

地震時の地中せん断応力比の再考察

Reconsideration of the Shear Stress Ratio Generated by Earthquakes

風 間 基 樹 (かざま もとき)

東北大学助教授 大学院工学研究科土木工学専攻

1. ま え が き

現在使われている多くの指針^{1)~4)}に基づいて、地盤の液状化判定を行う場合には、想定した地震の際に地盤中にどのくらいのせん断応力比が作用するかを予測する必要がある。これら指針では、おおよそ簡易な液状化判定の際に用いられる最大有効せん断応力比 ($\tau_{\max}/\sigma_v'$) は、次式のように地表最大加速度 $\alpha_{\max}$ を基に設定されていると考えて良い。

$$(\tau_{\max}/\sigma_v') = r_d \cdot \frac{\alpha_{\max}}{g} \cdot \frac{\sigma_v}{\sigma_v'} \quad (1)$$

ここに、 g は重力加速度、 σ_v は全上載圧、 σ_v' は有効上載圧である。また、 r_d は数多くの地震応答解析を実施して、地中のせん断応力（最大加速度）が深さ方向にどのように低減するかの検討を基に設定された経験的な関係⁵⁾であり、例えば道路橋示方書などでは、 $r_d = (1.0 - 0.015z)$ となっている。ここに、 z は検討する位置 (m) である。

このような取扱いとは地震時の地中せん断応力比が地表最大加速度に比例して大きくなると考えられていることに立脚している。しかし、同じ最大加速度、同程度の繰返し回数の地震動でもその周期特性の違いを無視している。ここでは、レベル2地震動に対する液状化予測の問題にも関連して、地震動の持つ周期特性に着目し、地中せん断応力比を再考してみる。

結論を先に言えば、地中せん断応力は地表最大速度振幅に比例するため、加速度波形に含まれる短周期成分は地中せん断応力に大きく寄与しない。また、これと関連して地表最大加速度には、上限があることを説明する。

2. 今までの算定法とその矛盾点

今までの地中せん断応力の算定法は、Seed・Idriss の示した方法⁶⁾にさかのぼることができる。今、図-1 (a) に示すように地表から深さ h_0 のところに地下水面を持つ表層地盤の地表深さ z の点における最大せん断応力 $\tau_{\max}(z)$ は、地盤を剛体と仮定すると、 $z \geq h_0$ のとき、

$$\tau_{\max}(z) = \{\rho h_0 + \rho_{\text{sat}}(z - h_0)\} \alpha_{\max} \quad (2)$$

と表される。ここに ρ は密度である。同式で $\alpha_{\max}$ の代わりに地表加速度の時刻歴 $\alpha(t)$ を考えることにすれば、地中せん断応力の時刻歴は、地表加速度の時刻歴と相似形であり、最大有効せん断応力比は、

