

安定解析におけるせん断強度低減法の有用性

Availability of Shear Strength Reduction Method in Stability Analysis

鵜飼 恵 三 (うがい けいぞう)

群馬大学助教授 工学部建設工学科

1. ま え が き

斜面の安全率の計算は分割法に基づいて行われることが多い。特に実務上は Fellenius (フェレニウス) 法 (簡便法)¹⁾ がよく用いられる。分割法の考え方は次のようである。まず土の強度安全率を F とし、任意のすべり面に沿ったせん断応力 (強度) を

$$\tau_F = (c' + \sigma' \tan \phi') / F \dots\dots\dots (1)$$

と仮定する。ここで、 c' と ϕ' は有効応力に関する粘着力と摩擦角。 σ' はすべり面上の有効垂直応力。すべり面上の土塊に対する力のつり合い式やモーメントのつり合い式を立てたのち、すべり面の位置を変化させて F の最小値 F_m を求め、これを斜面の全体安全率とする。

一方、最近、電算機と FEM の発達に伴い、斜面の安定問題を弾塑性 FEM により解明しようという試みが盛んになってきた^{2), 3)}。FEM は、応力状態のみならず変形状態も表現できること、局所的な破壊現象を把握することができるなど、斜面の安定性を実態に則した形で表現できるため将来の発展は約束されているように見える。しかし、FEM で計算される安全率は一般に局所安全率であり、分割法で計算される全体安全率との関係が明確でないという問題点も指摘されている⁴⁾。場合によっては、斜面内の透水現象は FEM で解析し、安定計算は分割法で行うという折衷法も従来行われてきた⁵⁾。

本報告では、まず斜面の全体安全率を弾塑性 FEM により求める方法 (せん断強度低減法⁷⁾) を紹介し、単純斜面について分割法による結果との関係を明確にした。また、分割法では取扱いが困難とされてきた複雑な土質条件や間隙水圧分布を有する斜面、ジオテキスタイルで補強された斜面、および擁壁を有

する地盤の最小安全率を、本方法により比較的容易に算出できることを示した。本方法に類似した考え方は、Zienkiewicz (ツィエンキービッチ) ら⁶⁾、松井ら⁷⁾、小林¹⁵⁾によって示されているが、その詳細や広範な適用性、ならびに分割法との関連性は十分には示されていない。

2. 計算の前提と方法

地盤は弾完全塑性体と仮定し、破壊基準として Mohr・Coulomb (モール・クーロン) 式、塑性ポテンシャルとして Drucker・Prager (ドラッカー・プラーガー) 式を用いた。弾塑性 FEM への定式化の方法については文献⁸⁾などを参照されたい。この仮定によれば、均一な地盤の土質定数は、ヤング率 E 、ポアソン比 ν 、粘着力 c' 、摩擦角 ϕ' 、ダイレイタンシー角 ψ 、および単位体積重量 γ の六つのパラメーターによって表現されることになる。

計算の方法を説明するために、ある任意の斜面を想定する。斜面の土質は不均質であっても良いし、間隙水圧が存在してもかまわない。地盤のせん断強度は

$$\tau = c' + \sigma' \tan \phi' \dots\dots\dots (2)$$

で表される。今、有効応力に関する強度定数 c' 、 $\tan \phi'$ を定数 F で割り、仮想定なせん断強度

$$\tau_F = c' / F + \sigma' \tan \phi' / F \dots\dots\dots (3)$$

を想定する。 F が小さい場合には τ_F は大きな値となり斜面はいたる所で弾性応力状態となる。これを斜面の最初の応力状態として弾塑性 FEM 計算を開始する。 F を段階的に増加させて計算を行い、ある段階での反復計算が発散し斜面が崩壊に至ったと判断されたときの F の値を斜面の (全体) 安全率と定義する。この際、計算の途中で、斜面内のせん断応

力が τ_F より大きくなる場合が生じる。このときの処理の方法を次に説明する。

xy 座標表示による応力を $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ とすると、式(3)は次のように表せる。

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_x' - \sigma_y'}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} - \frac{\sigma_x' + \sigma_y'}{2} \sin \phi_F - c_F \cos \phi_F = 0 \quad \dots\dots\dots(4)$$

