生じないとする（この過剰間隙圧の推定は非常に困難である）。

(3) すべり面での強度定数は c' , ϕ' (ca , ϕa とほぼ等しい) である。

これらは、すべり面が常に排水条件であると仮定しているのと同じことである。したがって、いわゆる有効応力解析は実は排水条件解析と呼ぶべきである。そして、特に(2)の仮定には三笠¹²⁾が指摘しているような問題があるが、これについては3.4で詳述する。また、後述するどのスライス分割法を用いても、強度定数として ca , ϕa を用いる限り、その解析はいわゆる有効応力解析といえる。

3.2 間隙圧の計算法

降雨浸透やダムの水位の変化などによる斜面内の間隙圧の変化は次のどちらかの方法で求められるのが普通である。

(1) 地下水面を仮定し、地下水面下では水圧が静水圧分布であると近似する方法。したがって、すべり面の深さが地下水面下 z_w であれば、 $\gamma_w z_w$ の水圧がすべり面に作用する。

(2) 浸透解析（斜面形状の複雑性や透水性の不均一性から有限要素法などの数値解析法を用いることが多い）を行い、結果として得られたすべり面の位置での圧力水頭を用いる。この場合、表層崩壊では不飽和帯の割合が大きく、そこでの見かけの粘着力 c が安定解析結果に強く影響するので、飽和・不飽和浸透解析を行う。また、ダムの水位の急変のような非定常浸透に対しては、非定常浸透解析を行う必要がある。

理論的には、(2)が好ましいことはいうまでもないが、(1)の方が実用的である。著者が層厚1～3 m、斜面長10 m程度の表層の砂質土斜面の降雨時の崩壊について調べた限りでは、大きなすべり面に対しては両者の安全率はほとんど変わらなかった。これは、静水圧が水圧分布で支配的であったことを意味している。

また浸透水圧の安定解析への導入法にも、浸透力($i_x \gamma_w$, $i_y \gamma_w$)を物体力としてあたかも斜面の土の単位体積重量が変化する（横方向にも単位体積重量が現れる）と考える方法と、スライス底面と側面に求められた水圧を与える方法がある。

極端に小さなすべり面では(2)の解析法や浸透力を用いる方法ではかなり小さな安全率を与えることがある。これが、斜面崩壊にいたるきっかけとなる局所破壊を意味しているのか、実際には生じない単なる数値計算上の現象なのかは明らかでない。

なお、ここで示した間隙圧の計算法は3.1(1)の間隙圧に関するものであり、(2)の崩壊中に生じるものでないことに注意されたい。

3.3 スライス分割による安定解析法

計算機の進歩と数値解析法の発展により、斜面の安定解

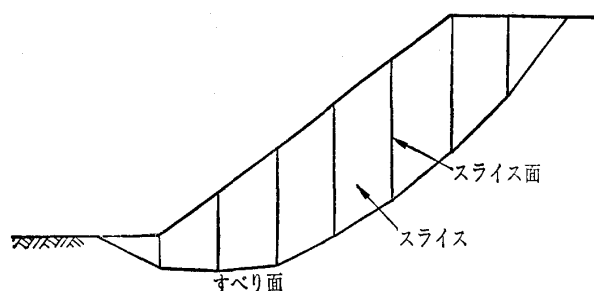


図-3 スライス分割を用いた安定解析法

析法も摩擦円法などは予備計算で用いられる程度で、大部分がスライス分割法で行われている。ここでも、スライス分割法を念頭に置いて、解析法の現状を述べる。

斜面を図-3のようにスライスに分割して安定解析を行う場合、その幾何形状が与えられた斜面に対する安全率 F_s は一般に次のような関数で表される。

$$F_s = F_s(x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_m, a_1, \dots, a_n) \dots \dots \dots (1)$$

ただし、一般には F_s はこのように $x_1, \dots, y_1, \dots, a_1, \dots, a_n$ の陽関数でなく陰関数となり、後述する定義条件式または釣り合い式の1個として表れる。

