

砂質地盤の内部摩擦角 ϕ_d と正規化された標準貫入試験の N 値 (N_1) の関係

Empirical Correlation between Internal Friction Angle and Normalized SPT
N-value (N_1) for Sandy Soils

畑 中 宗 憲 (はたなか むねのり)
竹中技術研究所 主任研究員

内 田 明 彦 (うちだ あきひこ)
竹中技術研究所 研究員

田 屋 裕 司 (たや ゆうじ)
竹中技術研究所 研究員

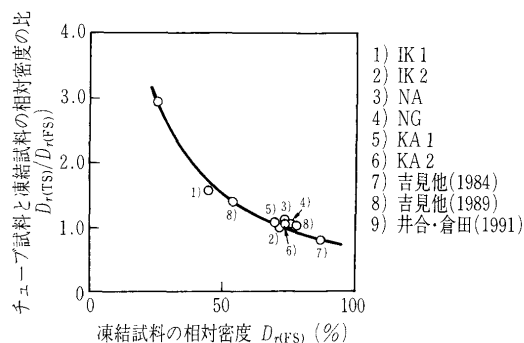
1. N 値から N_1 値へ

内部摩擦角 ϕ_d は、砂質地盤の重要な設計定数の一つである。実際の設計に際しては、対象地盤から不攪乱試料を採取して、室内試験により求める方法が一番確実であることは明らかである。しかし、それに必要な費用や時間の制約で、実際は簡易な方法で推定しているのがほとんどである。砂質土の密度と内部摩擦角の間に相関があることは古くから指摘されている。再調整試料についての室内試験により、砂の相対密度 (D_r) と ϕ_d の間にはよい相関があることが知られている⁴⁾(例えば、図—1中の破線に示す豊浦砂の結果)。しかし、多種の実砂地盤に対しては図—1のデータに示すように、一般的に成り立つ ϕ_d - D_r の関係はないようである。しかも、実地盤の相対密度測定はサンプリング方法に影響され、精度よく求めるのは大変困難であることが近年の研究で知られている⁵⁾(図—2)。

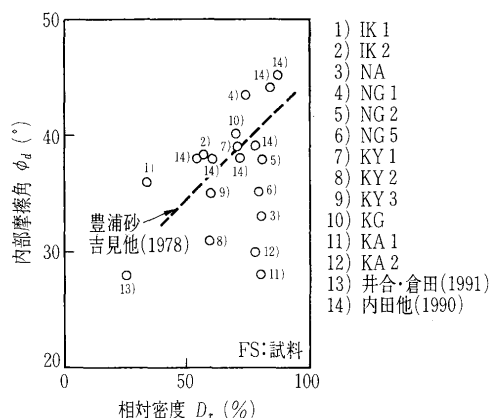
そのような背景から、実務では内部摩擦角 ϕ_d を標準貫入試験の N 値により求めることが広く行われている(例えば、(1)式⁶⁾や(2)式²⁾)。一方、砂の種類や密度が同じでも深さが増すほど土被りによる有効応力が大きくなるため、 N 値は大きくなることが図—3の実験結果³⁾により示されている。この事実は実務でも経験されており、図—4はその1例である¹⁰⁾。自然堆積の砂礫地盤

の上に約10 m 厚さの埋立砂層がある。図中の○印は埋立砂層がある場合の砂礫地盤の N 値であり、●印は上層の埋立砂層を掘削したのちに実施した標準貫入試験の N 値である。埋立砂層の排土により、 N 値は明らかに低下している。ちなみに、図—3の実験結果に基づき、Meyerhof (マイヤホッフ) が提案した(3)式⁸⁾を用いて、掘削による有効上載圧の低減により N 値を補正したのが図—4の△印である。 N 値の低減は、ほぼ掘削による上載圧の低減で説明できることを示している。

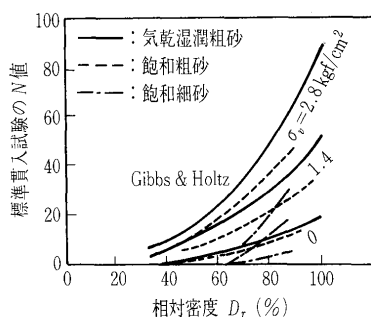
実務で広く用いられている(1)式や(2)式に代表される既往の経験式の共通する最大の特徴は、標準貫入試験の N 値を直接内部摩擦角 ϕ_d と結び付けている点である。図—5は、(1)式を導き出したバックデータを示すもの