ここで

$$\phi_F = \tan^{-1}(\tan \phi' / F), \quad c_F = c' / F \quad \dots\dots\dots(5)$$

である。次の表示

$$q = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x' - \sigma_y'}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}, \quad p' = \frac{\sigma_x' + \sigma_y'}{2} \quad \dots\dots\dots(6)$$

を用いると式(4)は次のようになる。

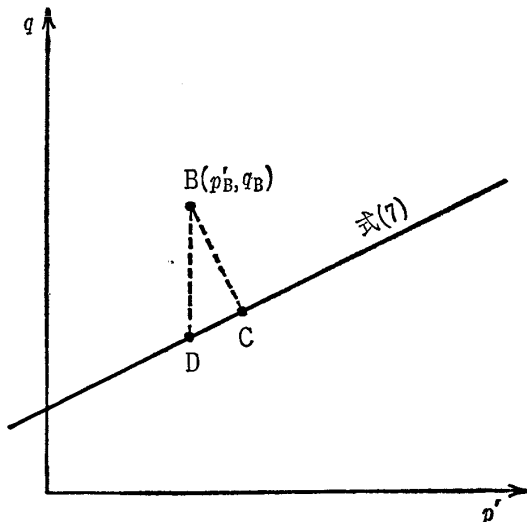
$$q - p' \sin \phi_F - c_F \cos \phi_F = 0 \quad \dots\dots\dots(7)$$

式(7)は、図—1の直線で表示される。今、斜面内のある位置での応力状態が、図—1のB点で表されるとし

$$q_B > p_B' \sin \phi_F + c_F \cos \phi_F$$

であるとすると。このような応力状態は存在しえないから、点Bを式(7)の直線上に強制的に移動させねばならない。この補正の方法はいろいろ考えられるが、本研究では p' を変化させない（一定のまま）で点D（図—1）に移動させる方法を用いた。なお、点Bに最も近い破壊基準線上の点Cに移動させる方法についても3ケースについて計算を行い、両者の方法による結果がほぼ同一になることを確かめた（詳細は省略）。