ここで、 $x_1, \dots, x_i$ はすべり面やスライスの形状を表す変数（円弧すべり面なら、円の中心の座標 (X_c, Y_c) と半径 R 、さらに各スライス面の X 座標）、 $y_1, \dots, y_m$ はスライス群に作用する力の場を表す変数（スライス面、底面に作用する垂直力、せん断力、着力点の位置、各面に作用する間隙圧の合力）、 $a_1, \dots, a_n$ は斜面土の力学定数（摩擦角 ϕ 、粘着力 c 、単位体積重量 γ ）である。

そして、 $y_1, \dots, y_m$ には各スライスに作用する力が釣り合う（ x 方向、 y 方向、モーメントの釣り合い）というスライス数の3倍の個数の式で示される条件と安全率の定義条件（ $F_s = (c l_i + P_i \tan \phi) / T_i$ ここで P_i 、 T_i は面 i に垂直な力とせん断力）があるので、結局、その条件下で F_s を最小化するという条件付き最小化問題である。

もし、条件式数が $y_1, \dots, y_m$ の変数と同じ個数あれば F_s は1組の $x_1, \dots, x_i$ に対しては確定されるので F_s は $x_1, \dots, x_i$ を変えることで最小化される。普通は $y_1, \dots, y_m$ の変数

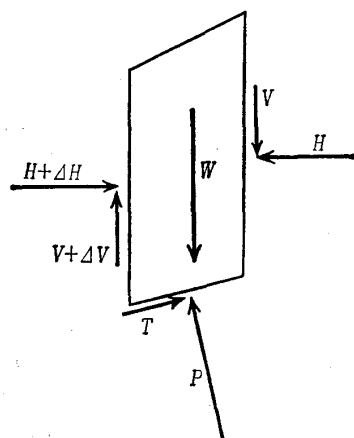


図-4 1個のスライスに作用する力

の数が条件式数より多いので、 $y_1, \dots, y_m$ の間にある関係を仮定して条件式数と $y_1, \dots, y_m$ の変数の数を一致させている。この仮定は具体的には図-4に示すスライス側面力に関するものであり、この内容により、多くの方法がある。以下によく用いられる比較的簡単な方法のいくつかとそこで用いられる仮定を示す。

(1) Fellenius (フェレニウス) 法⁵⁾

通常、左右の側面力の合力 ($\Delta H + \Delta V$) の方向がスライス底面のすべり面に平行と仮定していると解釈されているが、厳密には、左右の側面力をすべてゼロと仮定していると考えべきである。円弧すべり面に適用される。

(2) 簡易 Bishop (ビショップ) 法⁴⁾

左右のスライス面に作用する側面力の鉛直方向成分が等しい、すなわち、 $\Delta V = 0$ を仮定する。円弧すべり面に適用される。

(3) 簡易 Janbu (ヤンプ) 法⁶⁾

簡易 Bishop 法と同様に左右のスライス面に作用する側面力の鉛直方向成分が等しいと仮定する。ただし、非円弧すべり面にも適用される。

(4) Morgenstern-Price (モーゲンスターン・プライス) 法⁷⁾

側面に作用する垂直力 H とせん断力 V の比（側面力の作用方向）がスライス間である関数にしたがって連続的に変化する、すなわち $V/H = \lambda f(x)$ を仮定する。ここで、 λ は繰返し計算で求められるスケーリングファクターで $f(x)$ はスライスの位置に関する関数である。 $f(x)$ はトライアルに各種の関数が用いられる。非円弧すべり面にも適用される。

ところで、スライス側面力に関するこのような仮定は、安全率を簡単に求めるための便法でもあるため、Whitman⁸⁾（ホイットマン）が指摘したように、求められた側面力が摩擦法則、すなわち、 $|V| \leq H \tan \phi + cl$ を満たさないこともしばしば起こる。ここで、 c と ϕ はそのスライス面の粘着力と摩擦角である。

