

数値解析：最近の動向

Recent Trends in Numerical Methods for Geomechanics

大 西 有 三 (おおにし ゆうぞう)

京都大学教授 工学部交通土木工学科

1. はじめに

最近のダウンサイジングに伴うパーソナルコンピューターの氾濫は、否応なしに身近なコンピューターの存在を認識させてくれる。コンピューター利用が日常的である地盤工学の分野でそれがもっとも威力を発揮しているのが、技術計算とりわけ数値解析の分野である。

地盤工学では、従来、地盤材料の複雑な性質を単純化し、境界条件・初期条件を簡素化して解析を行ってきた。このように単純化して得られた答は、実際の設計において重要な役割を果たすことはいうまでもないが、実際の地盤の挙動は、その非線形性、非均質性、異方性、水に対する依存性、不連続性などによって大きく影響を受けるため、重要構造物の設計などにおいてはこれらの影響を慎重に考慮しなければならない。

このような状況から、地盤工学の分野では早くから数値解析の重要性が認識され、その中でも地盤の非均質性、非線形などを最も容易に導入できる有限要素法は、中心的な役割を占めてきた。また、コンピューターの発達や計算技術の進歩は有限要素法だけでなく、差分法、境界要素法、個別要素法などいろいろな数値解析手法の能力を高め、それらの利用度を大きく拡張してきている。このため、今まで実用的に不可能とされていた解析が行われ、それによって理論の不備が発見されたりするようになってきた。このようなことは、従来の思考の範疇では考えられなかったことで、コンピューター解析技術の急激な進展に目を見張るばかりである。本総説では、最近の文献を参考にしながら、いくつかの数値解析に関連する話題をとりあげて紹介する。

2. 地盤工学における数値解析

2.1 基礎方程式

コンピューターの高速化、大容量化に伴い、数値解析の重要性が今後ますます増大することは明らかである。しかし、数値解析で地盤の挙動を完全に再現できるかと言えば、現状では当然答は否といわざるをえない。有限要素法のような数値解析は単なる計算の手段であって、地盤の本質を表現するものではない。すなわち、今まで地盤の巨視的な挙動を基礎方程式に載せ、境界条件・初期条件を設定して解いているため、基礎式の範疇を越えることがないためである。

地盤工学の分野で用いられる基礎方程式は、一般に線形二階偏微分方程式の型をとり、楕円型・双曲型・放物

型の三つの型に分類される。Gudehus (グーデフス)¹⁾ はこのような基礎方程式に基づく地盤工学の代表的な初期値・境界値問題を熱力学的基準(消散速度)に従って表一のように4種類に分類している。これより、地盤工学で数値解析がどのように適用されているかを概略つかむことができる。あらゆる問題に数値解析が適用されていることが実感できる。

最近では、更に進んでいくつかの基礎方程式の組合わせ、すなわち連成解析が行われ、応力と浸透、さらに熱、移流・拡散などが相互作用とを含めて解析されている。最も一般的な応力・浸透連成解析は、Biot (ビオ) の圧密方程式をベースにしたもので、降雨浸透時の斜面の安定解析、湧水のあるトンネルの応力・浸透解析(例を口絵写真一に示す)などが行われている。また、これを動的問題に拡張すると、地震時の地盤の液状化の解析が可能になり、地盤の安定度判定に用いられつつある。熱との連成解析は、廃棄物やLNGなどの高温・低温物体を地盤の中に貯蔵したときの影響を検討するのに有効とされている。

表一 数値解析が適用される地盤工学の問題の分類¹⁾

平衡状態	定常過程	安定な転移	不安定な転移
弾性 擬弾性 限界条件をもつ 弾性	弾性振動 ポテンシャル流れ 塑性流れ 粘塑性流れ	過渡的振動 拡散 圧密 弾完塑性変形 塑性硬化 クリープ・リラクゼーション 一般的なカップリング	塑性崩壊 塑性軟化 脆性破壊 液状化

2.2 地盤のモデル化

地盤工学における数値解析では、地盤は連続体であるという大前提に立っても、複雑な地盤の(中の)状態を正しくモデル化するためには絶対的にデータが不足しているといわれる。ある理想化、あるいは単純化された条件のもとでの数値解析の役割はきわめて大きく、特に有限要素法は、これまで不可能と考えられていた複雑な条件のもとでの計算を可能とし、問題の本質に迫ることができるようになった点を否定できないが、解析技法の進展とともにデータ不足が露呈してきた。ジオトモグラフィなどの新しい調査手法が出現しているが、残念ながら地盤の中を探るのにはボーリングが一番という状況は基本的には変化していない。

