

Q&A コーナー

ビショップの有効応力

Q ビショップの有効応力とは、どのようなものでしょうか？

A ランキンの土圧理論のような古典的な土質力学の理論は、土の破壊やひずみは載荷応力（全応力）によって決まるとの前提に基づいていました。ところが粘性土では、現象はもっと複雑であることが認識されるようになり、テルツァーギが飽和土に関する有効応力原理を見出すことになりました。

不飽和状態の土についても、1960年頃までは有効応力が定義できないわけはないと信じられていたようで、質問事項のビショップの有効応力（式(1)）は、そのような立場での有効応力追求の一つの到達点といえるでしょう。

$$\sigma' = (\sigma - u_a) + \chi(u_a - u_w) \dots\dots\dots(1)$$

ここに、 σ' ：有効応力、 σ ：全応力、 u_a ：間隙空気圧、 u_w ：間隙水圧、 $(u_a - u_w)$ ：サクション、 χ ：実験定数。

式の物理的意味は、よく教科書にスケンプトンの講演¹⁾を引用して説明されているとおり、簡明で楽観的です。ともかくこの式は、以後20年以上にわたって不飽和土の研究者達によって検討されてきました。そして、今日では、ほぼ次のように評価が定まっているといえるでしょう。①不飽和土の力学的挙動は、式の右辺の二つの応力項、 $(\sigma - u_a)$ とサクション $(u_a - u_w)$ に支配されている。②不飽和土のせん断強さをモール・クーロン式で表す時、式(1)は不都合を生じず、 χ は0と1の間の値として求められる。③一次元圧縮または等方応力条件における体積変化については、飽和度が高い($\chi \approx 1$)場合は不都合はない。しかし、④飽和度が低い場合は、サクションの低下が体積圧縮をひき起こすような $(\sigma - u_a)$ の値を設定することができる。すなわち、式(1)の χ が

負値となることがある。そのみならず、⑤飽和度が低い範囲では、せん断強さ、体積変化および含水比変化についてそれぞれ算出した χ の値は、多くの場合全く一致しない。以上の評価は、サクションの次のような性質を表していると思われます。第1に、土粒子接点間の直応力が土のせん断強さの源であるとする、サクションは接点に直応力を発生させる。第2に、もともとビショップの式は、サクションを全面的に $(\sigma - u_a)$ に換算できる（作用方向が同じ）応力成分と見なしているが、飽和度が低い、すなわちサクションが大きいところで上述⑤のような不都合を生じている。この事実、サクションが全面的には $(\sigma - u_a)$ に換算できない、つまり $(\sigma - u_a)$ とは独立した応力成分であることを示している。

ビショップの式は、上のような結論を残してその歴史的使命を終え、研究はサクションと $(\sigma - u_a)$ の違いの考察に向かっています。この考察を進める上で、飽和土における有効応力の働き方を見ておくことは無駄ではないと思います。飽和土の骨格に等方有効応力が作用すると、土粒子接点には垂直応力が発生し、これが接点に摩擦抵抗を生み出して骨格の剛性を高めます。同時に、等方有効応力は、土粒子接点に内部応力として局部せん断応力を発生させ、一部の接点をすべらせます。その結果、骨格は体積を減じ、硬くなる——ひずみ硬化をします。不飽和土の場合でも、応力成分 $(\sigma - u_a)$ は定性的には飽和土における有効応力 $(\sigma - u_w)$ と同様に二つの作用をします。一方、理想的な不飽和土として、間隙水が土粒子表面の吸着水と土粒子接点のメニスカス水としてのみ存在する場合を考えると、メニスカス水のサクションは、接点に直応力を発生させることにより骨格に剛性を与えますが、局部せん断応力は伴わないために、ひずみ硬化は引き起こしません。それどころか、接点のすべりを抑制するために、先の $(\sigma - u_a)$ によるひずみ硬化を妨げます。要するに、 $(\sigma - u_a)$ とサクションの違いは、ひずみ硬化の生起者と抑止者の差といえます。さらに、両応力の違いは、間隙水の流出入(含水比変化)に関しても明確に現れます。間隙水は、 $(\sigma - u_a)$ の変化に応じて流入しますが、それは $(\sigma - u_a)$ が引き起した骨格の変化に伴う二次的なものです。一方、サクションは、骨格の変化とは無関係に、外部水圧と内部水圧の平

衡化という直接の働きかけで間隙水を流出入させます。実際、含水比が式(1)の σ' で決まるとして実験結果から χ を求めると、 χ の絶対値は多くの場合1よりずっと大きい値となります。

飽和土の有効応力～ひずみ挙動は、飽和土をひずみ硬化性の弾塑性体と考えると説明しやすいとされており、実際、多くの弾塑性モデルが提案されています。したがって、不飽和土の力学的挙動の理論化も、弾塑性仮定の検討から始めるのが適当と考えます。不飽和土の塑性降伏条件を、 $(\sigma - u_a) \sim$ サクシオン平面上で論じた二つの論文^{2),3)}が、最近相ついで発表されました。両論文は大筋において似ていますが、サクシオンの増加が塑性ひずみを増加させるか否かで見解が分かれています。この点について、後に一方の著者⁴⁾は、土粒子骨格に囲まれた大間隙のうち、水で満された間隙が占める割合が塑性ひずみ増分の大きさを決めると主張しています。水で満された間隙のサクシオンは、飽和土中の負の間隙水圧と同様に、局部せん断応力を発生させひずみ硬化を引き起こすというのです。ところで、土を乾燥状態から徐々にサクシオンを低下させて湿らせていく場合と、一たん飽和させてから徐々に乾燥させていく場合では、含水比～サクシオン関係が異なります。いわゆる水分特性曲線のヒステリシスです。こ

れは、サクシオンが同じでも水で満たされた大間隙の数が異なるために起こります。したがって、このヒステリシスは、不飽和土の応力～ひずみ関係を理論化する上でも重要な役割を果たすものと思われます。

結局、回答は次のようにまとめられます。ビショップの式は有効応力の定義式とはいえない。しかし、この式は不飽和土の力学的挙動を支配する応力成分を的確に示すことにより、後の研究に方向を与え、不飽和土に関する認識をより高い段階に発展させる役割を果たした。

参 考 文 献

- 1) Skempton, A.W.: Effective Stress in Soils, Concrete and Rocks, Proc. of Conference on Pore Pressure and Suction in Soils, pp.4~6, 1960.
- 2) Karube, D.: Basic Stress-Strain Relations of Unsaturated Soil, Proc. of 8th ARC-SMFE, Vol. 1, pp.17~20, July, 1987.
- 3) Alonso, E.E., Gens, A. and Hight, D.: General Report of Session 5, Proc. of 9th ERC-SMFE, Aug., 1987.
- 4) 軽部大蔵・加藤卓彦：サクシオンと外部載荷応力の繰返し効果について，土質工学会，繰返し応力を受ける地盤の変形に関するシンポジウム発表論文集，pp. 35~40, 1990.

(回答者：軽部大蔵 神戸大学工学部土木工学科)

(原稿受理 1992.3.30)