

カムクレイに学ぶ

6. カムクレイとその後の発展(2)

関 口 秀 雄 (せきぐち ひでお)

京都大学助教授 工学部土木工学教室

6.3 非古典弾塑性構成式への序論

複雑な載荷履歴に対する応答や繰返し塑性をより正確に記述するために、斬新な構成式の追求が現在も活発に行われている。

ここでは、かつては前衛的な提案でありながら、次第にその理論的有用性によって現在では、「非古典的な弾塑性モデルの中でも“古典的な地歩”を占める」モデルを簡潔に紹介する。具体的には、いわゆる降伏曲面の内部における塑性ひずみの記述を可能にする境界曲面 (bounding surface) モデル^{13)~15)}と下負荷曲面 (subloading surface) モデル¹⁶⁾を取りあげる。これら両モデルの相互関係や発展史については、橋口¹⁷⁾に詳しい。

6.3.1 降伏曲面の役割の見直し

古典弾塑性理論では降伏関数 f を定義し、それによって弾塑性状態 ($f=0$) と弾性状態 ($f<0$) を峻別している。これは、一種の二値化操作とみなすことができる。すなわち、いくら現在の応力点が降伏曲面 ($f=0$) に近くとも、 $f<0$ であるかぎり、「どれだけ降伏曲面に近い」ということは意味をもたない。なぜならば、塑性ひずみ速度の発生の可能性を $f=0$ の場合にのみ、許容しているからである。

しかし、実際の材料では現在の応力点が古典的な降伏曲面に近づくほど、弾性的な応答からのずれは顕著になる傾向がある。

上述の問題点を、境界曲面モデルと下負荷曲面モデルは巧みに解決している。まず境界曲面モデルを例にとって説明する¹⁵⁾。図—6.2 中の境界曲面 ($f=0$) が、古典弾塑性モデルにおける降伏曲面に対応している。境界曲面の“大きさ”は、応力空間 (この例では p , q -空間) における投影中心 C からの動径 r によって表すことができる。この境界曲面が塑性変形履歴に応じて拡大したり、縮小したりすると

ころは、古典理論の場合と共通である。

さて、考えている物体点の現在の有効応力状態 σ_{ij}' が図—6.2 中の点 A で表されるとする。また、現在の応力点を通る負荷曲面 (loading surface) が常に存在し、かつそれが境界曲面と相似形であると仮定する。この場合の相似中心が点 C である。点 C から点 A を結ぶ動径を延長すると、境界曲面

$$f((\sigma_{ij}')_{bs}, \xi) = 0 \quad \text{.....(1)}$$

の上に、投影点 B を定めることができる。この意味で点 C を投影中心とよんでいる。以下、境界曲面に依拠する物理量を明示する必要がある場合には、下付きの添字 bs を付すことにする。

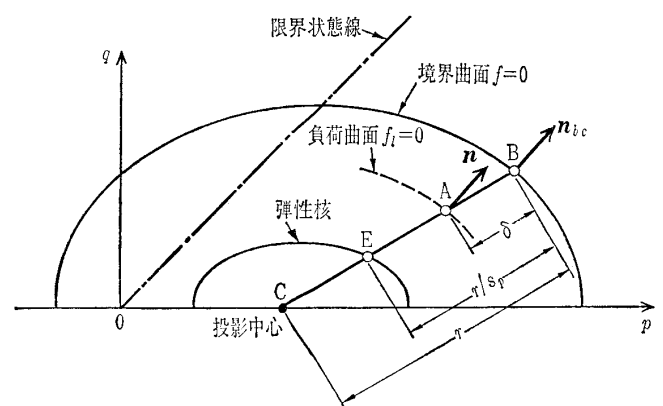
式(1)に現れる投影点の応力状態 $(\sigma_{ij}')_{bs}$ は、現在の応力状態 σ_{ij}' と次のように関係づけることができる。

$$(\sigma_{ij}')_{bs} = b \cdot (\sigma_{ij}' - \alpha_{ij}) + \alpha_{ij} \quad \text{.....(2)}$$

ここに、 α_{ij} は投影中心の位置を指定するテンソル量である。パラメーター $b (\geq 1)$ の値を定めるには、式(2)の表現を式(1)に代入し、それを b について解けばよい。パラメーター b と、図—6.2 中に表示したパラメーター r と δ の間には次の関係がある。

$$r/\delta = b/(b-1) \quad \text{.....(3)}$$

現在の応力点 A において、負荷によって発生する塑性ひずみ速度は、応力状態が境界曲面上の投影点



図—6.2 境界曲面モデルの特徴を示すスケッチ

講 座

Bにある場合に比較してかなり小さくなるはずである。実際、境界曲面モデルでは、2点AB間の“無次元化された距離尺度 r/δ ”の大きさに応じて、境界曲面の内部において生じる塑性ひずみ速度の大きさをコントロールしている。なお、 $\delta \rightarrow 0$ すなわち $b \rightarrow 1$ の場合には、負荷曲面は境界曲面に一致する。すなわち、応力状態が境界曲面上にとどまる場合の挙動は古典理論の場合と同様になる。