総 説

また、入力するデータの質にも問題が指摘されている。すなわち、調査・試験から得られる様々なデータをどのように処理し、解析のための精度よい入力パラメータとしようかである。地盤工学を専門とする技術者の能力はまさにこの点において発揮されなければならない。技術者の経験と判断は、このような場面において貴重な基準となり、新しい結果を得るための糧となるのであるが、残念ながら技術として一般化されていない。このようなノウハウを正確に伝える目的で、知識工学に基づくエキスパートシステムの構築が試みられている。

3. 粉状体・不連続体の解析

地盤の構成材料が金属やプラスチック材料と本質的に異なる点は、水や空気を内部に含む地盤・岩盤が無数の砂や粘土粒子、さらには不連続面で区切られた岩石ブロックから成り立っていることである。この無数の粒をそのまま要素として数値解析に適用することは不可能であると考えられ、マクロ的に見て等価な連続体に置き換えて解析を行うというのが従来の方法であり、連続体ベースの基礎方程式が受け入れられてきた素地であった。しかし、コンピュータの大容量化、高速化は、力学的には地盤や岩盤でさえも粒状体・不連続体として直接的に取り扱えるのではないかという希望をもたらしている。

川井²⁾は剛体-ばねモデル (RBSM) の開発経緯を次のように述べている。「長年にわたる検討の結果、有限要素法が固体力学非線形問題において当面する問題 (解の信頼性と計算時間やコスト) は、固体力学が基礎とする連続体仮説に由来するという結論に達した。そこで、連続体仮説を捨て、有限個の剛体ブロックを分布ばね系で結合したモデルを理想化し、剛体-ばねモデルと名付け、全く新しい角度から研究する離散系力学理論の構築を試みた。」この RBSM は、塑性崩壊の時はほとんど剛体的に変位する領域と塑性変形の生じる領域が画然と分かれることや実地盤での破壊時の挙動から妥当性が検証されている。

このように、連続体の力学をベースにしてきた地盤工学も成熟期に入り、数値解析の手法そのものには大きな変化がみられていない状況の中、4 節で述べるような模索がされている。その一部として岩盤力学を中心に不連続体の力学といった体系の芽生えが見られるので、ここでは解析手法の変遷を追跡してみよう。

3.1 不連続体としての岩盤のモデル化手法

多くの不連続面を含む岩盤のモデル化手法として、等価連続体として置き換える方法と不連続体として直接的に解析する方法が知られている。前者には、クラックテンソルや損傷テンソルなどの方法があり、いくつかの新しい方法も提案されているが、ここでは不連続性体としてのモデル化に話題を限定する。

3.1.1 静的不連続体解析モデル

静的不連続体解析モデルは、結合要素に始まり、Goodman (グッドマン) のジョイント要素から RBSM へと続く有限要素法系の流れが長い間主流であった。こ

れらの手法は、いずれも不連続面のせん断変形が微小であることを前提にしているため、大きくずれるといった大変形問題に適用できないという制限があった。これを解除するため、次に述べる動的な不連続体解析モデルが登場してきた。

3.1.2 動的な不連続体解析モデル

この種のモデルには、個別要素法 (DEM)、不連続変形法 (DDA)、不連続有限要素法 (LDDA)、マニフォールド法がある。Cundall (カンドール) による個別要素法は、動的剛体ブロック解析の代表的な手法で、各々のブロックの動きを、速度系で定式化したばね-マス系で表現した運動方程式を差分的に解くことによって追跡し、CRT 上に可視化したものである。ブロック間の接触に関しては、特別な処理を行わず、ばねとダッシュポットを付加して貫入をある範囲内に押さえている。個別要素法の利用は急速に広がり、斜面ブロックの運動、落石解析、大規模地下空洞 (図-1: リレハメルオリンピック地下アイスホッケー場の解析例³⁾) の挙動解析などに適用され、三次元での解析も始まっている (口絵写真-2 にサイロにおける球粒子の運動を解析した例を示す⁴⁾)。