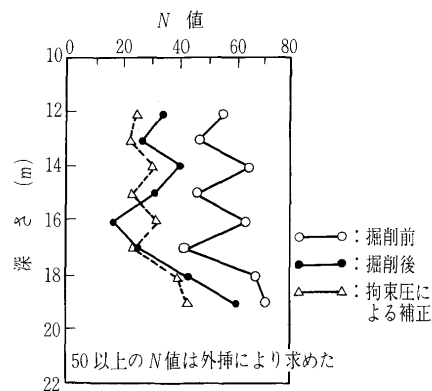
図—2 サンプリング方法が砂地盤の D_r に及ぼす影響⁵⁾



図—1 実地盤の ϕ_d と D_r の関係⁴⁾



図—3 D_r - N - σ'_v の結果³⁾



図—4 拘束圧が N 値に及ぼす影響の事例¹⁰⁾

である。提案式に対するデータのばらつきが相当大きいと言わざるを得ない。その大きな理由の一つとしては、筆者らが指摘する N 値に及ぼす拘束圧の影響が考慮されていない点である。つまり、せん断応力と拘束応力の比である内部摩擦角 ϕ_d は N 値そのものではなく、拘束応力の影響を除いた N_1 値（正規化 N 値）と結び付けるべきであると言うことである。

$$\text{大崎の式: } \phi_d = (20N)^{0.5} + 15 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{道路橋の式: } \phi_d = (15N)^{0.5} + 15 \leq 45 \quad (N > 5) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{Meyerhof の式: } D_r = 21 \{ N / (0.7 + \sigma'_v / 98) \}^{0.5} \quad (\sigma'_v: \text{kPa}) \quad \dots\dots\dots (3)$$

本報告は、砂地盤の内部摩擦角と標準貫入試験の N 値の関係についての筆者らの提案式を導き出した経緯^{4),9)}と共に、最近の研究により、 N_1 値の大きいところでの提案式の妥当性を確認した¹¹⁾ので、それらの結果について述べる。さらに、既往の研究結果との比較検討を含めて、 N_1 値と ϕ_d の関係について若干の考察を加えた。

2. 実地盤の N_1 値と ϕ_d の関係

前節に示した考えから、畑中・内田⁴⁾は N 値の拘束圧依存性を考慮して実地盤の ϕ_d との関係を検討した。 ϕ_d については原位置地盤凍結サンプリングで採取した高品質不攪乱砂質試料（以下 FS 試料という）についての圧密排水三軸圧縮試験（以下 CD 試験という）により求めた。CD 試験は地盤工学会の「CD 試験法」に準拠

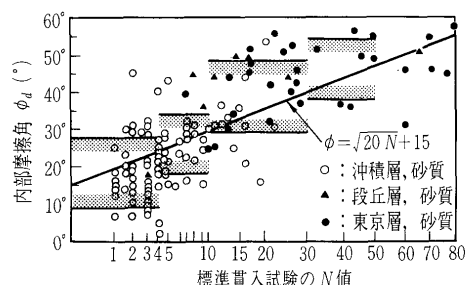


図-5 砂質地盤における N 値と ϕ_d の関係⁶⁾

した。 D_r を求めるための最大・最小乾燥密度測定法も地盤工学会の方法に準拠した。表-1に、検討に用いた FS 試料の物理特性および CD 試験により求めた内部摩擦角の値を示す（筆者らのデータ）。検討にはほかの研究者の FS 試料のデータも加えた。なお、ここで取り扱う砂質土のデータは基本的には細粒分が20%以下とした。また、標準貫入試験はすべて「トンビ法」で実施されている。図-6は ϕ_d と試料採取密度での N 値の関係をプロットしたものである。図中にはほかの研究者のデータおよび(1)式と(2)式も示した。FS 試料の ϕ_d は、 N 値を用いて従来の経験式より推定した値に比べてかなり大きい。つまり、従来の経験式は ϕ_d 値をかなり過小評価していることを示唆する。次に、前述のように、 N 値は拘束圧の影響を受けることがわかっているため、 N 値に及ぼす拘束圧の影響を除くため、有効上載圧が 98 kPa のときの N 値（ N_1 値）に換算して検討する。この換算にはいくつかの式が提案されているが、ここでは(4)式⁷⁾を用いた。