下負荷曲面モデル¹⁶⁾では、正規降伏曲面(normal-yield surface)が上述の境界曲面に対応する(図—6.3参照)。下負荷曲面(subloading surface)は、文字どおり、正規降伏曲面(境界曲面)の内部に想定された負荷曲面(loading surface)を表している。初期バージョンの下負荷曲面モデルでは、現在の応力点を通る下負荷曲面は正規降伏曲面と相似であり、その相似中心(かつ投影中心)は応力空間の原点Oに一致している。また、弾性核は原点Oに縮退している。すなわち、原点O以外では、正規降伏曲面(境界曲面)の内部の点においても常に塑性変形の発生可能性がある。実際に塑性ひずみが生じるのは、古典理論の場合と同様に、負荷条件が満たされる場合である。

6.3.2 動径方向投影ルールに基づく定式化

境界曲面モデルと初期バージョンの下負荷曲面モデルの理論構造は、上述のとおり、基本的なところでは共通している。ここでは、これらの弾塑性モデルの定式化の要点をまとめておく(図—6.2参照)。

ある応力状態のもとで負荷に伴い発生する塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ を記述するには、一般に、次の3要素を規定すればよい。

- ① 塑性ひずみ速度の方向を規定するテンソル m_{ij}
- ② 負荷条件を規定するための方向場 n_{ij}
- ③ 塑性ひずみ速度の大きさを規定するスカラー量 H

具体的には、次のような表現を採用すればよい。

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = (n_{kl} \dot{\sigma}_{kl}' / H) \cdot m_{ij} \dots \dots \dots (24)$$

ここに、 m_{ij} はいわゆる塑性ポテンシャル曲面に垂直な単位ベクトルに相当している。また、 n_{ij} は降伏曲面(あるいは負荷曲面)の上に立てた単位法線ベクトルに相当する。パラメーター H は塑性係数であるが、先報¹⁸⁾の式(A11)に導入した塑性係数 h

とは次の関係がある。

$$H = h / [||\partial f / \partial \sigma' || \cdot ||\partial g / \partial \sigma' ||] \dots \dots \dots (25)$$

$$||\partial f / \partial \sigma' || = [(\partial f / \partial \sigma_{kl}') (\partial f / \partial \sigma_{kl}')]^{1/2} \dots \dots \dots (26)$$

$$||\partial g / \partial \sigma' || = [(\partial g / \partial \sigma_{kl}') (\partial g / \partial \sigma_{kl}')]^{1/2} \dots \dots \dots (27)$$

境界曲面モデルと下負荷曲面モデルでは、関連流れ則を採用しているので、式24の代わりに次式を用いてよい。

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = (n_{kl} \dot{\sigma}_{kl}' / H) \cdot n_{ij} \dots \dots \dots (28)$$

ただし、現在の応力点は負荷曲面 $f_l = 0$ の上にあるものとする。

これらのモデルを特徴づける動径方向投影ルール(radial mapping rule)によると、次の関係を利用することができる。

$$n_{ij} = (n_{ij})_{bs} \dots \dots \dots (29)$$

$$(n_{ij})_{bs} = \partial f / \partial (\sigma_{ij}')_{bs} / ||\partial f / \partial (\sigma')_{bs} || \dots \dots \dots (30)$$

$$H = \Phi((H)_{bs}, r, \delta, s_p) \dots \dots \dots (31)$$

式29の幾何学的意味は図—6.2を参照すると、よくわかる。式29の右辺の量を具体的に評価するには、式30を使用すればよい。

式31の意図するところは、現在の応力点Aに対応する塑性係数 H の値を一種の内挿法で求めようというものである。この方法は、現在の応力点Aとその時点までの塑性変形履歴によって、境界面上に投影応力点Bを一義的に定めることができること、また整合条件によって境界曲面に依拠した塑性係数 $(H)_{bs}$ の値を定めることに着目した巧妙な方法である。