間隙水圧の処理法、最小安全率の具体的な算出法、および FEM 計算の精度については文献(11)を参照されたい。

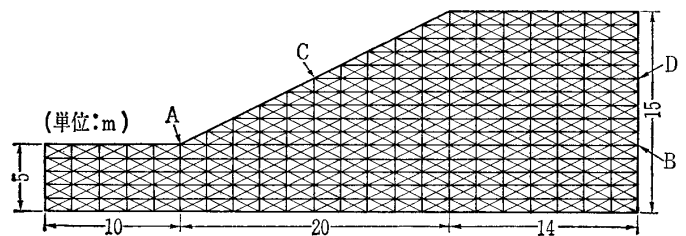


図—1 応力状態の補正方法

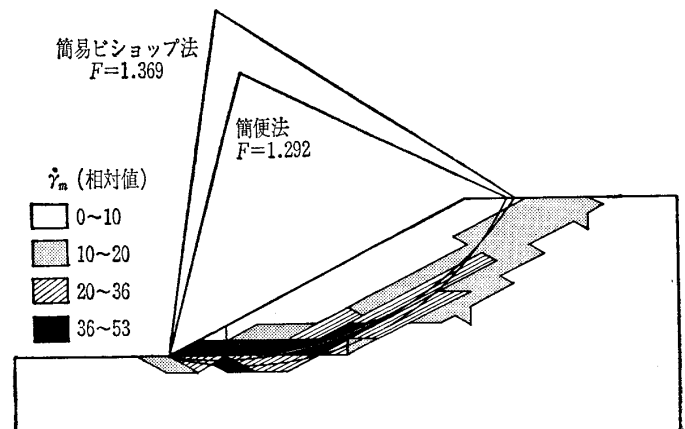
3. 計算結果と考察

3.1 1:2の勾配を有する斜面への適用例

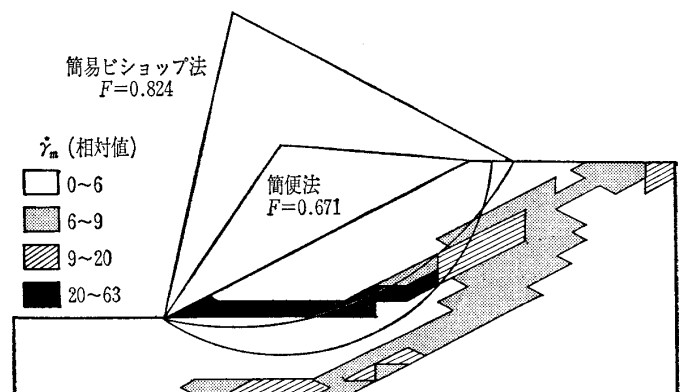
図—2（メッシュ分割も示す）のような高さ10m、勾配1:2の斜面に本研究の方法を適用した。土質定数としてヤング係数 $E=2 \times 10^4 \text{ tf/m}^2$ 、ポアソン比 $\nu=0.25$ 、 $c'=1 \text{ tf/m}^2$ 、 $\phi'=20^\circ$ 、ダイレイタンシー角 $\psi=0^\circ$ もしくは 20° 、単位体積重量 $\gamma=2 \text{ tf/m}^3$ を用いた。これらの土質定数と斜面形状は Zienkiewicz ら⁶⁾ より引用した。 $\psi=0^\circ$ のケースにおいて、斜面が破壊する直前の状態での最大せん断ひずみ速度 $\dot{\gamma}_m$ ($\dot{\gamma}_m$ は斜面が破壊する直前の二つの段階（式(5)で $F=1.35$ と $F=1.354$ の二つの段階）での最大



図—2 1:2の勾配を有する斜面



図—3 斜面が破壊する直前での最大せん断ひずみ速度分布図（均質斜面のケース）



図—4 斜面が破壊する直前での最大せん断ひずみ速度分布図（ $r_u=0.5$ のケース）

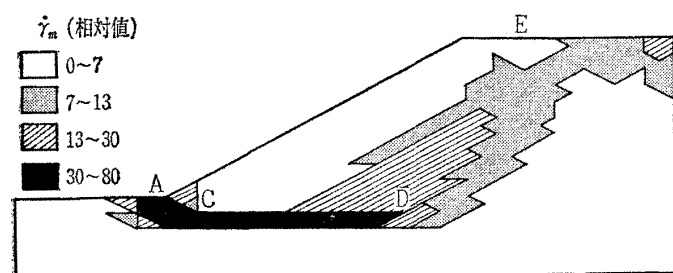
せん断ひずみの差より求めた)の分布図を図—3に示す。安全率は1.354である。同時に、2種類の分割法により予測されるすべり円も示されている。いずれもFEMの予測とほぼ一致している。関連流れ則が成り立つ場合($\phi=20^\circ$)には、安全率は1.389となり、値が3%大きくなった。この値はZienkiewiczら⁶⁾が求めた1.38~1.39という範囲内に収まっている。

同じ斜面で間隙水圧が存在する場合を計算した。ただし、 $\phi=0^\circ$ とした。間隙水圧 u の大きさは

$$u=r_u \gamma h$$

とした。 h は斜面表面からの深さ、 r_u は間隙水圧係数で、ここでは0.5とした。図—4に破壊直前の状態での $\dot{\gamma}_m$ の分布図を表す。提案する方法による安全率は0.796になった。簡便法は従来から言われているように安全率をかなり小さく評価してしまうし、すべり面の位置も本方法で予測されるすべり領域と一致しない。簡易 Bishop(ビショップ)法もりのり尻付近の水平なすべり層や右上方のすべり領域を十分にはとらえ切れていないが、安全率はほぼ同じである。