図-7は N_1 値と ϕ_d の関係を示している。 ϕ_d と $(N_1)^{0.5}$ の間には良い相関が見られ、(5)式ではほぼ表現できる。全データとしてはほぼ(5)式 $\pm 3^\circ$ の範囲にあることがわかる。

しかし、提案の当時、データの制約上(5)式の適用範囲は $3.5 \leq N_1 \leq 30$ となっていた。その後、高層建築等の支持地盤のような貫入抵抗のもっと大きい地盤への(5)

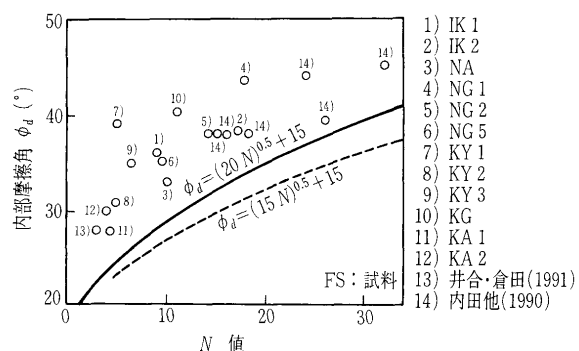
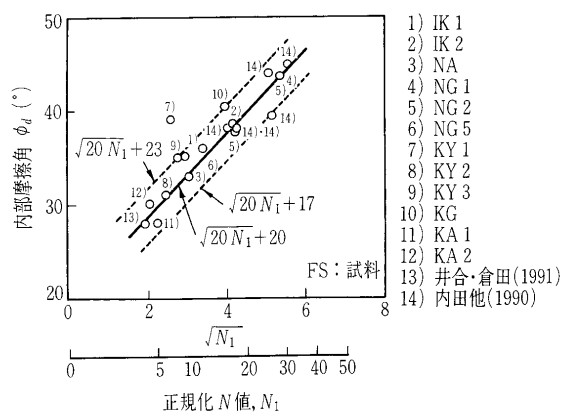
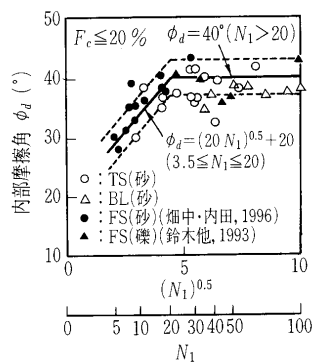
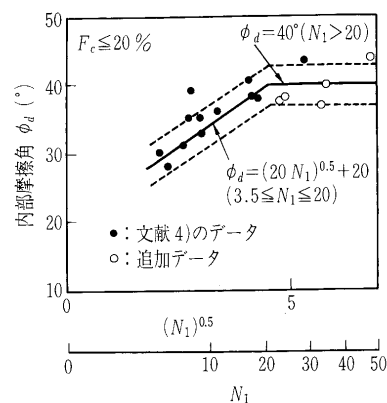


図-6 内部摩擦角 ϕ_d と N 値の関係 (FS 試料)⁴⁾

表-1 検討に用いた FS 試料の物理特性⁴⁾

試料名	ρ_s (g/cm ³)	F_c (%)	U_c	e	D_r (%)	N 値	σ'_v (kPa)	N_1 値	ϕ_d (°)
IK1	2.73	1.3~2.4	1.6	1.00~1.01	34	9.0	68.6	11.0	36.0
IK2	2.67	2.1~4.6	2.2~2.5	0.99~1.06	57	17.0	98.0	17.0	38.2
NA	2.64	4.1~5.7	1.6~2.8	0.89~0.97	81	10.0	127.4	8.8	32.7
NG1	2.67	4.3~9.4	2.8~5.1	0.74~0.90	74	18.0	39.2	28.0	43.4
NG2	2.64	7.0~10.4	2.2~6.7	0.86~0.93	81	15.0	68.6	18.0	37.8
NG5	2.72	13.0~16.2	2.7~6.0	0.86~0.89	79	10.0	137.2	8.5	35.1
KY1	2.47	3.6~11.0	4.0~9.3	0.89~0.99	72	5.7	58.8	7.4	39.0
KY2	2.65	1.8~2.9	3.0~3.2	0.79~0.85	59	5.4	68.6	6.5	31.0
KY3	2.59	1.4~2.3	2.7~3.0	1.12~1.37	59	6.4	78.4	7.2	35.0
KG	2.43	3.6~9.6	2.4~2.9	1.57~1.78	70	11.0	49.0	16.0	40.4
KA1	2.48	13.5~15.5	14.1~22.3	1.12~1.28	81	4.5	78.4	5.0	28.0
KA2	2.42	9.1~30.4	6.5~13.2	1.55~1.69	78	4.0	88.2	4.2	30.0