境界曲面に依拠した塑性係数 $(H)_{bs}$ は、先報の式(A12)の導出手順を参照すると、次のようになる。

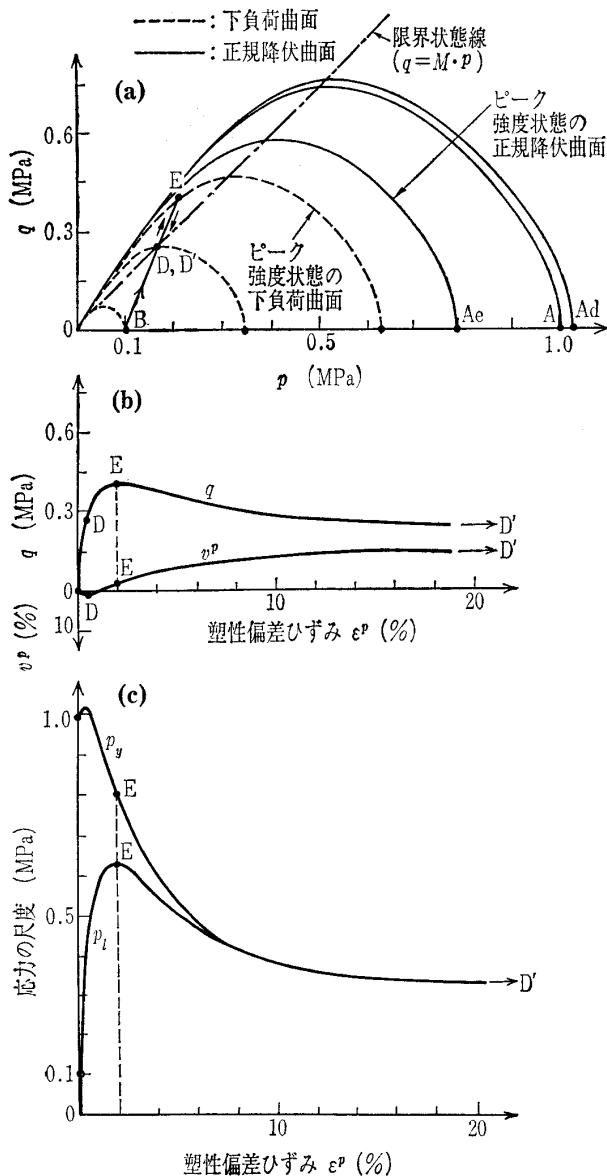
$$(H)_{bs} = \frac{(-\partial f / \partial \xi) (\partial \xi / \partial \epsilon_{mn}^p) M_{mn}}{||\partial f / \partial (\sigma')_{bs} || \cdot ||\partial g / \partial (\sigma')_{bs} ||} \dots \dots \dots (32)$$

内挿則31の具体的な表現は、モデルによる予測と実験結果とがよくマッチするように試行的に定める必要がある。

6.3.3 下負荷曲面モデルの適用例

下負荷曲面モデル¹⁶⁾による過圧密粘土の排水せん断挙動の予測例を紹介しよう。

等方的に1.0 MPaの有効圧力のもとで圧密された仮想粘土試料を考える(図—6.3(a)参照)。圧密終了時点の正規降伏曲面(境界曲面)は、図中の点Aを通る曲面である。この時点では、下負荷曲面は

図—6.3 下負荷曲面モデルの適用例⁽⁴⁾

正規降伏曲面と一致している。

なお、ここに採用された正規降伏曲面は、カムクレイと同様に塑性体積ひずみ v^p の蓄積に応じて等方的に拡大または縮小するようなものである。すなわち、

$$f = f^*((\sigma_{ij}')_{bs}) - F(v^p) = 0 \quad \dots\dots\dots (33)$$

$$\partial f^* / \partial (p)_{bs} = 0 \quad (q = M \cdot p \text{ において}) \quad \dots\dots\dots (34)$$

上述の土試料を次に、等方的に有効圧力 0.1 MPa まで膨潤させる。膨潤過程は本モデルでは厳密に除荷過程になる。したがって、この間は正規降伏曲面は不動である。一方、膨潤終了後の下負荷曲面はその時点の応力点 B を通る破線の曲線となる。

この試料に対して引続き、側圧一定のもとで、ひずみ制御式の排水三軸圧縮試験を行う。応力状態が点 D に達したときの下負荷曲面と、対応する正規降伏曲面

荷曲面（点 A_a を通る）も合わせて図—6.3(a) 中に示してある。負荷過程 BD に生じる塑性体積圧縮のために、正規降伏曲面はわずかに拡大している。点 D の状態から引続いて軸方向圧縮を行うと、点 E でピーク強度状態に達する。それ以降は軸方向圧縮とともに主応力差 q の値は減少する。そして、点 D' の状態で限界状態、すなわち完全塑性の状態に達する。

膨潤終了以後の主応力差 $q \sim$ 偏差塑性ひずみ ε^p の関係と、塑性体積ひずみ $v^p \sim$ 偏差塑性ひずみ ε^p の関係を、まとめて図—6.3(b) に示す。同図より、過圧密粘土の典型的な応力-ひずみ曲線が本モデルによってよく再現されていることがわかる。

