



有効数字とゴミ数字

吉 見 吉 昭 (よしみ よしあき)

清水建設㈱常任顧問, 東京工業大学名誉教授

「土と基礎」の記事は、図、表、計算例などを効果的に使って、分かりやすく書かれているのは大変結構なのだが、最近、表や計算例の数字のなかに、むやみに桁数の多いものがあることに気づいた。例えば、

断 面 積 = $5\,026.6\text{ cm}^2$

塑性指数 = 115.48

湿潤密度 = 2.0791 g/cm^3

鉛直応力 = 123.56 kN/m^2

のたぐいである。測定値では、精度の限界があって自然に桁数が限定されるが、電卓で乗除算を行うと、小さな電卓でも8桁の数字が出て来る。さすがに8桁も書くだけのスペースはないので、少し桁数を減らしたというのが上記の5桁の数字が書かれた理由であろう。がんばっても3桁しか読取れなかった計算尺時代にはなかった“電卓病”といえよう。

読者にとっては釈迦(しゃか)に説法であろうが、順序として、有効数字について復習してみる。この術語の定義は、“信頼できる桁で打ち切った、意味のある数値の表示”である。逆に言えば、有効数字の後の数字は無意味な数字の羅列(ゴミ数字)ということになる。まず、乗除算では、有効桁数が変わらないことを示す例として、掛算をやってみる。直径45.6mmの円の周長は $45.6\text{ mm} \times \text{円周率}$ だが、積の有効数字はもとの数のうち有効数字の低いほう(4.56)で決まるので、円周率 = 3.14 とすれば十分である。しかし、ここでは念のため 3.142 としよう。したがって、周長は、

$$45.6\text{ mm} \times 3.142 = 143.2752\text{ mm}$$

となる。いま、45.6の次の桁に ± 1 の変動を与えてみると、

$$45.61\text{ mm} \times 3.142 = 143.30662\text{ mm}$$

$$45.59\text{ mm} \times 3.142 = 143.24378\text{ mm}$$

となり、頭から4桁目に変動の影響が表れている。

したがって有効数字は3桁の143 mm である。ちなみに、円周率 = 3.14 としても、周長は同じく143 mm となる。

一方、接近した二つの数の引算をすると、有効数字は減ることになる。例えば、 $5.43 - 4.56 = 0.87$ の引算では、有効数字は3桁から2桁になる。これが最終結果であれば、どうということはないが、引続いて0.87を乗除算の対象とするときには気を付けなければならない。例えば、相対密度は、[試料乾燥密度 - 最小乾燥密度] に比例する量であるが、試料乾燥密度が低く、したがって最小乾燥密度に近いときは、両者の差が小さくなるので、有効数字2桁を維持するのがやっとなる。最大乾燥密度 = 1.645 g/cm^3 、最小乾燥密度 = 1.335 g/cm^3 の豊浦砂について試算すると、試料乾燥密度 = 1.441 g/cm^3 に対応する相対密度は39.0%であるが、試料乾燥密度が 1.442 g/cm^3 と、0.07%大きくなるだけで相対密度は39.4%になる。試料乾燥密度で0.07%の精度を維持するのは至難のわざだから、相対密度の小数点以下は意味のない数字となり、したがって39%と書くべきである。

ときどき、約70マイル(112.654 km)などの滑稽な単位換算を目にすることがある。“約”と言っているのだから、110 km とすべきであろう。さすがに「土と基礎」ではそういうことはあるまいと思っていたら、冒頭で紹介した鉛直応力 = 123.56 kN/m^2 なる例を見つけて失望した。もともと、地中応力は、約と断らなくても、かなり低い精度でしか推定できないものである。同じ記事で、重力単位の方は 12.6 tf/m^2 と、妥当な有効数字で、すっきりしているのに、なぜSI表示を 123.56 kN/m^2 としたか理解に苦しむ。SIで表したからといって、有効数字が増えるはずがない。当然 124 kN/m^2 とすべきであった。この計算例では、標準重力加速度として 9.80665 m

/s が使われており、水の単位重量 $=9.80665 \text{ kN/m}^3$ (6桁!) などと書いてあるが、前述の円周率の場合と同様、9.81または9.8で打切るべきであった。きれいな数字とゴミだらけの数字を見せて、どちらがベターですかと尋ねるのはフェアなやり方とは思えない。有効数字を揃えて公平な比較を行った計算例については、本誌1992年11月号の「SIは怖くない」を参照していただきたい。

例外的に大きな桁数を取り扱う必要があるのは、多元連立方程式を解くときである。その理由は、接近した数の差についても、相当の有効数字を維持す

ることが必要だからである。それ以外の一般の計算でも、途中で大きな桁数を維持することは、丸め誤差を無くすことになるし、電卓の中で処理される分には全く差支えない。その過程での無意味な数字は、いわば建設行為の過程で発生するゴミに相当する。しかし、建造物を引渡す前にゴミを片付けて清掃するのと同様に、他人に読ませるための文書を仕上げる段階では、ゴミ数字をきれいに除去した有効数字だけにするのが礼儀ではあるまいか。

(原稿受理 1992. 9. 12)