図-7 内部摩擦角 ϕ_d と N_1 値の関係 (FS 試料)⁴⁾図-8 $N_1 \geq 3.5$ における砂質・礫質試料の ϕ_d - N_1 値関係⁹⁾図-9 $N_1 \geq 3.5$ における砂質地盤の ϕ_d - N_1 値関係 (FS 試料のみ)

式の適用性を検討した⁹⁾。詳細は原論文⁹⁾に譲るが、畑中らはFS試料とTS試料(チューブ試料)の ϕ_d の差に関する検討を踏まえて、 $N_1 > 30$ での ϕ_d を N_1 値によらず $\phi_d = 40$ とした。さらに、 $N_1 \leq 30$ での(5)式と $N_1 > 30$ の $\phi_d = 40$ (一定)との連続性を持たせ、かつ、 $N_1 \leq 30$ で設計にとってより安全側に評価するという立場から、(5)式の適用範囲を $3.5 \leq N_1 \leq 20$ とし、かつ $\phi_d = 40$ の範囲を逆に広げて $N > 20$ とした。そして、提案式は(6)式のように修正された。FS試料、 $N_1 > 30$ での検討に用いたTS試料、BL試料(ブロックサンプリング試料)を含めた砂質・礫質試料の ϕ_d と N_1 の関係は図-8に示すようになった。

Liao & Whitman (リアオ・ホイットマン) の式:

$$N_1 = N / (\sigma'_v / 98)^{0.5}, \sigma'_v: \text{有効上載圧 (kPa)} \quad \dots\dots(4)$$

畑中・内田の提案式:

$$\phi_d = (20N_1)^{0.5} + 20 \quad (3.5 \leq N_1 \leq 30) \quad \dots\dots(5)$$

畑中らの修正式:

$$\phi_d = (20N_1)^{0.5} + 20 \quad (3.5 \leq N_1 \leq 20),$$

$$\phi_d = 40 \quad (N_1 > 20) \quad \dots\dots(6)$$

3. $N_1 > 20$ における(6)式の妥当性の検討

(6)式を提案した時点では、 $N_1 > 30$ における砂の不攪乱試料のデータがなかったため、TS試料およびBL試料のデータに基づいて検討した(図-8)。その後、 N_1 値の大きな試料に関してCD試験を行ったので、それらの試験結果に基づく $N_1 > 20$ における(6)式の妥当性を検討した¹¹⁾。

3.1 試料の物理特性および試験方法

追加した試験試料の物理特性、標準貫入試験の N 値およびCD試験により求めた内部摩擦角を表-2に示す。

3.2 実験結果と考察

図-9は表-2に示した N_1 値とFS試料によるCD試験から求めた内部摩擦角の関係をプロットしたものである(○印)。図-9の実線は修正提案式(6)である。破線は(6)式に対し $\pm 3^\circ$ の範囲を示している。追加データ(○印)はおおむね破線の範囲内に収まっている。設計にとって安全側であることを考えて、 $N_1 > 20$ では ϕ_d は N_1 値によらず $\phi_d = 40^\circ$ とした提案式は N_1 値の大き

表-2 追加FS試料の物理特性と N 値、有効上載圧、内部摩擦角

試料名	ρ_s (g/cm ³)	F_c (%)	e	D_r (%)	N 値	σ'_v (kPa)	N_1 値	ϕ_d (°)	地層区分
NT	2.71	1.7	0.88	60	41	147.0	33.5	39.9	沖積
YO	2.65	1.6	0.74	68	27	127.4	23.7	37.9	沖積
ED	2.8	6.3	0.77	70	29	78.4	32.4	36.8	洪積
TO	2.7	7.7	1.00	57	32	196.0	22.6	37.5	沖積
TU	2.74	3.3	0.68	100	38	63.7	47.1	43.9	沖積