また、膨潤終了以後の正規降伏曲面の大きさを表す塑性履歴パラメータ p_v と、下負荷曲面の大きさを表す等価圧力 p_l の推移を、偏差塑性ひずみ ε^p に対して描くと図—6.3(c) のようになる。ここに、 p_v と p_l はそれぞれ、 p -軸と正規降伏曲面あるいは下負荷曲面との交点の横座標値を表している。

上述の下負荷曲面モデルではまた、図—6.3(a) 中の点 D の状態 ($q = M \cdot p$) で $dv^p / d\varepsilon^p = 0$ 、かつ $dq / d\varepsilon^p > 0$ となるように、塑性係数 h の表現に工夫をこらしている。具体的には、次のようにおいている。

$$h = (dF / dv^p) \cdot [\partial f^* / \partial (p)_{bs} + 20 \ln(R)] / R \quad \dots\dots\dots (35)$$

とおいている。ここに、

$$R = p_l / p_v \quad (0 \leq R \leq 1) \quad \dots\dots\dots (36)$$

上式のパラメータ R は、いわゆる過圧密比 (overconsolidation ratio; OCR) の逆数にあたる量である。式(35)から明らかなように、パラメータ R の値が 1 に等しい場合には正規降伏曲面上での挙動を表す。

しかるに、正規降伏曲面の内部においては $R < 1$ なので、式(35)の右辺の付加項 $[20 \ln(R)]$ の寄与により、応力点が最初に $q = M \cdot p$ 線を横切る際には塑性係数 h の値はゼロにはならない。そして塑性変形の進行とともに、パラメータ R の値は 1 に漸近していくので、最終的には $q = M \cdot p$ という応力条件のもとで限界状態が実現する。

このようにして本モデルは、「負のダイレイタンスが生じた後に正のダイレイタンスが発現し、それから限界状態に遷移していく」という過圧密粘土の興味深いせん断特性をうまく再現している。

6.4 繰返し塑性

本報のねらいを比喩的にいうと、「カムクレイという母船からできるだけ、スムーズに離陸し、“繰返し塑性(cyclic plasticity)”という可能性に満ちた領域を一瞥しよう」ということになる。そのための有力機が、境界曲面モデル（および下負荷曲面モデル）というわけである。

実際の土の繰返し载荷に伴う挙動は多岐にわたるが、ここでは、ひずみレベルが比較的大きく、ダイレイタンシー挙動が顕在化するような領域を念頭においている。換言すると、繰返しせん断によって土要素が多分に破壊したり、あるいは著しい剛性の低下が生じるような領域である。これらの特性はそれ自体、土の繰返し塑性の面白さを表している。また、モデルの予測能力を吟味するための拠り所ともなる。

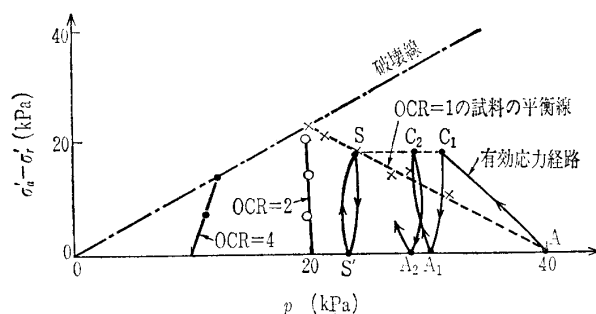
以上に述べたことに鑑み、次項では、土の繰返し塑性に関する重要な実験的知見を、かいつまんで述べる。これをうけて 6.4.2 節では、境界曲面モデルによる予測例を紹介する。繰返し塑性のモデリングにおける今後の課題については、6.4.3 節に簡潔にまとめる。

6.4.1 土の繰返し塑性に関する重要な実験的知見

(1) 粘性土の非排水片振り繰返しせん断特性

Sangrey（サングレイ）ら¹⁹⁾は、等方圧密した粘土試料に対して一連の繰返し三軸非排水試験を行い、興味ある実験結果を得ている。図—6.4 はその代表的な結果を示したものである。まず正規圧密試料 (OCR=1) に着目する。繰返しせん断は、40 kPa の圧力で等方圧密した後（点 A），応力制御式で所定の主応力差（図示したケースでは 18 kPa）まで加え（点 C₁），それから主応力差の値をゼロまで減らしている（点 A₁）。このような一連の繰返しせん断の結果、平均有効応力 p の値は次第に減少していく。実際、有効応力経路の頂点（上側の折返し点）の位置に着目すると、それは点 C₁→点 C₂ のように左方へシフトしている。

