

土の物理試験における実験誤差が試験結果に及ぼす影響

Effects of Experimental Errors on Results of Soil Physical Tests

安部 征雄 (あべ ゆくお)

筑波大学助教授 農林工学系

山口 智治 (やまぐち ともはる)

筑波大学講師 農林工学系

横田 誠司 (よこた せいじ)

筑波大学文部技官 農林工学系

天田 高白 (あまだ たかあき)

筑波大学助教授 農林工学系

1. ま え が き

土の物理試験を「土質試験法」¹⁾や「土質試験の方法と解説」²⁾などの基準に従って忠実に実施していても、各試験の一連の実験手順の中には操作が完璧とはいかず、本来得られるべき測定値からの誤差の発生を意識させられることがある。その誤差が「小さいのでは？」とためらいを覚えたとき、試験結果への影響は無視できるとして次の操作に進むか、それとも誤差は許容範囲を越えるとしてその時点または前段階の手順まで戻って再操作を行うべきか、明確には判断しかねる微妙な判定となることが多い。この判定の参考となるいくつかの報文が提示されている^{3)~5)}が、体系的な考え方、具体的方法、基準例としては示されておらず、判定は実験者の経験や熟練度の程度によって異なる基準で適宜処理されているのが現状である。

各試験は「試験法」に規定された手順に従って正確を期して実施することが大前提である。ただ、試験に要する時間、労力、資金の面における効率性を考慮するならば、現実問題としてむやみに正確さのみにこだわるのは得策ではないし、論理的でもないと考えられる。この問題に対処するためには、各試験の一連の実験手順のなかで、どの段階のどの操作のどの程度の実験誤差が試験結果に対してどの程度の影響を及ぼすかを具体的な数値で表示することによって、実験誤差の多少と試験結果の変動幅との関係を客観的な形で把握し、それらを考慮に加えた上で合理的な判定を下すという方法が考えられる。

そこで、本報では含水比、土粒子の密度および液性限界試験を例にとり、「仮誤差」と呼ぶ「作為的

に発生させる想像上の誤差」の概念を導入し、この仮誤差の試験結果への影響の及ぼし方から、実験誤差の試験結果への影響を近似的に推論する方法を試みた。実験誤差は試料への処理法、計測機器の取扱い、実験者の個人差など様々な状況によって生じるが、誤差を検討できる具体的な数値は一連の実験手順のなかの質量、長さ、体積、時間、温度などの測定時に得られる。そこで、実験誤差は測定値に集約、包含され、具現化されると位置づけ、実験手順の検討区分は各試験の測定項目を用いて決定した。そして各測定項目の基準値に対して連続的かつ系統的に発生させる仮誤差を加減し、その結果生じる試験結果の基準結果からのずれを検討して目的を達成しようとするのが本法の概略である。

2. 試験結果の計算法

各試験においては実験の進行に伴って様々な測定が積み重ねられ、それらのすべてのデータを用いて試験結果が算出される。これを「基準測定値」に対する「基準試験結果」と呼ぶことにする。他方、一つの試験のある段階の測定値に対して仮誤差が発生したと想定して、その仮誤差を基準測定値に加算または減算して「仮測定値」とし、その仮測定値とほかの測定の基準測定値を用いて算出した結果を「仮試験結果」と呼ぶ。これは当然、基準試験結果とは異なり、基準試験結果との間には仮誤差の大小に応じた較差が生じる。仮誤差と試験結果の較差との関係は、各試験のそれぞれの基準測定値に対して、仮誤差を測定精度の下限の桁から過誤として問題になると考えられる桁まで、各桁の単位量ごとに連続的かつ系統的に変化させ、これに対応した試験結果の

較差を計算し、それらの結果を仮誤差と結果の較差との関係としてグラフ化し、変化傾向を読みとることによって把握することができる。

基準測定値として、土質工学関係者が最も身近に触れている「土質試験の方法と解説」²⁾ および「土質試験法」¹⁾ のデータシートに示された事例を用いた。

2.1 含水比試験

表一1に含水比試験の基準測定値と仮誤差の発生のさせ方を示した。

基準測定値は、含水比が低い (w_l)、中位 (w_m)、高い (w_h) の3種類を用いた。含水比試験の測定項目は m_a , m_b , m_c の3個である。試験は3回反復とし、それらの平均値を基準含水比 (w_{av}) とした。