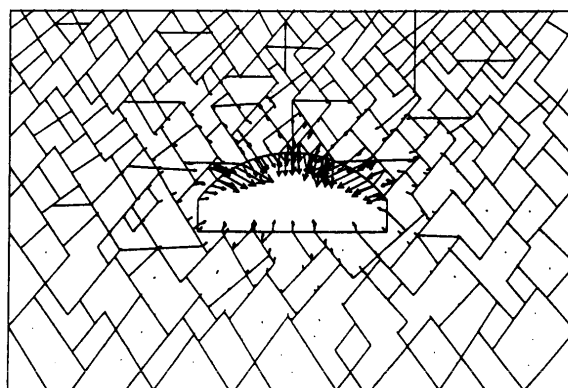


図-1 DEMによる大規模地下空洞の解析例

有限要素法系としては Master-Slave 法として知られている接触問題解析法が、原子炉の機器の応答解析、爆破解析によく使われている。これは、接触面のどちらかを基本 (Master) とし、他方をその面に従属させる方法であり、ブロックの面のどちらが主になるかをあらかじめ決めておかねばならない問題点がある。

このように接触問題は、二つ以上のブロック集合体の挙動を考える上で避けて通れない事項である。この問題への対処に関して次の二つの方法が提案されている。

a) ペナルティー (処罰) 法

接触の際の貫入を取り扱うために、貫入量を最小 2 乗的なエネルギー式に変換し、これが釣合い方程式を解く過程でゼロになるように繰返し計算する方法である。Shi (シー) はこの手法をブロック解析に導入し、有限要素法を基本としブロックのひずみと剛体変位を未知数として解析する DDA を開発している。

b) ラグランジュの乗数法

これは、接触面の摩擦力を未知数として釣合い方程式に付加した方法である。ペナルティー法は主として貫入

に対して作用し、ラグランジェの乗数法は摩擦力の釣合いを規定する。実際の接触の問題は、貫入と摩擦の両者が作用するので、この両者を組み合わせて手法として、Hilbert (ヒルバート) らが有限要素法で分割したブロック間の接触問題を解く LDDA 法を提案している⁵⁾。解析例を図-2に示す。

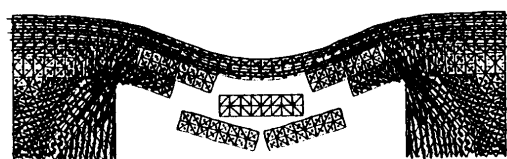
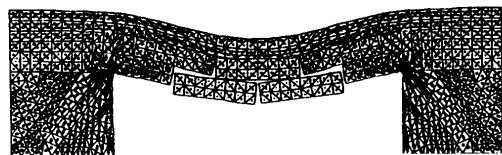


図-2 LDDA 法による鉱山坑道掘削例 (上図: 時間ステップ12, 下図: 時間ステップ24)

動的不連続体モデル化に対して、Shi はそれまでの方法を集大成し、新しくマニフォールド法を提案している⁶⁾。この方法は、有限要素法を一般化したものであり、定式化や手法は有限要素法を踏襲している。マニフォールド法では、解析対象をいくつかの有限な大きさの被覆 (Finite Cover) で覆い、被覆どうしは重なり合ってもかまわない。各々の被覆においては独立な局所変位関数が定義され、被覆は互いに連結し (重なる部分は加重平均をとる)、全体変位関数が作られる。このほかの特徴は、解析する時に被覆内で定義される変位関数の適用範囲を規定する数学メッシュと解析対象の物理境界 (外部境界や異質材料境界、不連続面など) を規定する物理メッシュを用いることである (図-3 参照)。そこでは、釣合い方程式は数学メッシュで解かれ、積分および接触判定は物理メッシュ上で行われる。この点で、有限要素法は、数学メッシュと物理メッシュが一致している特別な場合であるといえる。

以上をまとめて不連続性体の解析に用いられている手法の特徴を整理して表-2に示す。

4. 今後の課題

数値解析の重要性は今後も低下することはないと考えられるが、数値解析を効率的に利用し、その結果を有効に活用するためにはまだまだ多くの課題が残されている。ここでは、早急に検討が必要と思われる項目について述べ