特に興味深いことは、繰返しサイクル数がある回数以上になると、有効応力経路が図示した経路 SS' のように閉じたループを描くことである。換言する



図—6.4 粘性土の非排水片振り繰返しせん断試験結果¹⁹⁾

と、この土試料は与えられた繰返しせん断条件のもとで、一種の“平衡状態”に達する。図示したケースでは、点 S がこのような“平衡点”を表している。

変動させる主応力差の値を 18 kPa よりも小さく設定すると、図示した 3 ケース のように、平衡点 (×印) は点 S の右下に位置することになる。他方、変動主応力差の値を 18 kPa よりも大きく設定すると、平衡点 (×印) の位置は点 S よりも左上となる。これらの平衡点をすべて連ねたものが、破線で表示した平衡線である。

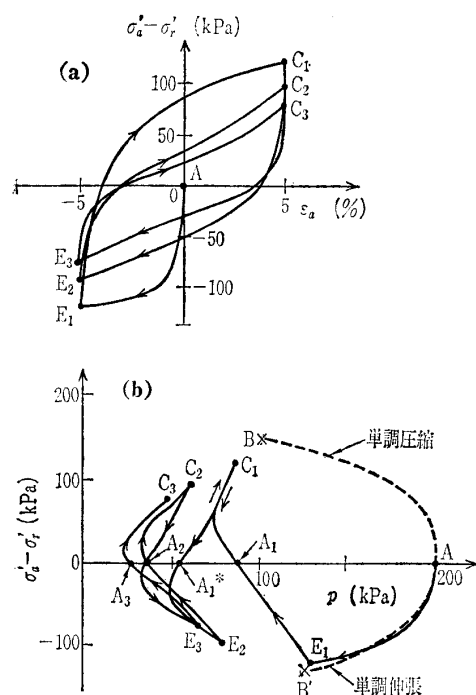
過圧密された粘土試料 (OCR=2 あるいは OCR=4) に対しても、正規圧密粘土試料と同様に非排水繰返しせん断における平衡線の存在することを、Sangrey らは実験的に確かめている。

先述の境界曲面モデルでは、図—6.2 に示したように、弾性核（純粋に弾性応答する領域）を導入している。これは、Sangrey らによって見いだされた「粘性土の非排水繰返しせん断における平衡線の存在」を多分に意識したものである。この点については後ほど、再びふれる。

(2) 粘性土の非排水両振り繰返しせん断特性

粘性土の非排水両振り繰返しせん断特性に関して、その重要な側面が軽部・栗原²⁰⁾によって明らかにされている(図—6.5 参照)。図—6.5 (b) に示すとおり、粘性土供試体は圧密圧力 196 kPa のもとで等方圧密された後、軸ひずみ変動 $\varepsilon_a = \pm 5\%$ の繰返し三軸試験に供されている。

具体的には、まず三軸伸張モードで軸ひずみ $\varepsilon_a = -5\%$ までせん断が行われた。対応する有効応力経路が AE₁ である。興味深いのは、その後のせん断方向の反転に伴う挙動である。すなわち、点 E₁ 以降の平均有効応力の著しい減少に注目したい（カムクレイによれば、平均有効応力 p の値は、主応力差の



図—6.5 正規圧密粘土の非排水繰返しせん断試験の結果²⁰⁾

値が点 E_1 の対称位置のレベルに増えるまで、一定値にとどまるはずである。しかし、実験ではそうはなっていないところが面白い。

軸ひずみ ε_a が 5% に達するまでの有効応力経路 E_1C_1 をさらに詳しくながめてみよう。主応力差の値が 60 kPa を越えたあたり（変相点に対応する）から、有効応力経路は右上方向に転じていることに気がつく。

点 C_1 から再びせん断方向が反転されている。その結果、平均有効応力 p はやはり著しく減少し、ある点以降（伸張側の変相点以降）は、いわゆるダイラタント（dilatant）な挙動を示している。

以上のような繰返しせん断（2.5 サイクル）の結果、平均有効応力 p の値は、点 A_3 では 25 kPa にまで減少している。この粘土試料は、この状態では過圧密的になっているとみなしてもよい。なぜならば、その後の点 C_3 までの半サイクルにおける有効応力経路は、典型的な過圧密粘土の有効応力経路の特徴を備えているからである。

工学的には、図—6.5(a) に示されているように、繰返しせん断に伴う強度低下と剛性低下の傾向を把握することが重要になる。

(3) 緩詰め砂の非排水繰返しせん断特性

緩詰め砂も正規圧密粘土と同様に、せん断中の体

積収縮の傾向が著しい。したがって、非排水せん断状態の場合には、せん断中に平均有効応力 p の値は最初、かなり減少することになる。図—6.6 は、Ishihara ら²¹⁾ によって求められた緩詰め砂（間隙比 $e=0.756$ ）の非排水繰返しせん断試験中の有効応力経路を示したものである。図中の有効応力経路上の点 3 が変相点である。この点に至るまでは、たしかに平均有効応力は減少傾向にある。変相点以降はダイラタントな挙動を示している。点 4 においてせん断方向が反転されているが、興味深いことに、このせん断方向の反転に伴う平均有効応力の減少が極めて著しい。この傾向は、せん断応力の反転が、変相点に到達以前に行われた供試体 ($e=0.757$) の有効応力経路 2'6' に比べても、特筆される。