い砂質地盤の内部摩擦角を推定するのに妥当であるということが確認できた。

4. 提案式についての若干の考察

4.1 $N_1 = 0$ における ϕ_d の値について

N 値を拘束圧で正規化する考えを(3)式に基づく(7)式で表すと D_r と N_1 値は(8)式のように表される。

$$N_1 = (1.7N) / (0.7 + \sigma'_v / 98) \quad (\sigma'_v: \text{kPa}) \quad \dots(7)$$

$$D_r = 16.1(N_1)^{0.5} \quad \dots\dots(8)$$

(8)式において、 $N_1 = 0$ における ϕ_d の値について少し考えてみる。(8)式において、 $N_1 = 0$ の時、 $D_r = 0$ と考えてよい。 $D_r = 0$ は砂が最も緩く堆積した状態(インターロックが最小の状態)である。つまり、砂粒子の母材の材質と表面の粗度、粒形および粒度によって決まる値である。 $D_r = 0$ では同じであっても、砂によって $e_{\max}$ は同じとは限らない。つまり、最緩状態は粒形や粒度配合によって異なることが知られている。そういう意味では、すべての砂について $D_r = 0$ の時の ϕ_d を同じ値とする提案式((1),(2)式や、筆者らの提案式も含めて、ほとんどがこの形をしている)は砂粒子の材質や表面の粗度および粒度の違いからくる摩擦抵抗の違いは大きくないと結果的に評価したことになる。これに対して、砂粒子の粗度・粒形および粒度分布の影響を含んだ提案式としてはDunham(ダンハム)の式((9)式)があり¹⁾、 $N_1 = 0$ における ϕ_d の幅は 12° であり、FS試料による実測 ϕ_d のばらつきの幅(6°)よりもかなり大きい。なお、 $N_1 = D_r = 0$ における ϕ_d は、いわゆる安息角と見なしてよい。今後実測によりそのようなデータを求めてこ

の値の妥当性を検討できる。筆者らの提案した(6)式の $D_r=0$ の ϕ_d は 20° となっており、Dunham の「丸い粒子で粒度のよいもの、または角張った粒子で一様な粒形のもの」と同じ値になっている。また、(1)式と(2)式は $N=0$ における ϕ_d は 15° と同じである。筆者らの提案式はこれより 5° 大きいことになる。

$\phi_d = (12N)^{0.5} + 25$ (角張った粒子で粒度分布のよいもの)

$\phi_d = (12N)^{0.5} + 20$ (丸い粒子で粒度分布のよいもの、または角張った粒子で一様な粒径のもの)

$\phi_d = (12N)^{0.5} + 13$ (丸い粒子で一様な粒径のもの) (Dunham の式) (9)

4.2 データのばらつきについて

図-5 の大崎の式とバックデータの関係について見ると、ばらつきが広い N 値の範囲に対して $\pm 10^\circ$ 以上あることがわかる。一方、筆者らの提案式に対して、実際のデータは N_1 値によらずほぼ一定の幅 ($\pm 3^\circ$) で、ばらつきはかなり小さい。ちなみに、FS 試料の実測値 ϕ_d と図-7 における(5)式による推定値の相関係数は 0.91、標準偏差は 5.3 である。この結果は、①筆者らは拘束圧の N 値への影響を除いた N_1 値を用いたこと、②貫入試験方法をトンビ法に揃えたため、試験法による N 値のばらつきが少ないこと、③筆者らのデータはすべて FS 試料であり、大崎のデータについてはサンプリング方法が不明であることなどが原因として指摘できる。そのほか、4.1 節で述べた砂粒子の物理特性による ϕ_d への本質的な影響も重要と考えられる。筆者らの提案した(6)式に対して、データのばらつきが N_1 値によらずほぼ一定の幅 ($\pm 3^\circ$) になっていることと、4.1 節の議論を合わせて考えると、今後信頼できるデータが増えれば、実務での対応を考えると(6)式は Dunham の式と同じような形(粒形や粒度によって層別した式)に発展する可能性も考えられる。