まず、ケース1として測定項目 m_a , m_b , m_c の各項目の仮誤差の影響を検討した。3種類の試料に対して、試験の反復番号1, 2, 3の3個のそれぞれの m_a にひょう量感度である単位量 0.01 g の仮誤差を加え、それらを仮測定値として、 m_b , m_c は基準値に固定して仮含水比 (m_i') を求めた。さらに3反復の仮平均含水比 (w_{av}') を算出し、仮平均含水比と基準含水比との差を含水比の較差 (Δw) とした。仮誤差を前段階の仮誤差より単位量だけ順次増減させる操作をステップと呼ぶこととし、 m_a の仮誤差を1単位量ずつ9ステップ増加させてそれぞれの仮平

表一1 含水比試験の基準測定値と仮誤差の発生のさせ方

試料 区分	試験 反復 番号	測 定 項 目			試 験 結 果	
		m_a 容器+湿潤 土質量(g)	m_b 容器+乾燥 土質量(g)	m_c 容 器 質 量 (g)	含 w_i 水 比 (%)	w_{av} 基準含水比 (%)
w_l	1	87.19	76.25	30.65	23.99	23.04
	2	94.39	82.53	31.38	23.19	
	3	88.70	78.42	31.58	21.95	
w_m	1	102.05	76.53	32.40	57.83	57.70
	2	113.49	83.79	31.54	56.84	
	3	106.19	78.22	30.38	58.47	
w_h	1	36.21	23.19	10.43	102.04	101.54
	2	34.37	22.37	10.58	101.78	
	3	30.57	20.65	10.81	100.81	

ケース	測 定 の 対 象			仮誤差の発生のさせ方		
	反復 No.	測 定 項 目	測定の種類	変 化 の 単 位	変化の方向	ステップ数
1	1, 2, 3	m_a, m_b, m_c	質 量	0.01, 0.1, 1.0	+	各10
2	1	m_a, m_b, m_c	質 量	0.01, 0.1, 1.0	+	各10

均含水比と較差を計算した。さらに、仮誤差の単位量の桁を0.1, 1.0と上げて同様の計算を繰り返した。次に、 m_b と m_c に対してそれぞれ仮誤差を発生させて m_a と同様の計算を行った。

ケース2として、3回の反復試験を行い、平均をとることによる仮誤差の試験結果への影響を確認するため、反復 No. 1 のみの各測定項目が仮誤差を持ち、残りの反復 No. 2, 3 は基準値に固定したときの例についての計算を行った。

2.2 土粒子の密度試験

表一2に2種類の土粒子の密度の基準測定値と仮誤差の発生のさせ方を示した。密度試験も3回反復

表一2 土粒子の密度試験の基準測定値と仮誤差の発生のさせ方

試料 区分	試験 反復 No.	測 定 項 目						試 験 結 果	
		m_f ピクメータ ー質量(g)	m_a' (蒸留水+ピクノ メーター)質量(g)	T' m_a' 測定 の水温 (℃)	m_b (試料+蒸留水+ピク ノメーター) 質量(g)	T m_b 測定時 の水温(℃)	m_s 試料の炉乾 燥質量(g)	ρ_{si} 土粒子の密度 (g/cm ³)	ρ_{san} 基準密度 (g/cm ³)
ρ_{s-l}	1	32.956	133.012	18.0	149.413	19.0	26.136	2.686	2.686
	2	33.813	133.771	18.0	150.056	19.0	25.940	2.688	
	3	33.352	133.338	18.0	150.100	19.0	26.722	2.684	
ρ_{s-h}	1	34.547	135.503	17.5	144.327	22.5	14.014	2.748	2.745
	2	36.112	135.514	17.5	144.304	22.5	13.976	2.742	
	3	35.928	135.887	17.5	145.525	22.5	15.301	2.744	
ケース	測 定 の 対 象			仮 誤 差 の 発 生 の さ せ 方				備 考	
	反復 No.	測 定 項 目	測定の種類	変 化 の 単 位		変化の方向	ステップ数		
1	1, 2, 3	m_f, m_a', m_b, m_s { m_a' と m_b, m_b と m_s , m_a' と m_s の各組合せ T'	質 量	0.001, 0.01, 0.1, 1.0		+	各10	{ 水温 vs. 密度, 一次お よび二次回帰	
2	1, 2, 3		質 量	0.001, 0.01, 0.1, 1.0		+	各10		
3	1, 2, 3		温 度	1.0		±	10		