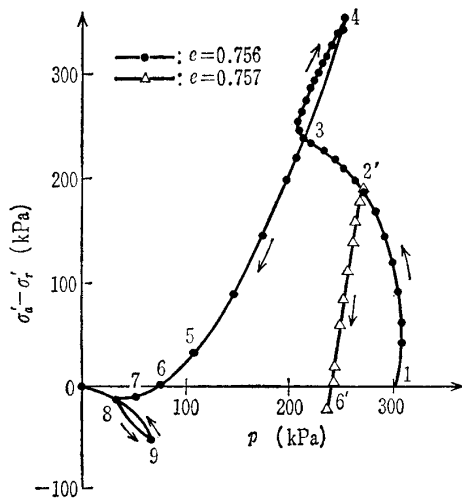
ちなみに、点 6 における平均有効応力の値は 70 kPa 程度である。この点を越えてさらに伸張側までせん断すると、再びダイラタントな挙動が点 8 以降で顕著になる（この意味で、点 8 は変相点に当たる）。点 9 において、再びせん断方向を反転すると、平均有効応力の値はやはり著しく減少する。その結果、このケースでは平均有効応力の値はゼロに至っている。

以上に述べた緩詰め砂の非排水せん断特性は、正規圧密粘土の半サイクル以降の非排水繰返しせん断特性（例えば、図—6.5(b) 中の有効応力経路 $A_1C_1A_1^*$...）とよく似ている。ただし緩詰め砂の場合には、平均有効応力 p の値が繰返しせん断によって容易にゼロにまで減少すること、また、それに伴う剛性の低下傾向がより顕著である点で、その工学的な取扱いとは正規圧密粘土よりも一般に厄介である。

しかしながら、両者の基本的な繰返しせん断特性は上述のように共通するところが多いので、構成モデルとしてはこの点を重視したモデルが望ましいといえる。

構成モデリングの詳細にかかわる事項として、 p - q 平面で定義した変相角（変相点と原点を結ぶ直線の傾き）について簡単にふれておく。この有効応力比 q/p の値は、圧縮モードと伸張モードのそれぞれにおいて、塑性ひずみ増分比 $dv^p/de^p=0$ となる有効応力比（すなわち限界状態パラメーター M ）の値に対応する。図—6.6 の実験結果によると、伸張モードにおける限界状態パラメーター M_e の値は、

講座

図—6.6 緩詰め砂の非排水三軸試験の結果²¹⁾

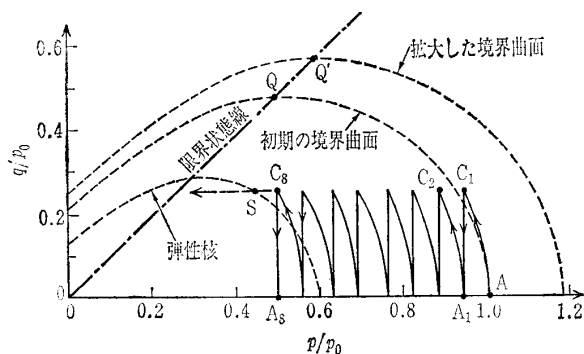
圧縮モードにおける限界状態パラメーター M_c よりもかなり小さくとる必要がある。この点に関して、例えば、Dafalias (ダファリアス)¹⁴⁾や Pastor (パスター) ら²²⁾は、限界状態パラメーター M の値を Lode (ロード) 角に応じて変化させるという実際的な方法で対処している。また、松岡・中井²³⁾は、空間滑動面という概念に基づく有力な方法論を展開している。

6.4.2 境界曲面モデルの適用例

ここでは境界曲面モデル^{13), 15)}を例にとって、粘性土の非排水繰返しせん断を記述するうえでの留意点を明らかにする。

(1) 応力制御式の非排水片振り繰返しせん断

三軸試験装置を用いて、応力制御式の非排水片振り繰返しせん断を行う場合を想定してみよう。簡単のために、等方正規圧密試料を考える。図—6.7は、このような状況に対する境界曲面モデルの予測例¹³⁾である。圧密終了時点の境界曲面は、点Aと点Qを通る図示した曲面である。その形状は、限界状態線