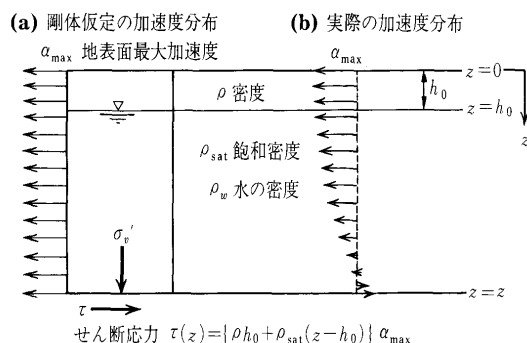


図-1 地中せん断応力の算定方法の概念図

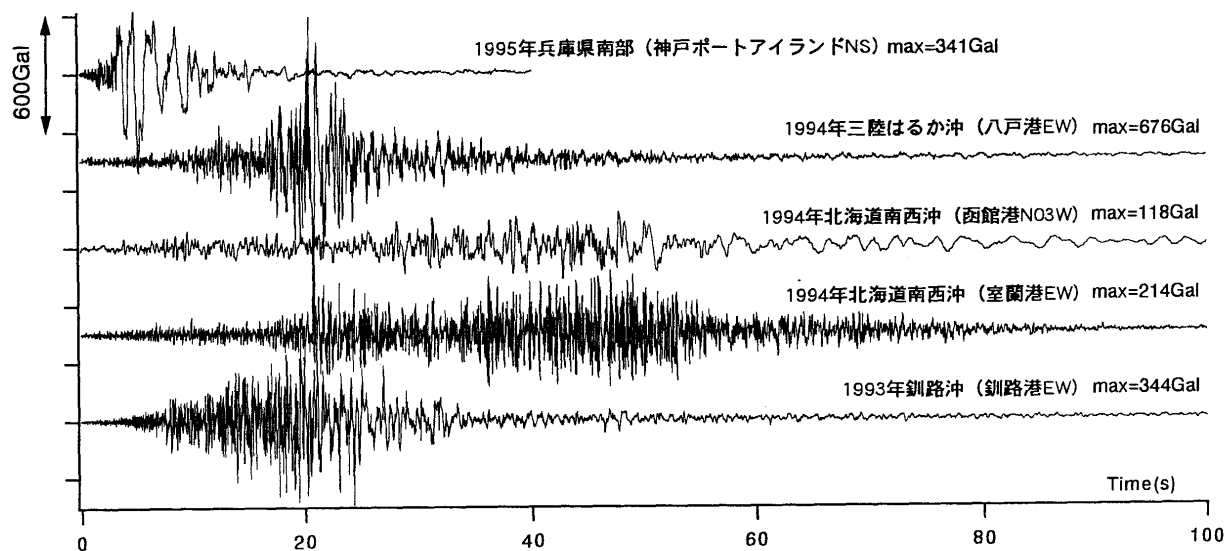
$$\frac{\tau}{\sigma_v'}(z, t) = \frac{\{\rho h_0 + \rho_{\text{sat}}(z - h_0)\}}{\rho h_0 + (\rho_{\text{sat}} - \rho_w)(z - h_0)} \cdot \frac{\alpha(t)}{g} \quad (3)$$

となる。今まで、この考え方に沿ってランダムな地震動による応力比のパターンを振動型と衝撃型に分類し、等価な正弦波の振幅に換算する研究^{7),8)}が行われてきた。この正弦波との換算係数0.55 (衝撃型) - 0.7 (振動型) は繰返し三軸試験の結果と対比させる場合にも用いられている²⁾。また、近年取得された強震記録を対象として、地表で観測された強震記録を(3)式に基づいて応力比の時刻歴に換算し、不規則な応力履歴に対する繰返しせん断試験も実施されている^{9),10)}。

さて、阪神・淡路大震災を含む最近の被害地震で記録された強震記録を念頭において、このことを考えてみると、上記の考え方では明らかに現象を説明できない事例が多いことに気づく。図-2は、最近の地震で取得された地表加速度記録のいくつかを示したものであるが、周期を無視した(3)式の解釈では被害の大小を説明できない。

例えば、単純に最大加速度や繰返し回数に着目するならば、神戸ポートアイランドの波形より、釧路沖地震や三陸はるか沖地震の記録の方がより厳しい外力を与えることになる。これについては、液状化が生じてせん断応力を伝えられなくなった時の地表加速度を用いた上記の議論は不適切と反論があるかも知れない。しかし、その反論はむしろ(3)式をもって外力とすることの不適切さを指摘していることにほかならない^{11),12)}。

北海道南西沖地震においては、地表最大加速度200 Gal 以上を記録した室蘭港では液状化は生じなかったが、地表最大加速度120 Gal の函館港では大規模な液状化が発生している。もちろん、液状化の発生は土の液状化抵



図—2 最近の主な地震での地表面加速度記録

抗にもよるから、単純に外力の問題としてかたづけられない面もある。しかし、観測された地表最大加速度が400～700 Gal 程度の地震でも、被害がそれほどでなかった例がたくさんある。例えば、兵庫県南部地震と対比して三陸はるか沖地震の例があげられる。また、広く知られていないが1998年9月3日の岩手県内陸北部地震 ($M=6.1$, 最大震度6弱, 震源深さ約10 km, 強震計の最大観測値714.9 Gal, 雫石長山, NS成分, 極震源近傍), 1998年9月15日の宮城県南部の仙台直下の地震 ($M=5.1$, 最大震度4, 震源深さ10 km, 強震計の最大観測値455 Gal) では、これといった大きな被害もなく、液状化の痕跡も発見されていない。