換言すれば、スライス分割による安定解析法は未だに物理的な正解を与えるレベルに達しておらず、その使用にあたっては工学的判断が必要である。

3.4 斜面安定の解析法の問題点

<自然斜面の複雑性⁹⁾>

一般に斜面災害といわれる斜面崩壊と地すべりは自然斜面の特徴を端的に表す好対照である。斜面崩壊は急斜面で基岩の上の0.1~3mの厚さの表層土が小規模（数m~数10m）の範囲で短時間にすべり落ちるのに対し、地すべりは緩斜面で10~100mの厚さの岩塊（ただし、すべり面上には薄層の粘土が存在することが多い）が大規模（数100m~数km）の範囲で長時間に緩慢に移動する。

拘束圧（土被り圧）の大小は、強度定数に影響するとともに、破壊形態も低拘束圧下の脆性的から高拘束圧下の延

性的へ変わる。しかし、現状では超低拘束圧下 (0.1 kgf/cm^2 以下) の土の挙動は試験が困難で未解明である。大規模崩壊では局所破壊が連続して生じることが多く、これが地すべりが緩斜面で生じる原因の一つであるが、局所破壊をとりいれた安定解析法は実用化されていない。斜面の生成過程や初期応力状態は力学挙動に過圧密地盤と正規圧密地盤のような差を与えるが、多くの斜面では明らかでない。また、斜面ではマトリックスフロー（ダーシー則が適用できる）とパイプフロー（孔をつたう流れ）のどちらが卓越するのかも明らかでない。岩盤斜面の場合には、亀裂の把握、力学特性への反映も難しい。植生の影響も無視できない。特に表層崩壊では、降雨に対する植生の被覆・湛水・蒸発効果、根系の土に対する補強効果は斜面安定の支配的要因である。

このような未解明の要因が多いため、自然斜面は、試料の強度試験結果に基づいて力学計算を行うという土質工学的的手法がかならずしも適用されず、個別的・分類的に取り扱われることが多かった。

しかし、斜面のすべり破壊は、すべり面で重力に基づくせん断力がせん断強度を越えるから生じるという単純な機構であるから、第一の支配則は摩擦則であるのは疑い余地のないことであり、土質工学的手法の適用対象であることは明らかである。ただし、このように複雑な自然斜面を扱う場合には、例えば 0.1 の安全率の差にこだわることは意味がなく、大局的な工学的判断が大切である。

＜せん断時に発生する間隙圧の影響＞

普通、斜面安定の有効応力解析法と呼ばれている解析法は、降雨浸透などによる間隙圧の変化は考慮に入れるが崩壊中あるいは変形中（せん断中）に生じる間隙水圧はゼロとするので、実は排水条件に対応した c_a, ϕ_a 解析法であることは明らかである。これは、せん断中に生じる間隙水圧を周囲への伝播（浸透）を考慮に入れて推定することが事実上不可能に近いからである。したがって、変形中にダイレイタンシーに基づく間隙水圧が生じた場合にはこの解析法は一概に妥当とは言えない。非常に緩い ($e \approx 1.5$) 表層砂質土の斜面崩壊である図-1の崩壊時の急激な間隙圧の

上昇はこの変形時の間隙圧を捕らえているものである。

ところで、地すべりのように非常に低速の変形が生じる場合にはほぼ排水条件のせん断であるから、この間隙水圧を考慮する必要はないと考えられる。一方、斜面崩壊の場合には崩壊は数秒間から数分間で生じ、非排水せん断に近いから、この間隙水圧を無視することはできない。

このようにせん断途中で排水条件が変化してしまうことは、室内試験でも荷重制御で変形速度を考慮せずに荷重増加を行った場合によく見られる。図-5は、三軸圧縮試験で排水条件が変化する場合のストレスパスの模式図である。ここでは、非排水条件での有効応力基準の強度線 (ϕ') が緩い状態の排水強度線 (ϕ_{ai}) とほぼ一致するとしている。O点から排水コックを開けたまま荷重制御でせん断を始める。緩い砂のようにダイレイタンシーが負の土では、排水条件が維持されたならB点で破壊するが、実際はストレスパスが排水強度線 (ϕ_{ai}) に近づくA点で変形速度が急増し排水が間に合わなくなるため、これ以後はほぼ非排水条件となり正の間隙水圧を生じて、破線のストレスパスを通り破壊点B'に至る。この場合排水強度をとることは危険側である。一方、密な砂のようにダイレイタンシーが正の土では、変形速度が急増し吸水が間に合わなくなるC点以後で非排水条件となるなら破線のストレスパスを通り破壊点D'に至るが、実際には少しでも負の間隙水圧を生じた段階で変形速度が低下するため、結局、吸水速度に応じた変形速度で実線のストレスパスを通り排水強度線 (ϕ_{ad}) 上の破壊点Dに至る。