とし、試験結果は三つの値の平均値とした。仮誤差を発生させる測定項目は、質量としての m_f , m_a' , m_b , m_s および温度 T とした。 m_s を求めるためには含水比と同様の測定操作を必要とするが、その影響はすでに検討されたので、ここでは結果としての m_s を項目とした。

ケース1として、質量関係の各測定項目の仮誤差が個々に変化したときの土粒子の密度の較差を検討した。本試験における質量測定のひょう量感度は 0.001 g であるので、質量の仮誤差は小数以下第3位から整数第1位までの4桁を取った。計算に必要な水の密度は温度との二次回帰式から求めた。

ケース2として、質量測定において二つの測定項目に対して同符号の同じ大きさの仮誤差が同時に発生したと想定したときの例を2, 3検討した。

さらに、ケース3として、温度 T の測定に仮誤差が生じたとしたときの影響を、水の密度と温度との関係の一次および二次回帰式を用いた場合について比較検討した。なお、温度 T' は一定とし、 T を 1°C ごとに ± 10 ステップずつ変化させた。

2.3 液性限界試験

表-3に液性限界試験の基準測定値と仮誤差の発生のさせ方を示した。基準測定値は、落下回数の上・下限に対する含水比の変化幅が7%と比較的大きい場合 (w_{L-h}) とそれが約2%で小さい場合 (w_{L-l}) の2種類とした。

実際の液性限界試験の測定項目は、含水比試験の m_a , m_b , m_c と落下回数 N であるが、含水比の測定項目の影響についてはすでに検討されたので、ここではその結果としての含水比を測定項目として、それに対して仮誤差を発生させた。この試験の場合、含水比を変化させたおよそ5回の繰返し測定操作はそれぞれの前後の測定結果と関連が深いので、仮誤差は単位量ごとに前後5ステップ取った。液性限界は落下回数と含水比の関係から一次回帰式を作り、落下回数が25回の時の含水比を算出して求めた。

表-3 液性限界試験の基準測定値と仮誤差の発生のさせ方

試料 区分	測 定 項 目						試 験 結 果	
	試験 No.	m_a 容器+湿潤 土質量(g)	m_b 容器+乾燥 土質量(g)	m_c 容器質量 (g)	w 含水比 (%)	落下 回数 (回)	液性限界 (%)	流動指数
w_{L-1}	1	28.27	23.13	12.80	49.76	33	50.43	4.49
	2	29.92	24.02	12.31	50.38	29		
	3	31.19	24.90	12.42	50.40	25		
	4	31.91	25.29	12.25	50.77	20		
	5	31.59	25.05	12.41	51.74	13		
w_{L-h}	1	28.25	19.44	12.57	128.2	34	129.9	12.99
	2	30.34	20.27	12.46	128.9	30		
	3	31.25	20.46	12.23	131.1	20		
	4	27.89	19.07	12.45	133.2	14		
	5	27.46	18.80	12.39	135.1	10		
ケース	測 定 の 対 象			仮 誤 差 の 発 生 の さ せ 方				
	測 定 項 目		測定の種類	変 化 の 単 位		変 化 の 方 向	ス テ ッ プ	
1	N		回 数	1		±	5	
2	w		%	0.1, 1		±	5	

3. 計算結果および考察

3.1 含水比試験

含水比は3個の測定値 m_a , m_b , m_c を用いて、

$$w_i = \frac{m_a - m_b}{m_b - m_c} \times 100 \quad \dots\dots\dots(1)$$

で計算される。3回反復の平均値が基準含水比 w_{av} である。例えば、 m_a の基準測定値に対して仮誤差 ($\Delta\epsilon$) を発生させたとなると、仮含水比 w_i' は、

$$w_i' = \frac{(m_a + \Delta\epsilon) - m_b}{m_b - m_c} \times 100 \quad \dots\dots\dots(2)$$

式で求められ、3回反復の平均が仮平均含水比 w_{av}' ある。含水比の較差 (Δw) は次式で表される。

$$\Delta w = w_{av}' - w_{av}$$

含水比試験では、すべて「+」の仮誤差を発生させ、仮平均含水比を算出し、含水比の較差を求めた。その結果、 m_a , m_c に仮誤差を発生させた場合の含水比の較差は「+」、 m_b に仮誤差を発生させた場合には「-」となる。当然、「-」の仮誤差を用いると、測定項目に対する較差の符号は逆になる。