それでは、実際に(3)式から得られる応力波形を用いて繰返しせん断試験を実施するとどうなるであろうか。全上載圧と有効上載圧の比を1.2～2.0と仮定すると、地表最大加速度500 Gal から得られる最大せん断応力比は、約0.6から1.0となる。この値は一般的な砂の内部摩擦角から得られる摩擦係数 $\tan 30^\circ \approx 0.6$ とほぼ同等もしくはそれを超える値となる。粘着力のない土のせん断応力比が、

$$(\tau/\sigma_0) \leq \{1 - (\Delta u/\sigma_0)\} \tan \phi' \quad \dots\dots\dots (4)$$

で表される関係を満たさなければならないとすれば、密な飽和地盤でしかも正のダイレイタンスによって負の過剰間隙水圧 Δu が発生しない限り、この応力比以上で要素試験をすることはできないということになる。実際、神戸ポートアイランドでの記録を基にして上記のことを実施した場合には所定の応力比に達する以前に破壊線に達し、供試体は破壊に至る結果が報告されている¹³⁾。この解釈として動的強度が静的強度より大きいと考えることもできるが、実際にはそのような応力比は作用していないとする解釈の方が自然である。なぜなら、最大加速度700 Gal 以上と言った場合には静的強度をはるかに越えることになってしまうからである。

3. 波動伝播条件下での地中せん断応力比

地盤を剛体と仮定しない実際の波動伝播条件下での地中せん断応力比を考えてみよう(図—1(b)参照)。地盤の構成は図—1に示したとおりとし、ここに角振動数 ω 、地表面の最大変位振幅が A の正弦波が入射したときの定常振動を考えることにする。また、簡単のため地下水面付近でのインピーダンス比の変化を無視し、深さ方向にせん断波速度 V_s が変化しない一様地盤を考えることにする。このとき深さ方向に伝播する一次元のせん断振動は、次の波動方程式に支配される。

$$\frac{\partial \tau}{\partial z} = G \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 G はせん断剛性、 u は水平変位である。地表面のせん断応力がゼロであることを考慮すれば、地中の変位・速度・加速度の分布は、以下のように表される。

$$\begin{aligned} u(z, t) &= A \cos \frac{\omega z}{V_s} \cdot e^{i\omega t}, \quad u_{\max} = A \\ \dot{u}(z, t) &= i\omega A \cos \frac{\omega z}{V_s} \cdot e^{i\omega t}, \quad v_{\max} = A\omega \quad \dots\dots (6) \\ \ddot{u}(z, t) &= -\omega^2 A \cos \frac{\omega z}{V_s} \cdot e^{i\omega t}, \quad \alpha_{\max} = A\omega^2 \end{aligned}$$

一方、地中のせん断応力を、先の剛体仮定の場合と同じ方法で求めると、

$$\begin{aligned} \tau(z, t) &= \int_0^z \rho(z) \cdot \ddot{u}(z, t) dz \\ &= -v_{\max} e^{i\omega t} V_s \{ (\rho - \rho_{\text{sat}}) \sin \lambda_0 + \rho_{\text{sat}} \sin \lambda \} \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

となる。ここに、 $\lambda_0 = (\omega h_0 / V_s)$, $\lambda = (\omega z / V_s)$ は無次元振動数である。すなわち、地中せん断応力は波動の周期と無関係に地表の速度振幅にはほぼ比例する(もちろん、振動数が同じなら速度振幅は加速度振幅に比例するから、せん断応力は加速度振幅に比例するとも言える)。また、 $|e^{i\omega t}| = 1$ であることを考慮すれば、深さ z の有効せん断応力比の振幅分布は、

$$\left| \frac{\tau}{\sigma_v'}(z) \right| = \left| \int_0^z \rho(z) \cdot \ddot{u}(z, t) dz \right| / \left| \int_0^z \rho'(z) \cdot g dz \right| \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$= \left(\frac{\alpha_{\max}}{g} \right) \frac{\{(\rho - \rho_{\text{sat}}) \sin \lambda_0 + \rho_{\text{sat}} \sin \lambda\}}{\rho \lambda_0 + (\rho_{\text{sat}} - \rho_w)(\lambda - \lambda_0)}$$

$$= \left(\frac{\alpha_{\max}}{g} \right) C(\lambda) \quad \dots\dots\dots (9)$$

と表される。また、簡単のため、地盤は地表まで飽和していると考えれば、上式は、

$$\frac{\tau}{\sigma_v'}(z) = \left(\frac{\alpha_{\max}}{g} \right) \cdot \frac{\rho_{\text{sat}}}{\rho_{\text{sat}} - \rho_w} \cdot \frac{\sin \lambda}{\lambda} \quad \dots\dots\dots (10)$$