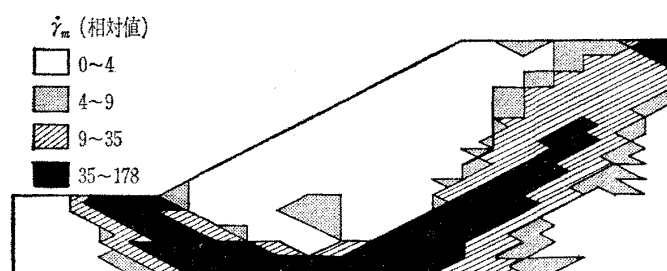
同じ斜面で斜面の下層に薄い軟弱層が水平に存在するケースを計算した。軟弱層の位置は図—2ののり尻(A点)より深さ1m~2mの範囲で厚さは1mである。 $c'=1\text{ tf/m}^2$, $\phi'=5^\circ$ とした。図—5に破壊直前の状態での $\dot{\gamma}_m$ の分布図を示す。均質な場合に比べて安全率(0.994)は27%低下した。図—5より斜面の破壊は軟弱層に沿って発生する様子がよく分かる。また破壊直前の状態は非円形すべりを呈しており、従来の円弧すべり計算法の限界を示している。なお、同様なケースで軟弱層の位置がのり尻より深さ1m~1.01m(厚さ1cm)という極めて薄い状態を想定して計算を行ったところ、安全率は0.99(下2ケタまでしか計算しなかった)となった。このこ



図—5 斜面が崩壊する直前での最大せん断ひずみ速度分布図(1m厚さの軟弱層を有するケース)



図—6 斜面が破壊する直前での $\dot{\gamma}_m$ の分布図(粘性土地盤の砂盛土のケース)



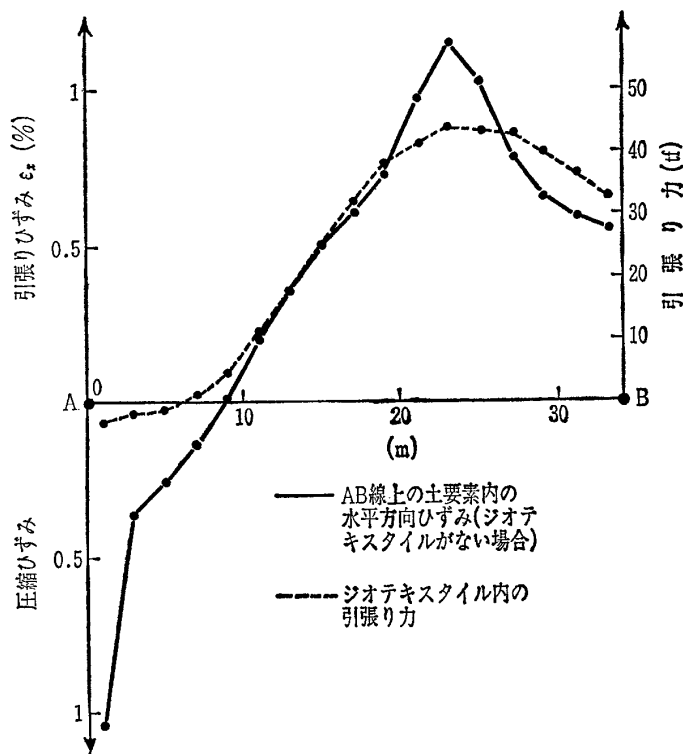
図—7 均質な粘性土斜面における崩壊直前の $\dot{\gamma}_m$ の分布図

とは、斜面内に薄いすべり層が存在する場合でも、本方法は安全率を精度よく計算しうることを示している。なお図—5中の点A, C, D, Eを直線で結ぶようなすべり面を想定し、簡易 Janbu(ヤンプー)法¹⁰⁾により安全率を計算したところ、0.96となり小さ目の値が得られた。

粘性土地盤上の砂盛土のような2層構造を有する斜面の最小安全率を求めることは分割法では困難な場合がある。図—2と同じ斜面で、地盤は粘性土であるとし $E=500\text{ tf/m}^2$, $\nu=0.495$, $c'=2.5\text{ tf/m}^2$, $\phi'=\phi=0^\circ$, $\gamma=2\text{ tf/m}^3$, 盛土(AB線より上)は砂であるとし $E=2000$, $\nu=0.2$, $c'=0$, $\phi'=40^\circ$, $\phi=10^\circ$, $\gamma=2$ (単位は同上)のケースを計算した。図—6に斜面が破壊する直前の状態での $\dot{\gamma}_m$ の分布図を示す。すべり領域をよく表している。安全率は0.92と計算された。