図-1は、含水比試験におけるケース1の仮誤差と含水比の較差との関係である。この図では、回帰線が左側に、縦軸に近く位置するほど、同一値の仮誤差の試験結果に対する影響が大きいことを表す。概略的には、 m_a , m_b , m_c とも含水比が高い試料ほど、左側に位置している。これは土壌水分と乾燥土

質量の絶対値の違いによるもので、高含水比試料ほど乾燥土質量が小さくなる傾向があるためである。

測定項目別については、 m_b 、 m_a 、 m_c の回帰線の順に右側に位置する傾向がみられる。 m_a の回帰線は $100/(m_b - m_c)$ の勾配を持つ直線となり、 $(m_b - m_c)$ 、すなわち乾燥土質量が小さいほど、較差は大きくなる。 m_b の仮誤差は含水比計算式の分母、分子に2回用いられ、分子は小さく、分母は大きくするように作用するので、最も結果への影響度が高い測定項目になる。

m_a と m_c の影響の程度は土壌水分と乾燥土の質量比によって決まる。比が大きい、すなわち含水比が小さいほど m_a の方が m_c より影響が大きくなる。 m_b と m_c の回帰線は下に凸形の曲線となるが、常識的に問題にされる仮誤差の範囲内では、ほぼ直線と考えても差し支えない程度の曲率である。100%に近い含水比の場合、 m_a と m_c の質量がほぼ等しく、 m_a では仮誤差が分子を増やし、 m_c では同量の分母を減らすように作用するので効果がほぼ同一となるため、 m_a と m_c がほぼ同一回帰線となる。

図2はケース2の結果である。すべての回帰線はケース1の場合より大きく右側に移動し、仮誤差に対する含水比の較差は3分の1程度に軽減されて

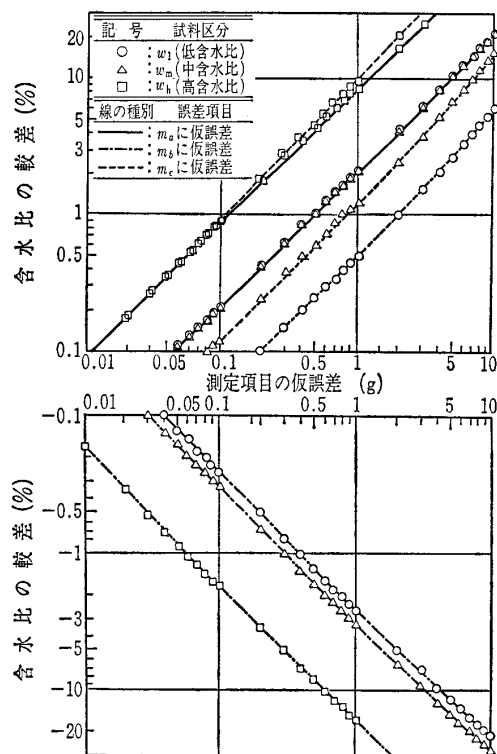


図1 含水比試験におけるケース1の仮誤差と含水比の較差との関係

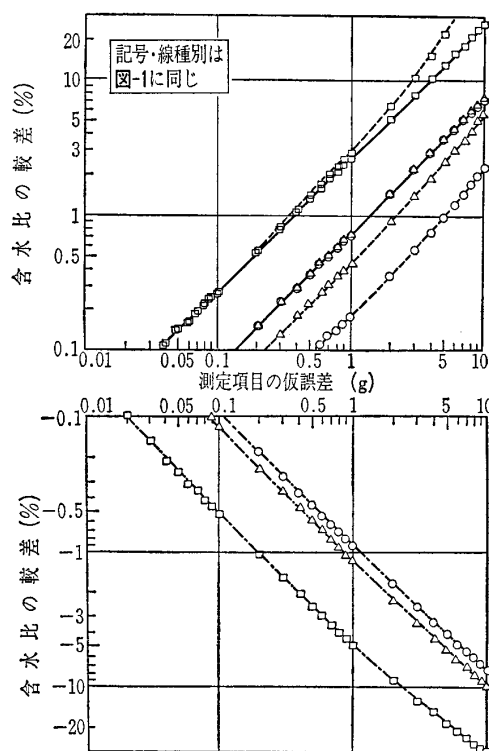


図2 含水比試験におけるケース2の仮誤差と含水比の較差との関係

いることが読み取れる。これより、同一試料に対して3回反復測定することによって、実験誤差の結果への影響を軽減する効果が確認された。

3.2 土粒子の密度試験

土粒子の密度は温度 T の蒸留水を満たしたピクノメーターの質量 m_a と密度の定義式を組み合わせ

$$\rho_{st} = \frac{m_s}{m_s + \frac{\rho_w(T)}{\rho_w(T')} \times m_a' + \left\{1 - \frac{\rho_w(T)}{\rho_w(T')}\right\} m_f - m_b} \quad \dots\dots\dots(3)$$