4.3 N_1 値が大きいところでの ϕ_d について

次に、 N_1 値がある程度以上になると ϕ_d の増加は小さくなり、ほぼ一定と見なしてよいという結果について考える。(8)式に従えば、 $D_r=100\%$ に対応する N_1 値は計算上は 38.6 となる。つまり、工学的意義のある N_1 値は 40 前後と考えた方が妥当である。別な考え方をすれば、 ϕ_d は $D_r=100\%$ 、あるいは $N_1=40$ でその最大値と対応すると考えた方が合理的である。第 2 節で述べたように筆者らは、実地盤のデータをベースに初期の段階では、 $3.5 \leq N_1 \leq 30$ において、 $\phi_d = (20N_1)^{0.5} + 20$ を提案した。データのばらつきと設計にとっての安全側の考えから、その後の考察に基づき、上式の ϕ_d の上限に対応する N_1 を 20 とした。

図-9 の FS のデータを見ると、 $N_1=20$ から $N_1=40$ の間、 ϕ_d が N_1 に伴って漸増する形とも理解できる。しかし、 ϕ_d の増加は小さく、 $40^\circ \pm 3^\circ$ の範囲にある。設計にとって安全側であること、および簡便のため N_1 によらず $\phi_d=40$ とした(6)式の提案はほぼ妥当であると言える。

5. おわりに

砂質試料の内部摩擦角と N 値の関係について、原位置地盤凍結法による不攪乱試料のデータをベースに、著者らが提案した関係式の背景を述べるとともに、最近の研究成果に基づく提案式の妥当性を検証した。しかし、表-1 や 2 に示すように、結果的には、引用したほかの研究者のデータも含めて、議論に用いた砂試料の物理特性はしらす地盤を除くと、いずれも粒径の揃った細砂であり、また、凍結法で採取した試料のため、細粒分は 20% 以下であった。一方、4.1 節の考察を踏まえると、砂の粒形や粒度配合によっては、同じ N_1 値に対して図-9 に示すデータ範囲を超える結果も予想される。今後更に実験データを蓄積し、本提案式の適用性を検討していきたい。

謝辞

NT, YO, ED, TO 試料は建設省土木研究所動土質研究所室長松尾修氏よりご提供いただいたものであり、感謝いたします。CD 試験の一部は(株)東京ソイルリサーチの酒匂氏の協力の下に実施いたしました。感謝いたします。

参考文献

- 1) J. W. Dunham: Pile foundations for buildings, Proc. ASCE, Soil Mechanics and Foundation Division, 1954.
- 2) 道路橋示方書・解説 IV 下部構造編, 日本道路協会, 1996.
- 3) Gibbs, H. J. and W. G. Holtz: Research on determining the density of sand by spoon penetration test, Proc. 4th ICSMFE, Vol. 1, pp. 35~39, 1957.
- 4) Hatanaka, M., Uchida, A.: Empirical correlation between penetration resistance and internal friction angle of sandy soils, 地盤工学会論文報告集, Vol. 36, No. 4, pp. 1~9, 1996.
- 5) Hatanaka, M., Uchida, A. and Oh-oka, H.: Correlation between the liquefaction strengths of saturated sands obtained by in-situ freezing method and rotary-type triple tube method, 土質工学会論文報告集, Vol. 35, No. 2, pp. 67~75, 1995.
- 6) 北沢五郎・竹山謙三郎・鈴木好一・大河原春雄・大崎順彦: 東京地盤図, 技報堂, 1959.
- 7) Liao, S. S. C. and R. V. Whitman: Overburden correction factors for SPT in sand, Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 112, No. 3, pp. 373~377, 1986.
- 8) Meyerhof, G. G.: Discussion on research on determining the density of sand by spoon testing, Proc. of 4th ICSMFE, Vol. III, pp. 110, 1957.
- 9) 畑中宗憲・内田明彦・加倉井正昭・青木雅路: 砂質地盤の内部摩擦角 ϕ_d と標準貫入試験の N 値の関係についての一考察, 建築学会構造系論文集, No. 506, pp. 125~129, 1998.
- 10) 渡部 丹ほか: Large scale field tests on Quaternary sand and gravel deposits for seismic siting technology, 2nd International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics, pp. 271~288, 1991.
- 11) 酒匂・畑中・内田・田屋: N 値の大きい砂質地盤の内部摩擦角 ϕ_d の評価について—その 2—, 建築学会大会学術講演梗概集, 構造 I, pp. 611~612, 1998.

(原稿受理 1998.12.9)