換言すると、緩い砂質土斜面は急速に崩壊する可能性があり、破壊時のせん断強度は排水強度より小さい。一方、密な砂質土斜面は破壊時のせん断ゾーンの吸水速度に対応した速度で崩壊し、せん断強度は排水強度と等しい。

なお、以上に述べた崩壊中の間隙水圧を考慮しないで排水せん断として処理するという問題点は、三笠¹²⁾が従来から指摘していることである。

4. 強度定数の推定と逆解析

＜土質試験による場合＞

有効応力解析で用いる強度定数は、原位置あるいは室内試験で求めるのが最良である。しかし、砂質土斜面の表層崩壊の場合には、 100 gf/cm^2 程度の拘束圧下で飽和度による強度定数 (c') の変化が精度よく求められるような試験装置の開発が必要である。

地すべり挙動はすべり面に存在する地すべり粘土に支配されると考えられ、この粘土の強度定数を求める必要があるが、一般には不攪乱状態でこの粘土を入手するのは困難である。しかし、四国の破碎帯地すべりについて調べたかぎりでは、粘土の強度定数、特に ϕ' は、図-6に示すように、条件によらずほぼ一定なので、ボーリングコアから得られる地すべり粘土に対しての強度試験も有効である。な

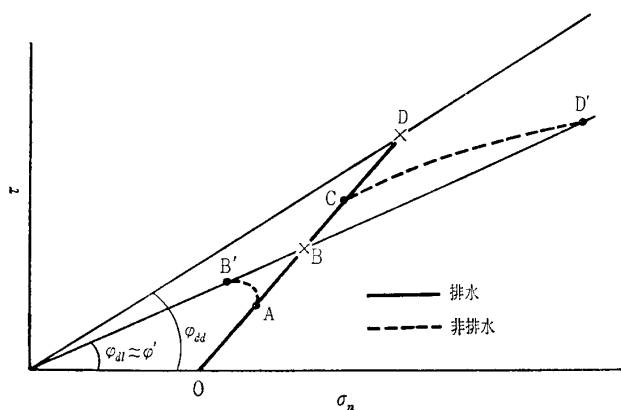


図-5 排水条件変化によるストレスパスの模式図

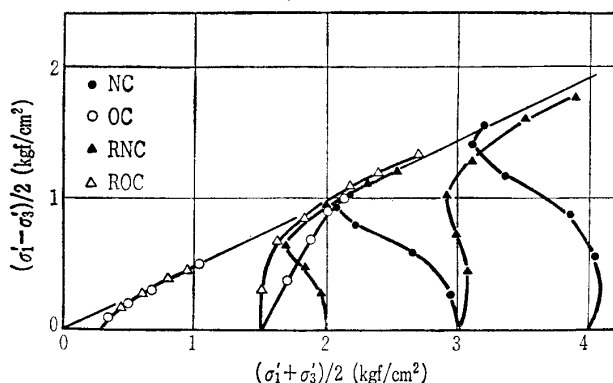


図-6 各種の状態からせん断した時の地すべり粘土のストレスパス (佐賀山粘土)¹⁰⁾

お、図-6は地すべり粘土を各種の状態 (NC: 正規圧密, OC: 過圧密, RNC: 練返し正規圧密, ROC: 練返し過圧密) から三軸非排水せん断した場合のストレスパスである¹⁰⁾。

<逆解析による場合>

前述の式(1)で示したように通常は安全率 F_s は、すべり面を表す変数 $x_1, \dots, x_i$ に対して極小化されて求められる。円弧すべり面では最小安全率 F_{smin} は次式を満たすはずである。

$$F_s = F_{smin}, \quad \partial F_s / \partial X_c = 0, \quad \partial F_s / \partial Y_c = 0, \\ \partial F_s / \partial R = 0 \dots\dots\dots(2)$$