により算出される。

土粒子の密度試験における、ケース1と2の場合の質量測定関係の測定項目の仮誤差と密度の較差との関係を図3に示した。仮誤差の発生させ方は含水比試験の場合と同様である。

m_f の誤差の影響は、較差 $\Delta\rho_{s-h}$ の結果が図の右端にプロットされ、 $\Delta\rho_{s-l}$ のそれは表示できないことから分かるように、最も小さい。実用上、小数点以下第2位程度の密度の精度で良いならば、1gオーダーの測定で十分である。(3)式の分母の第3項にみられるように、 m_f は1から水の密度の比を引いた0に近い値を乗じて用いられるので、そこで発生する仮誤差の影響も極めて小さく、実用の範囲内では小数点以下の計測は必要ないといえる。

m_a' は、(3)式の分母の第2項で $\rho_w(T)/\rho_w(T')$ との積として使用される。 T と T' がほぼ等しいならば、 m_a' そのものの大きさに仮誤差が加えられ、分母を増加させるように働くので密度は小さくなり、密度の較差は「-」となる。 $\Delta\rho_{s-h}$ と $\Delta\rho_{s-l}$ の違いは両試料の m_a の値の多少によるもので、 m_s の値が小さいほど較差が大きくなる。

m_b は(3)式の分母を小さくするように働き、仮密度が大きくなるた

め較差は「+」となる。同一の仮誤差に対して、 m_a' と m_b は横軸を対象軸として位置し、同程度の結果への影響がみられる。これらは密度の測定値の中では影響度が高い測定項目であるから、最も注意を要する操作が必要となる。

m_s は(3)式の分母、分子の両方で使用されるが、分子の方が絶対値が大きいので、仮誤差の影響が小さくなり、その結果、仮密度は基準密度より小さくなって較差は「-」となる。 m_s の値が大きいほど較差は小さくなるため、逆に、 m_s が小さ過ぎる

と仮誤差の影響が大きくなる。また、同一仮誤差に対して、 m_a' と m_b の60~70%の影響度を示した。

4個の測定項目の中の二つの測定において、同時に両方とも「+」の同じ大きさの仮誤差が発生した場合の密度の較差への複合の影響を検討した。先に見たとおり、 m_f は極端に影響度が小さいので除き、残りの3項目を組み合わせた。 m_a' と m_b はそれぞれが「+」、「-」の同程度の較差を持つので、組み合わせられると相殺してほとんど較差はなくなる。図-3では右端の「-」側に $\Delta\rho_{s-h}$ の結果が示される。 m_a' と m_s は両方とも「-」の較差を持つので、それが合わさって最も大きな較差を生じる。 m_b と m_s は一方が「+」、他方が「-」の較差を持つので差し引きされ、絶対値が大きい方の「+」が残り、較差は緩和される。

ピクノメーターに試料と蒸留水を満たしたときの水温 T が仮誤差を持った場合の密度の較差との関係を図-4に示した。温度20度の違いで、密度の較差は $\Delta\rho_{s-l}$ が0.1前後、 $\Delta\rho_{s-h}$ が約2倍の0.2である。温度測定における現実的な誤差の大きさはせいぜい2,3度ぐらいであろうから、密度の相違を問題にするようなケースでは、温度測定における測定誤差は