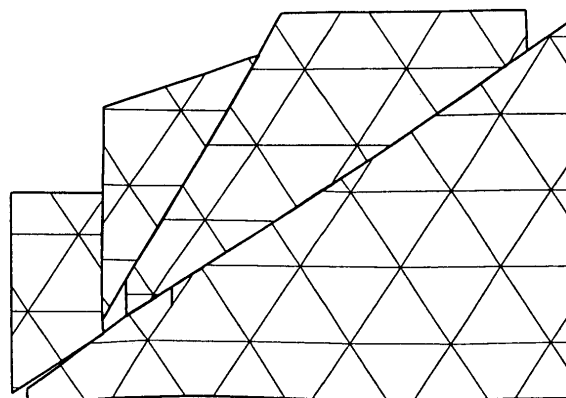


図-3 マニフォールド法による斜面すべりの解析例

る。

4.1 要素モデルの作成

解析対象の地盤の複雑化、計算機的高速化に伴い、解析に用いる要素モデルの個数も非常に大きくなっている。有限要素法を例にとると、現在ではむしろ有限要素モデルの作成に解析そのものよりはるかに時間がかかるような状況になってきている。このため、解析の効率化のキーとして要素の自動作成がテーマとしてあがっている。地形データ、ボーリングデータ、地表データなどの情報をもとに、コンピュータ上で地層面を推定、三次元地質モデルを作成し、これを有限要素モデルに転換するソフト (口絵写真-3の例) など開発されているが、根

表-2 不連続体モデル (動的解析) の手法比較

手 法	DEM	DDA	不連続 FEM	Manifold 法
提案者	Cundall (1971)	G. H. Shi (1984)	Hilbert (1993)	G. H. Shi (1992)
運動方程式 (動的解析)	ニュートンの運動の第2法則	Hamilton の原理	Hamilton の原理	Hamilton の原理
要素の特性	剛体 (多角形)	弾性体 (多角形)	弾性体 (FEM 要素で構成される多角形)	弾性体 (FEM 要素で構成される任意の多角形)
主変数	ブロックの剛体変位, 回転, 速度	ブロックの剛体変位, 回転, ひずみ速度	節点変位, 速度	節点変位, 速度
変数の特徴	ブロックの表面のみで定義	ブロック内では一定ひずみ	FEM 要素の種類に依存	FEM 要素の種類に依存
摩擦, 貫入特性	ばね, ダッシュポット	ペナルティー法 (直接的繰返し法)	Lagrange 乗数法 (間接的繰返し法)	ペナルティー法 (直接的繰返し法)
数値解法 (空間)	力の釣合い	連立方程式 ガウス法	連立方程式 DDM 法	連立方程式 SOR 法
数値解法 (時間)	前進差分法 速度	前進差分法 変位増分	Wilson の θ 法 速度	前進差分法 変位増分
エネルギー原理	相反定理	ひずみエネルギーの最小化	ひずみエネルギーの最小化	ひずみエネルギーの最小化
特徴・その他	UDEC ではブロックを有限差分近似で変形も考慮している。	1ブロックが1有限要素。	1ブロックが複数の有限要素で構成。物理要素と数学要素が一致している。Manifold 法の特長な場合。	1ブロックが複数の有限要素で構成。物理要素を数学要素に写像して、数学要素場で解を求める。任意の要素形状の計算が可能。

総 説

本的にデータ作成作業を軽減するには至っていない。

4.2 グラフィックス

グラフィックスを用い、解析の結果を動きのあるアニメや動画にできるようになってきた。また、注目したい物理量をカラーを使って強調して表現できるので、実際の現象よりほんものらしく詳細に観ることができる。こうした、グラフィックスの手法は、数値解析そのものとは関連しないが、地盤工学の専門家にとって極めて重要な具備すべき手法となりつつあり、結果の解釈を行う際には欠かせない。地盤工学の分野でも手軽に利用できる性能のいいソフトの出現が望まれる。

4.3 三次元化

一般的な二次元解析ではとらえきれない地盤の挙動を把握するために、解析が三次元化の方向に向かっていることは否定できないが、まだ多くの障壁が持ち構えている。三次元要素データの作成や三次元に一般化された構成式の開発など以外に、コンピューターの能力不足が挙げられる。要素の数を例にとっても、二次元と三次元では驚くほどの差があるので、これを処理するコンピューターは桁はずれのものになってしまう。

この問題について、矢川⁷⁾は並列計算機の中でも多数のプロセッサを備えた超並列計算機による領域分割法による有限要素法に望みを抱いている。また、並列計算機の場合、ニューラルネットワークを用いた有限要素法も大きな潜在能力を秘めていることも指摘している。