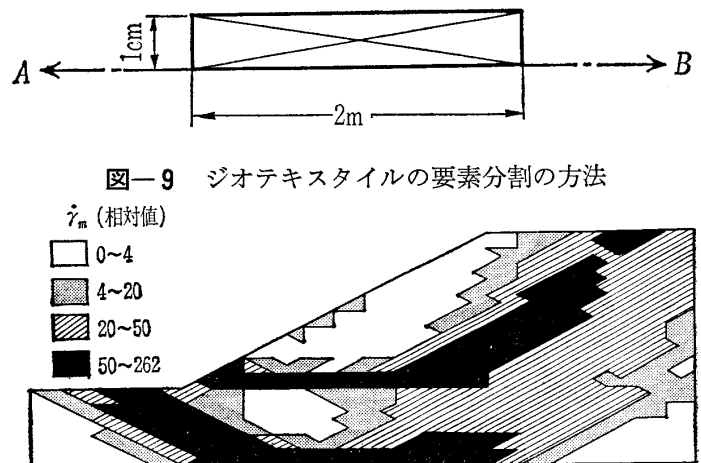
3.2 ジオテキスタイルで補強された斜面への適用

図—2の斜面内のAB線上(水平)にジオテキスタイルが引張り補強材として敷設されているケースを考え、本手法の適用性を検討する。説明を簡単にするために、地盤は均質な粘性土から成ると仮定し、土質定数として $E=600\text{ tf/m}^2$, $\nu=0.495$, $c'=3\text{ tf/m}^2$, $\phi'=\phi=0^\circ$, $\gamma=2\text{ tf/m}^3$ を用いた。図—7はジオテキスタイルがない場合の結果であり、斜面が破



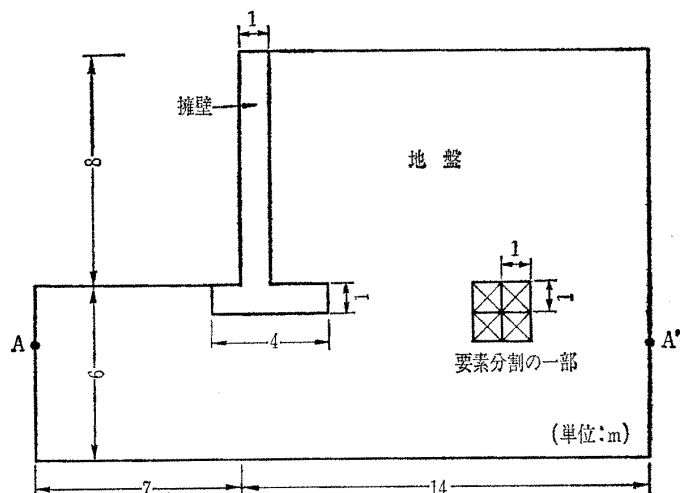
図—8 AB 線上の土要素内の水平方向ひずみとジオテキスタイル内の引張り力(破壊直前の状態)

壊する直前の状態での $\dot{\gamma}_m$ の分布図である。安全率は0.94 (小数点以下2ケタまで求めた) となった。Janbu の図表¹²⁾によれば安全率は同じく0.94になり、円弧すべり仮定による安全率と一致した。破壊性状は底部破壊を示している。図—7の状態におけるAB線上(図—2)の水平方向の全ひずみ ϵ_x の大きさを図—8に示す。 ϵ_x の引張りひずみの最大値は図—7に示されるすべり領域付近に存在し、その大きさは1.15%である。今、もしAB線上にジオテキスタイルが敷設されているとして、これが地盤と同一のひずみを生じると仮定すると、ジオテキスタイル内の引張り力の最大値は $E_g t \times 0.0115$ となる。ここで、 E_g と t はジオテキスタイルのヤング係数と厚さである。 $t=1\text{ cm}$ 、 $E_g=120\,000\text{ tf/m}^2$ とすれば、ジオテキスタイルの引張り力の最大値は13.8 tfとなる。一方、斜面内のすべり面上に作用しているせん断力の水平方向成分は、大略 (ABの長さ $\times c' \div 0.94$) 108.5 tfであるから、このジオテキスタイルの存在は斜面の安全率をかなり向上させることが期待される。一方、 $E_g=12\,000\text{ tf/m}^2$ とすると、ジオテキスタイルの引張り力の最大値は1.38 tfとなり、安全率の大きな増加は見込めそうもない。以上