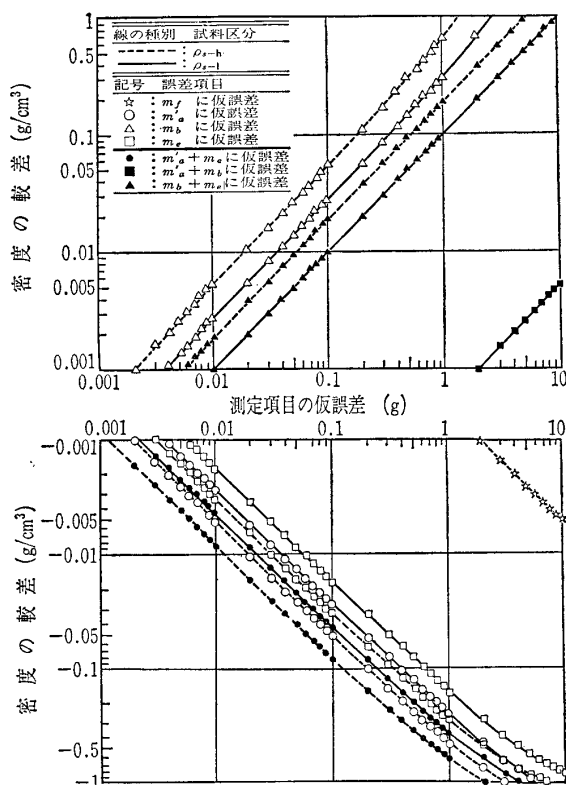


図-3 土粒子の密度試験における質量測定項目の仮誤差と密度の較差との関係

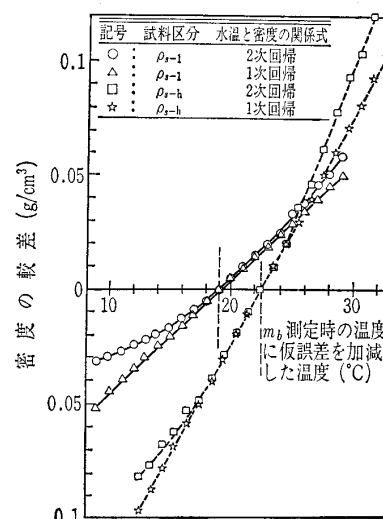


図-4 土粒子の密度試験における温度測定項目の仮誤差と密度の較差との関係

ほとんど問題ない。また、温度と水の密度との関係を精密な二次回帰とするか、少しラフな一次回帰とするかについても、4~5度の範囲内では差はなく、

ほとんど較差を生じさせない結果が得られた。

3.3 液性限界試験

液性限界は、落下回数とそれに対応する含水比の両方にそれぞれの仮誤差を発生させることによって、流動曲線の勾配である流動指数 I_f が変動し、基準値からずれてくる。一つの仮誤差はほかの繰返し操作と直接関連して結果の較差に影響を及ぼすので、変化傾向は複雑になる。

図-5, 6に落下回数の仮誤差と液性限界の較差との関係を示した。落下回数の仮誤差が「+」側の場合、流動曲線の勾配 I_f は、落下回数が25回付近より多いときは急になり、少ないときは緩くなる。結果として、回帰直線は右側にずれて液性限界値は基準値より大きくなり、較差は「+」になる。一方、仮誤差が「-」側にあると、勾配の緩急化の関係や曲線のずれは逆になり、液性限界の較差は「-」となる。仮誤差が「+」のときは落下回数が少ない方が、「-」のときは落下回数が多い方が、それぞれ較差が大きくなる傾向がみられる。