図—6.7 境界曲面モデルによる非排水片振り繰返しせん断の予測例¹³⁾

よりも右側 (wet 側) では楕円である。一方、限界状態線よりも左側 (dry 側) の境界曲面は、右側部分と対称をなす楕円ではなく、それよりも“ふくらみ”の程度を抑えた曲面となっている。その理由は、過圧密粘土に対する予測精度を上げるためである (ただし本節では、wet 側の挙動予測が主なので、dry 側の境界曲面の形状の選び方については、これ以上ふれないことにする)。

さて、繰返しせん断の予測は、図示したように8サイクルにわたって行われている。設定された主応力差の変動量と圧密圧力の比は、0.25である。まず、弾性核が原点に縮退している場合の予測結果を取り上げる。

せん断開始後、最初の半サイクル (AC_1) の間に平均有効応力 p の値は減少し、これに対応して境界曲面は順次、応力点 C_1 を通る配置にまで拡大する (この挙動は本質的には、カムクレイの場合と同様である)。ただし、ここでは複雑さを避けるために、点 C_1 を通る境界曲面は描いていない。

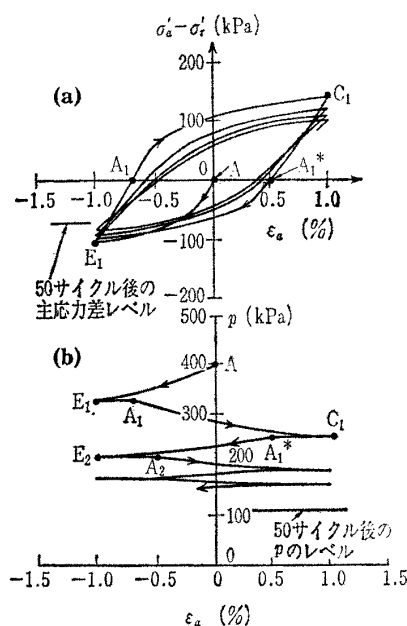
次の半サイクル (C_1A_1) の挙動は、境界曲面モデルでも、カムクレイと同様に弾性的になる (負荷基準については、先報に詳しく述べた)。

カムクレイの場合と挙動が異なってくるのは、点 A_1 以降である。すなわち、境界曲面モデルでは、“軸方向の再圧縮過程は弾塑性的”になる。そのため、平均有効応力 p の値は、経路 A_1C_2 のように減少する。しかるに、引続く“軸方向伸張過程では除荷になり、応答は弾性的になる”。例えば、点 C_2 を通る負荷曲面について負荷基準をチェックすれば、このことを直ちに確認することができる。

以下、半サイクルごとに、“弾塑性過程”と“除荷弾性過程”を繰り返して、8サイクルのせん断終了時点には、有効応力状態は、点 A_8 の位置までシフトする。この時点には、境界曲面は図中の点 Q' を通る配置まで拡大している (カムクレイの場合には、有効応力経路は点 A_1 以降、点 A_1 と点 C_1 の間を往來するだけである)。

さて、「境界曲面モデルの場合、さらに同一応力振幅のもとで繰返しせん断を継続すると、どのようなことになるであろうか？」

回答は次のようである。すなわち、「図—6.7中に描いた矢印のように、有効応力経路の頂点 (上側の



図—6.8 境界曲面モデルによる非排水
両振り繰返しせん断の予測例¹³⁾

折返し点)は左方へ止まることなくシフトし、最終的には限界状態線に到達する。」この結果は、残念ながら、Sangrey らによって見いだされた繰返しせん断における平衡線の存在という実験事実(図—6.4)とは、相容れない。

この点を是正するための実際的な工夫が、弾性核の導入である。もし、図—6.7に示すような大きさの弾性核を導入すると、応力振幅が同一の場合、有効応力経路の頂点(上側折返し点)は点Sの位置で落ち着くことになる。

(2) ひずみ制御式の非排水両振り繰返しせん断

三軸試験装置を用い、等方正規圧密粘土に対して非排水両振り繰返しせん断を行う場合を考えてみよう。繰返しせん断としては、軸ひずみ変動 $\epsilon_a = \pm 1.0\%$ のもとで、50サイクル行うとする。図—6.8は、このような条件設定のもとにおける境界曲面モデルの予測例¹³⁾を示したものである。

繰返しせん断は、軸方向伸張モードで始まり、それから軸方向圧縮に転じている。この間の主応力差-軸ひずみ応答が、図—6.8(a)中の曲線 $AE_1A_1C_1$ である。同図に示すとおり、結局、50サイクルの繰返しせん断によって、主応力差(絶対値)は、70 kPa まで低下していることがわかる。これに対応する平均有効応力-軸ひずみ応答は、同図(b)のようである。すなわち、平均有効応力の値は、圧密時の

400 kPa から、繰返しせん断によって比較的速やかに減少し、50サイクルの繰返しせん断終了時点では110 kPa の水準にまで低下している。これらの結果は、文献15)に提示されている実験結果とおおむね対応している。