図—9 ジオテキスタイルの要素分割の方法
図—10 図—7のAB線上にジオテキスタイルを敷設したケースにおける崩壊直前の $\dot{\gamma}_m$ の分布図

の議論はジオテキスタイルと地盤との相互作用を無視した場合の話である。実際にAB線上に厚さ1cmのジオテキスタイルを敷設した場合を想定し、本方法を適用した。ジオテキスタイルの要素分割の方法を図—9に示す。ジオテキスタイルのみを他の要素(棒要素など)で置き換える方法も考えられるが、図—9のようにするとパラメーターの値を換えるだけで済むため簡便である。図—10に $E_g=12\,000\text{ tf/m}^2$ のときの破壊直前の状態での $\dot{\gamma}_m$ の分布図を示す。安全率は約35%増加し1.26になった。このときのジオテキスタイル内の引張り力の分布図を図—8に破線で示す。引張り力の最大値は44 tfであり、前述の単純な予想値の約3倍である。図—10より分かるようにジオテキスタイル上面に沿ったすべりが発生し、最終的な破壊へと至ることが分かる。本ケースでジオテキスタイルの引張り強度を $3\,000\text{ tf/m}^2$ (つまりジオテキスタイルの $c'=1\,500\text{ tf/m}^2$ 、 $\phi'=0^\circ$) とした場合には、図—10の状態に至る前にジオテキスタイル内に破断が生じ、安全率として1.11を得た。これを従来の簡易ビショップ法で解くと1.14となった。また E_g を1/10にして $12\,000\text{ tf/m}^2$ として計算した場合には安全率は0.95となり、予想どおり安全率はほとんど増加しなかった。現実には、最終破壊に至るまでに大きな変形が生じるであろうから、ジオテキスタイルの伸びは大きくなり、安全率はより大きくなりそうに思える。この点は大変形を考慮することにより改善しうられると思われる¹³⁾。しかし、微小変形弾塑性論に基づく現在の手法のままだと、安全率を安全側に評価することは注目に値する。



図—11 擁壁と地盤が一体となったモデル

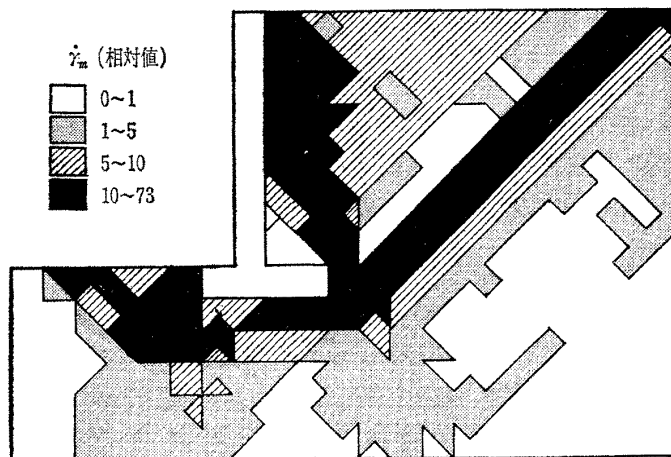
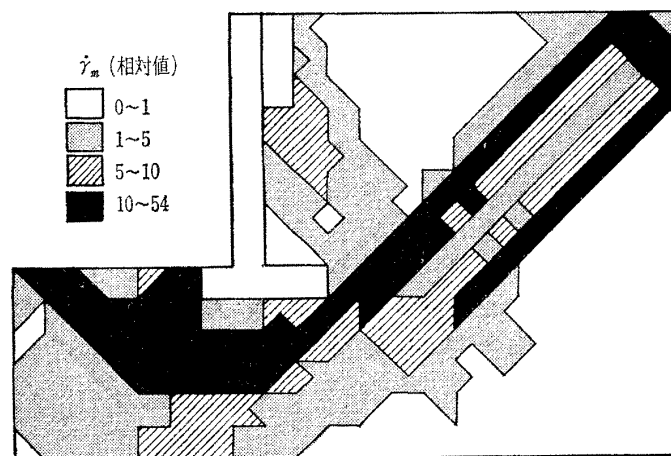
以上のように、ジオテキスタイルの強度のみならず変形係数も補強斜面の安定性に大きな影響を与えることが分かる。このような点は、従来の極限平衡法に基づく解析のみからは予想しにくい。なお、ジオテキスタイルと土との間の付着強度を考慮したい場合には、図—9に示す要素をジオテキスタイルの上下に導入すればよい。また、ジオテキスタイルと土との間のすべり変形を考慮したい場合にはジョイント要素⁹⁾を導入するのも一方法である。なお、本方法を用いることにより、ジオテキスタイルの長さ、敷設位置、敷設枚数などと安全率の関係を同様にして計算することができる¹⁴⁾。