この性質を利用して、破壊時には $F_{smin} = 1$ であるから、破壊後に得られたすべり面形状から、式(1)のうち4個のパラメーターを逆算することができる。すなわち、このような逆算法では原理的にはすべり面を表す変数の数より1個多いパラメーターの逆算が可能であるが、どのパラメーターを逆算すべきかについては工学的判断が必要である。

山上¹¹⁾は、この逆算法の特殊な場合として、円弧すべり面の両端点を固定し、その中点を通る法線上に中心があるすべり面のみを考えることによって逆算パラメーターを2個に減らし、式(1)の $a_1, \dots, a_n$ のうちの土の強度定数 c, ϕ を求める手法を提示している。しかし、多くの破壊の直接の原因である間隙圧を無視した逆解析 (全応力での逆解析) では、得られた強度定数 c, ϕ には物理的意味が乏しいことは明らかである。

有効応力解析の立場からは、逆算法をこの破壊の直接の原因である斜面内の間隙水圧を推定するために利用すべき

である。この場合、土の強度定数としては崩壊地から採取した土あるいはボーリングコア中の土を室内試験して求めた有効応力基準の c', ϕ' を用いるのである。これによってこれまで困難であった破壊時の間隙水圧の推定の可能性がひらけてくるかもしれない。

5. あとがき

斜面の安定解析における有効応力理論の必要性とその適用法、さらに適用上の問題点を概観した。斜面の安定問題は、塑性理論的にも未解明な点が多い上、特に自然斜面では力学的評価の困難な複雑性が存在する。このため、精度のよい斜面の安定解析のためには、有効応力理論の導入、塑性理論的にも合理的な安定解析法の開発、斜面内浸透現象の把握と解析法の開発などがバランスよく行われることが必要である。

参考文献

- 1) 矢田部龍一・八木則男・榎 明潔: 降雨による砂質土斜面の崩壊発生時期の予知法に対する検討, 土木学会論文集, 第376号, pp.297~305, 1986.
- 2) 建設省吉野川砂防工事事務所: 怒田地すべり調査報告書, 1980, 1981.
- 3) Bjerrum, L. and Flodin, N.: The Development of Soil Mechanics in Sweden, 1900~1925, Geotechnique, Vol. 10, pp.1~18, 1960.
- 4) Bishop, A.W.: The Use of the Slip Circle in the Stability Analysis of Slopes, Geotechnique, Vol.5, pp.7~17, 1955.
- 5) Fellenius, W.: Calculation of the Stability of Earth Dams, 2nd Congress on Large Dams, pp.445~462, 1936.
- 6) Janbu, N.: Earth Pressure and Bearing Capacity Calculation by Generalized Procedure of Slices, 4th ICSMFE, Vol.2, pp.207~212, 1957.
- 7) Morgenstern, N.R. and Price, V.E.: The Analysis of the Stability of General Slip Surface, Geotechnique, Vol.15, pp.79~93, 1965.
- 8) Whitman, R.V. and Bailey, W.A.: Use of Computer for Slope Stability Analysis, ASCE, SM4, pp.475~498, 1967.
- 9) 榎 明潔・八木則男・矢田部龍一: 自然斜面の安定解析法, 愛媛大学工学部紀要, 第11巻, 第2号, pp.425~432, 1987.
- 10) 国富和真: 破砕帯地すべりに関する土質工学的研究, 愛媛大学修士論文, pp.12, 1988.
- 11) 山上拓男・植田康宏: 地すべり地強度定数 c, ϕ の新しい逆算法(Ⅱ)―簡便(分割)法に基づく逆算法―地すべり, Vol.21, No.3, pp.24~31, 1984.
- 12) たとえば望月秋利・三笠正人: フィルダムの安定解析法―一般全応力法と有効応力法の比較―土と基礎, Vol.32, No.4, pp.19~26, 1984.

(原稿受理 1988. 3. 16)