したがって、限界曲面モデルがかなり有力な繰返しせん断モデルであることは、この例からも推量することができる。

6.4.3 今後の課題

以上に紹介した境界曲面モデルは、その理論構造が比較的わかりやすいので、工学的な繰返し载荷問題を扱う際にも有効であろう。ただし、この境界曲面モデル(等方硬化/軟化バージョン)は、その性質上、「せん断応力の反転に伴う負のダイレイタンシー傾向をうまく記述しえない」という制約が残っている。

例えば、図—6.8(b)の予測結果を参照すると、区間 E_1A_1 の挙動に端的にこのことが現れている。区間 E_1A_1 は、「軸方向伸張から軸方向圧縮にせん断モードが反転しながらも、主応力差の符号はまだ反転していないプロセス」に当たる。この場合、紹介した境界曲面モデルは等方硬化/軟化モデルなので、その負荷基準に照らして判定すると、「同プロセスは常に除荷弾性プロセス」になってしまう。したがって、非排水条件では、平均有効応力 p の値は一定値を保たざるを得ない。

粘性土の場合に限らず、あるいはそれ以上に砂質土では、せん断方向の反転に伴う負のダイレイタンシー傾向が重要である(図—6.6参照)。したがって、繰返し塑性モデルとしてはこのような土の興味深い性状を合理的、かつ簡潔に記述しうるものが望まれる。その手がかりとしては、移動硬化則(kinematic hardening rule)の積極的な適用がある。この方面の解説は、文献17)、24)に詳しい。また、文献25)、26)には、この方向に沿う意欲的な構成モデルが提案されている。

参 考 文 献

- 13) Dafalias, Y.F. and Herrmann, L.R.: Bounding surface formulation of soil plasticity, in Pande, G.N. and Zienkiewicz, O.C.(eds.), Soil Mechanics—Transient and Cyclic Loads, John Wiley & Sons, pp. 253~282, 1982.
- 14) Dafalias, Y.F.: Bounding surface plasticity, II: Application to isotropic cohesive soils, J. Eng.

講座

- Mech., ASCE, Vol.112, No.12, pp.1263~1291, 1986.
- 15) Kaliakin, V.N. and Dafalias, Y.F.: Simplifications to the bounding surface model for cohesive soils, *Int. J. Num. Anal. Methods Geomech.*, Vol.13, pp. 91~100, 1989.
 - 16) Hashiguchi, K.: Constitutive equations of elastoplastic materials with elastic-plastic transition, *J. Appl. Mech.*, ASME, Vol.102, No. 2, pp.266~272, 1980.
 - 17) 橋口公一：最新弾塑性学，朝倉書店，1990.
 - 18) 関口秀雄：カムクレイに学ぶ 6.カムクレイとその後の発展，土と基礎，Vol. 41, No. 11, pp. 97~102, 1993.
 - 19) Sangrey, D.A., Henkel, D.J. and Esrig, M.I.: The effective stress response of a saturated clay soil to repeated loading, *Canadian Geotech. J.*, Vol. 6, No. 3, pp. 241~252, 1969.
 - 20) 軽部大蔵・栗原則夫：練返し粘土のダイレイタンスーとせん断強度について，土木学会論文集，第 135 号，pp. 16~24, 1966.
 - 21) Ishihara, K., Tatsuoka, F. and Yasuda, S.: Undrained deformation and liquefaction of sand under cyclic stresses, *Soils and Foundations*, Vol.15, No. 1, pp. 29~44, 1975.
 - 22) Pastor, M., Zienkiewicz, O.C. and Chan, A.H.C.: Generalized plasticity and the modelling of soil behaviour, *Int. J. Num. Anal. Methods Geomech.*, Vol.14, pp. 151~190, 1990.
 - 23) Matsuoka, H. and Nakai, T.: Stress-deformation and strength characteristics of soil under three different principal stresses, *Proc. JSCE*, No. 232, pp. 59~70, 1974.
 - 24) Wood, D.M.: Approaches to modelling the cyclic stress-strain response of soils, in O'Reilly, M.P. and Brown, S.F.(eds.), *Cyclic Loading of Soils*, Blackie, Van Nostrand Reinhold, pp. 19~69, 1991.
 - 25) Oka, F.: A cyclic elasto-viscoplastic constitutive model for clay based on the non-linear hardening rule, in Pande, G.N. and Pietruszczak, S. (eds.), *Numerical Models in Geomechanics*, Vol. 1, pp.105~114, 1992.
 - 26) Nakai, T., Taki, H. and Funada, T.: Simple and generalized modelling of various soil behaviour in three-dimensional stresses, in Kolymbas, D. (ed.), *Modern Approaches to Plasticity*, Elsevier Science Publishers B.V., pp. 561~584, 1993.