4.4 構成式

構成式の開発は、ミクロ・マクロの両面にわたって精力的に行われている。数値解析という面から見て注目すべきものは、ミクロな粒状体の二次元および三次元解析によってマクロな粒状体の構成式を導こうとする試みである。前述した円要素の個別要素法などを使って、二次元状態の地盤挙動の再現はかなり有望になってきている⁸⁾。この方法が更に進展すると、理論的予測を実験で証明したり、実験から新しい理論を見つけたしていた従来の体系に、実験ではできなかったことを計算で追跡し、理論を証明したり、計算から新しい理論を確立するという新しい計算力学の世界が開かれる可能性を秘めている。

5. ま と め

数値流体力学 (Computational Fluid Dynamics: CFD) は、高速のコンピューターを用いて、粘性や圧縮性の影響を考慮に入れた流体力学の基礎方程式を数値計算する方法である。そこでは、計算時間を短縮するためのいろいろな工夫が施されているが、基本的には流れの場を細かく分割し、基本方程式を差分法を用いて数値的に解き、流れの流速や圧力分布を計算する方法である。この方法では、コンピューターグラフィックスとの併用が大きな力を発揮し、従来は解析的に解くことのできなかった複雑な物体の周りの流れを計算できるようになり、大型の風洞不要論さえささやかれている。

地盤工学の場合はどうであろうか。現在では、基礎方

程式さえ確立していれば数値解析によって地盤の挙動を計算できるようになってきた。しかし、CFDが対象にする流体に比べ地盤は格段に複雑である。2節では、“数値解析で地盤の挙動を完全に再現できるかと言えば、当然答えは否といわざるをえない。基礎式の範疇を越えることがないためである。”と述べたが、このような限界を乗り越え、今後はいろいろな複雑な物理的な現象を再現することによってその本質を調べ、逆にマクロな基礎方程式を作ることができれば大きな進展となる。構成式のところで述べたミクロな粒子の組合わせから粒子群の挙動を予測する試みはそのさきがけともいえる。

最後に、最近では計算ソフト (プログラム) が次第にブラックボックス化しているため、ともすれば意味を取り違えて計算万能といった風潮が生まれやすくなっている点に注意を促したい。いつの時代でもコンピューターは、あくまで綿密な研究のもとで打ち立てられた基本式を入力データに基づいて解いているにすぎないということを肝に銘じた上で、出力データが示唆する物理的・工学的な意味を十分理解しながら解析を進めていくよう心がけるべきである。複雑な条件の地盤解析では、現場の実状に合致した境界・初期条件の設定さえ容易にできないことがある。計算を行うための条件の簡略化が本当に現実の問題の解決に沿っているかどうかの判断は、常に地盤の専門家の力量に依存している。今後、教育の面でも配慮すべき重要な点である。

参 考 文 献

- 1) Gudehus, G. ed.: Finite Elements in Geomechanics, John Wiley and Sons, 1977.
- 2) 川井忠彦: 私の歩んだ計算工学への道, 計算工学, Vol. 1, No. 1, pp. 1~2, 1992.
- 3) Barton, N. et. al.: Predicted and Measured Performance of the 62m Span Norwegian Olympic Ice Hockey Cavern at Gjøvik, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 31, No. 6, pp. 617~641, 1994.
- 4) 吉田 順: 個別要素法を用いた粒状体解析の3次元性に関する検討, 粉体工学会誌, Vol. 32, No. 1, pp. 16~21, 1995.
- 5) Hilbert, L. B. et. al.: A New Discontinuous Finite Element Method for Interaction of Many Deformable Bodies in Geomechanics, Proc. 8th Intern'l Conf. on Computer Methods and Advances in Geomechanics, pp. 831~836, 1994.
- 6) Shi, G-H: Modeling Rock Joint and Blocks by Manifold Method, 33rd US Rock Mechanics Symposium, pp. 639~648, 1992.
- 7) 矢川元基: 超並列コンピュータによるFEM, 計算工学, Vol. 1, No. 3, pp. 4~5, 1993.
- 8) 松岡 元・山本修一: 個別要素法による粒状体のせん断機構の微視的考察, 土木学会論文集, No. 487/III-26, pp. 167~175, 1994.

(原稿受理 1995.3.20)