となる。先に示した(1)式との違いは、地中応力比が無次元振動数 λ の関数になることである。この関数 $(\sin \lambda)/\lambda$ を $V_S=100$ m/sとした場合について、振動数 f を変数として具体的に描いてみると図-3のようになる。すなわち、ある深さ z での応力比の時刻歴を求めたい場合には、地表加速度記録に図-3で示される周波数領域のウィンドウをかけるとよいことになる。

図-4は、図-2で示した地震波形に図-3のウィンドウをかけて、地表面下-10 m、-20 mの応力比を求めたものである。この操作によって明らかに短周期成分が少なくなっている。また、こうして求めた実際に作用したであろう応力比の大小関係は、各地震動の被害程度と無理なく対応していることがわかる。また、三陸はるか沖地震と兵庫県南部地震を比較すれば、地中-10 m

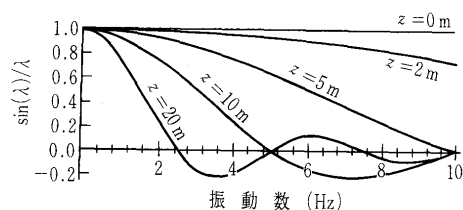


図-3 関数 $(\sin \lambda)/\lambda$ の変化

の応力比は三陸はるか沖の方が大きい、地中-20 mの応力比は兵庫県南部地震の方が大きい。これは、兵庫県南部地震の方が地中深くまで大きなせん断応力比が作用したことを意味している。最近、地中せん断応力の簡易算定法としてSI値を使う方法^{14),15)}や変位応答スペクトルを用いる方法¹⁶⁾などが提案されてその有効性が紹介されているが、短周期成分に大きく影響される $\alpha_{\max}$ よりも、より長周期成分を反映した $v_{\max}$ や $u_{\max}$ を用いる方が応力比と対応関係がよいことの説明となっている。

次に、(9)式の地中最大せん断応力比の深さ分布 $C(\lambda)$ を現行で用いられている関数 $(1-0.015z) \cdot \{\sigma_v'/\sigma_v'\}$ と比較すると図-5が得られる。図は、 $V_S=100$ m/s, $\rho_w=1$ t/m³, $\rho_{\text{sat}}=2$ t/m³, $\rho=1.8$ t/m³, $h_0=0$ m, 2 m, 5 mの時の係数 $C(\lambda)$ の計算例である。図から、高い振動数の波の振幅は地中深くなるにつれてすぐ小さくなることがわかる。また、現在使われている関数(点線)は、振動数1 Hz(周期1秒)の波にはほぼ対応している