一般的には、落下回数の仮誤差が大きくなるにしたがって、液性限界の較差は大きくなるが、「+」側、「-」側とも落下回数の仮誤差5回に対して較

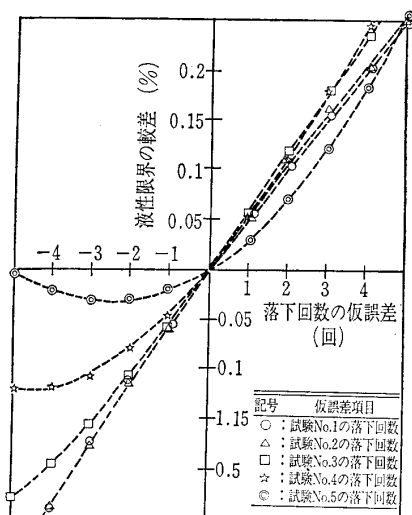


図-5 落下回数の仮誤差と液性限界の較差との関係（含水比の変化幅が大きい場合）

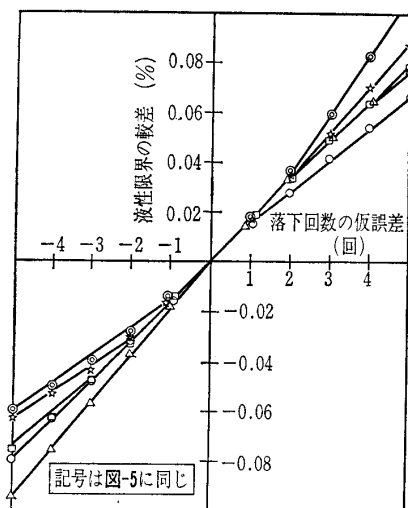


図-6 落下回数の仮誤差と液性限界の較差との関係（含水比の変化幅が小さい場合）

差の最大は、 w_{L-h} で0.3%， w_{L-1} で0.1%で、含水比の影響幅としては小さい。落下回数の最大、最小の含水比差がそれぞれ7%と2%であるから、およそ20数分の1程度の較差である。普通、落下回数の仮誤差は2, 3回程度の大きさになると前後の測定値と近づき過ぎて適当でないことが判断できるので、誤差の可能性としてそれを選択すると、較差は更に小さくなるから全体的に落下回数の仮誤差の影響は小さい。

図-7, 8に含水比測定の見誤差と液性限界の較差との関係を示した。含水比の見誤差が「+」, 「-」されたときの流動曲線の勾配は落下回数のとときと同様の变化の仕方をする。しかし、流動曲線を表示するグラフの縦軸は普通目盛りであるので、縦軸に沿う見誤差の変化に対する影響は比例的な変化となる。ここでは見誤差が「+」で、小数点以下1位の5ステップの場合を表示したが、見誤差が「-」の場合は、原点に対して対象に位置し、1桁上のオーダーに対する較差は10倍になる。

含水比の見誤差に対する液性限界の較差は含水比が低いほど、すなわち早い試験段階の試料ほど大きくなる傾向があるので、同じ含水比測定でも結果への影響度が異なることになる。

4. あとがき

3種類の土の物理試験について、一連の実験手順における各測定段階において見誤差が発生したとし

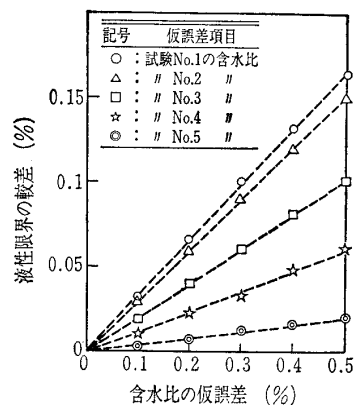


図-7 含水比の見誤差と液性限界の較差との関係（含水比の変化幅が大きい場合）

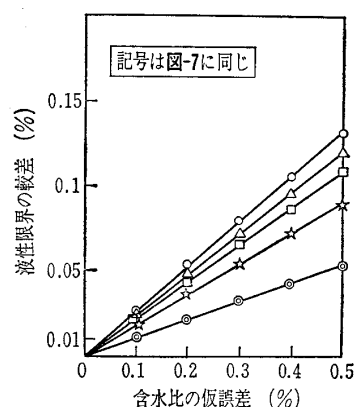


図-8 含水比の見誤差と液性限界の較差との関係（含水比の変化幅が小さい場合）

たときの試験結果への影響が基準実験例を基に具体的な数値として把握できた。これらにより、どの段階で発生する実験誤差が試験結果への影

響が大きいかわ、どの程度の誤差がどの程度の較差を生じさせるかなどが推論できる。また、実験の実施に当たって、誤差の発生を意識させられたときの判定の仕方や試験結果への影響度を考慮した合理的な実験操作などの材料として利用可能である。

今後可能な限り様々なケースの典型的な事例について結果を集積することによって、判断するための基準のパラエティーを増やす必要がある。また、更に一般化するために、数学的、統計学的説明と普遍化が必要であると考えられる。

参 考 文 献

- 1) 土質工学会編：土質試験法，1984.
- 2) 土質試験の方法と解説，土質工学会，1992.
- 3) 原 喜伴：土質試験法の手法上の要点と注意点，土と基礎，Vol. 21, No. 4, pp. 49～55, 1973.
- 4) 箭内寛治：物理試験結果の意味と適用限界，土と基礎，Vol. 21, No. 4, pp. 13～18, 1973.
- 5) 土田 孝・田中洋行・小林正樹：土質調査結果に及ぼす人為的要因の影響，土と基礎，Vol. 36, No. 9, pp. 49～54, 1988.

(原稿受理 1992. 4. 7)