3.3 土留め擁壁を有する地盤の安定性の評価

ここでは、図—11のような擁壁を有する地盤を対象として本計算法の適用性を検討する。従来の設計計算法では擁壁の安定性を、①背面盛土および基礎地盤を含む全体としての安定と、②擁壁自体の安定に分けて考え、さらに②については、(a)滑動に対する安定、(b)転倒に対する安定、(c)基礎の支持力に対する安定の3点について検討するのが普通である。いずれのケースも設計上定められた安全率もしくは安定条件を満たす必要がある。

一方、本計算法では、これらの区別をあらかじめ前提とする必要はなく、これらの破壊形態は計算結果として得られる。さらに、擁壁本体の材料の破壊規準や変形条件が与えられれば、擁壁自体の破壊（せん断破壊、曲げ破壊など）を表現することも可能となる。もちろん擁壁の形状は任意であって良い。

本計算法で算出される安全率と従来法で算出され

図—12 地盤が破壊する直前での $\dot{\gamma}_m$ の分布図(ケース(1))図—13 地盤が破壊する直前での $\dot{\gamma}_m$ の分布図(ケース(3))

る安全率や安定条件との対応関係は次のようである。本計算法で算出される安全率は、①の全体破壊のケースの安全率と同じ意味をもつ。②(a)の滑動のケースでは、FEM 計算において、擁壁の底面に接する土の強度定数のみを低減させた場合（ほかの強度定数は低減しない）に、両者の安全率は同じ意味をもつようになる。②(b)の転倒と(c)の支持力のケースについても、FEM 計算から算出される擁壁周面に作用する土圧や接地圧を用いることにより、従来法に対応する検討を行うことができる。このように、本計算法は従来法の考え方も包含した適用範囲の広い方法であると言える。

次に、いくつかの計算例を示す。ただし、すべての要素に対してせん断強度を同じ割合で低減させた場合についてのみ示す。要素分割の一部を図—11中に示す。必要に応じて分割を細かくしたり、壁面と土要素の間にジョイント要素などを設けることができる。計算は次の3例について行った。

(1) 地盤の定数は、 $c'=1 \text{ tf/m}^2$, $\phi'=20^\circ$, $\gamma=1.6$

報告—1990

tf/m^3 , $\phi=0^\circ$, $E=2\,000\text{ tf/m}^2$, $\nu=0.3$ とし, 擁壁の定数は $c'=1\,000$, $\phi'=0^\circ$, $\gamma=2.4$, $\phi=0^\circ$, $E=50\,000$, $\nu=0.167$ (単位は同上) とした。擁壁の材料に応じて, 降伏条件と塑性ポテンシャルを変えることができるが, ここでは擁壁も土と同じ条件に従うものとした。このケースでは, 擁壁の c' が大きいので擁壁自体は破壊しない。全体安全率は1.24になった。図—12に地盤が破壊する直前の $\dot{\gamma}_m$ の分布図を示す。擁壁が前面に押し出され, 裏込め内に非対称なV字状のすべりが生じている。

(2) ケース(1)で, 擁壁底面に沿って10cm厚さの土要素を設け, その要素の ϕ' を 10° に下げた場合。この場合には, 底面に沿って明確なすべりが生じ, 全体安全率は1.16になった。破壊直前の $\dot{\gamma}_m$ の分布図は図—12に似ている (図は省略)。

(3) ケース(1)で, 擁壁底面より1m以深 (図—11のA—A'線より下) の地盤が粘性土である場合。すなわち, 粘性土地盤の $c'=3$, $\phi'=0^\circ$ とし, 他の値はケース(1)と同一である場合の計算結果を図—13に示す。この場合には, 擁壁基礎部の支持力破壊の様相を呈している。もしくは, 擁壁と隣接地盤が一体となった全体破壊を生じているとも言える。全体安全率は1.07になった。

4. ま と め

本計算法 (せん断強度低減法) の利点と特徴をまとめると次のようである。

- (1) 本計算法は弾塑性 FEM に基づいており, 変形条件を考慮したり, 複雑な地形・土質条件・間隙水圧分布を有する斜面の最小安全率を求めることができるなど FEM の利点を保持している。
- (2) 本計算法によれば斜面の全体安全率を求めることが可能であり, 従来設計で用いられてきた極限平衡法に基づく安全率の概念と矛盾しない。
- (3) 本計算法によれば地盤と構造物が一体化した場合 (土留め擁壁を有する地盤など) の安定問題を同様な方法で容易に解くことができ, 強度安全率を計算することができる。このように本方法は適用性が広く, 発展性のある方法であると言えよう。

あとがき

電子計算および図形処理において井田寿朗技官に大変お世話になった。記して謝意を表します。

なお本文で示した計算結果は, もともと重量の単位を kN として計算したものである。本文では, 近代的に $10\text{ kN} \div 1\text{ tf}$ で換算し, 定数の値を tf 単位で示した。

参 考 文 献

- 1) 山口柏樹:「土質力学 (全改訂)」の第7章と第10章, 1984.
- 2) 川本 治・田中忠次:弾塑性崩壊手法の斜面の崩壊事例への適用, 土と基礎, Vol. 36, No. 5, pp. 49~54, 1988.
- 3) 川本眺万ほか:地盤工学における数値解析の実務, 土質工学会, pp. 9~55, 1988.
- 4) 山上拓男・植田康宏・小山正之:動的計画法にもとづく潜在すべり面の決定, 土木学会第39回年次学術講演会, 第3部, pp. 157~158, 1984.
- 5) 久楽勝行・石塚広史:雨水の浸透と盛土の安定性, 土と基礎, Vol. 30, No. 9, pp. 37~43, 1982.
- 6) Zienkiewicz, O.C., Humpheson, C. and Lewis, R.W.: Associated and Non-associated Viscoplasticity and Plasticity in Soil Mechanics, Geotechnique, 25-4, pp. 671~689, 1975.
- 7) 松井 保・San, K.C.: Finite Element Stability Analysis Method for Reinforced Slope Cutting, International Geotechnical Symposium on Theory and Practice of Earth Reinforcement (福岡), Balkema, pp. 317~322, 1988.
- 8) 田中忠次:土質力学における数値解析, わかりやすい土質力学原論, 土質工学会, pp. 203~243, 1987.
- 9) 里 優・亀村勝美・中尾健児・岩野政治:ジョイント要素を用いた岩盤の不連続性の表現法について, 第1回地盤工学における数値解析法シンポジウム, pp. 15~22, 1986.
- 10) 申 潤植・板垣 治:地すべり(その4), 土と基礎, Vol. 31, No. 7, pp. 89~97, 1983.
- 11) 鶴飼恵三:弾塑性 FEM による斜面の全体安全率の計算法, 土質工学会論文報告集, Vol. 29, No. 1, 1989.
- 12) 中瀬明男・中ノ堂裕文・日下部治:斜面および盛土のための安定図表, 技報堂, pp. 8~9, 1981.
- 13) Rowe, R.K.: Reinforced Embankments: Analysis and Design, ASCE, Vol. 110, GT2, pp. 231~246, 1984.
- 14) 鶴飼恵三・小林謙一:せん断強度低減法による盛土斜面の補強効果の算定, 第24回土質工学研究発表会発表講演集, pp. 1583~1584, 1989.
- 15) 小林正樹:有限要素法による地盤の安定解析, 港湾技術研究所報告, 第23巻, 第1号, pp. 83~101, 1984.

(原稿受理 1989.4.6)