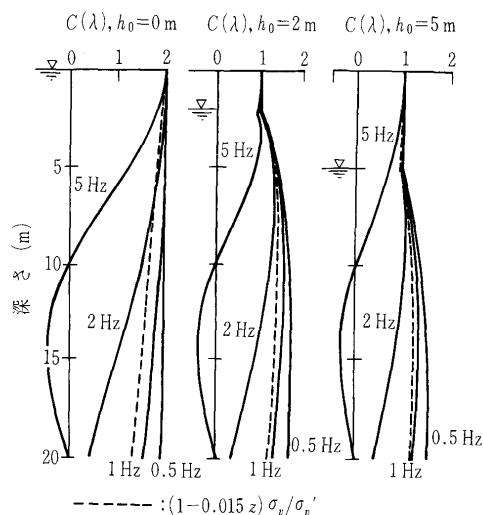


図-5 地中せん断応力比の分布

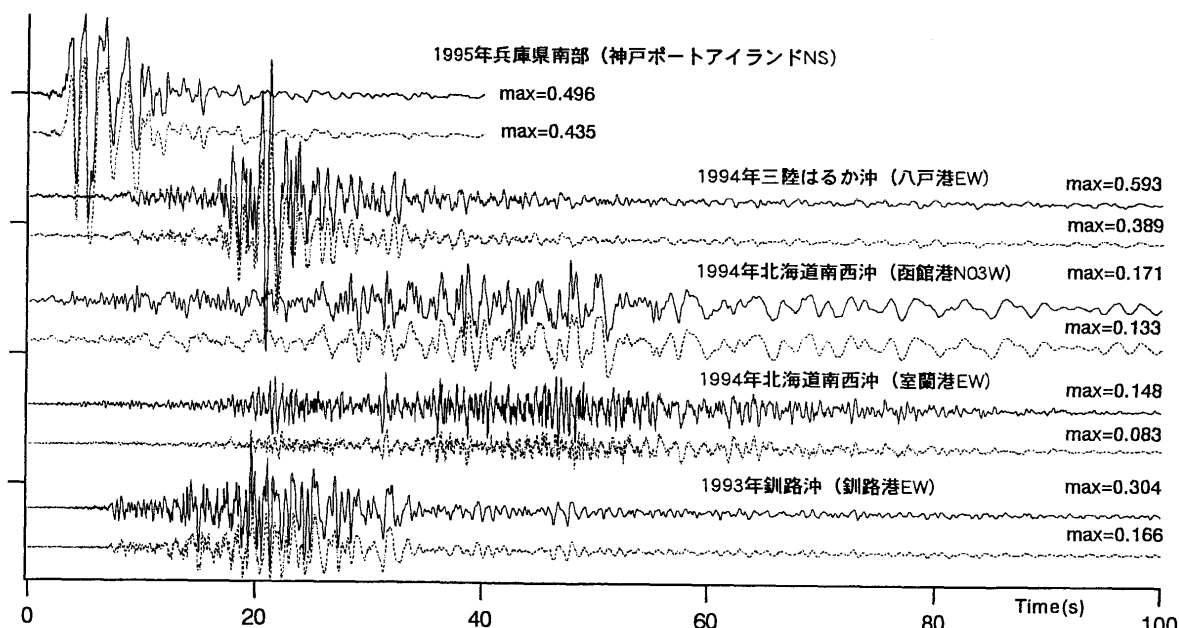


図-4 地表面加速度記録から求めた地中せん断応力比の時刻歴(実線:地中-10 m, 点線:地中-20 m, 地下水位-2 m, $\rho=1.8$ t/m³, $\rho_{\text{sat}}=2$ t/m³)

ことがわかる。すなわち、振動数 1 Hz 以上の高振動数成分を多く含む波に対して、(1)式から求められる応力比の値をそのまま用いることは、応力比を過大評価することになる。また、地表で観測された加速度記録の時間軸を無視して、そのままランダムな荷重履歴とする場合も、同様に応力比や繰返し回数を過大に評価することになる。

4. 地表最大加速度の上限値

(9)式のようにせん断応力比が求められたとき、図—5からもわかるように、地表面の最大せん断応力比は、陸上部では $\alpha_{\max}/g$ 、水面下では $2(\alpha_{\max}/g)$ となる。

仮に地表面が粘着力のない摩擦性材料で構成されていた場合、先と同様に(4)式の関係を満たさなければならぬと考えれば、地表最大加速度の上限値を求めることができる。例えば $\tan \phi$ を 0.6~0.8 程度としたとき、砂質土地盤での地表最大加速度の上限は、陸上部で 0.6~0.8 g 、海底で 0.3~0.4 g に $\{1 - (\Delta u / \sigma_0)\}$ を乗じた値になる。陸上部の値は、ほぼ兵庫県南部地震で観測された最大の地表面加速度に対応しており、この考察と大きく矛盾しない。

5. あとがき

本文では、地表で取得された加速度記録から地中せん断応力比を算定する方法を再考察し、単に最大加速度ではなく、その周期特性の違いが応力比の算定に及ぼす影響を示した。最大加速度と震度を混同する風潮があるなかで、改めて最大加速度の意味について考えていただく機会になれば幸いである。

なお、既往の地表加速度記録を基にして別の地盤の液状化判定用の外力を算定することには十分に慎重であるべきである。地表で観測された加速度記録は、その記録が取得された地盤の地層構造という境界条件やその地盤材料の動的変形特性を反映した固有の応答結果だからである。正統な地中せん断応力の推定方法は、表層地盤構造の影響を受けない基盤入射波を規定し、所定の地盤に対して予測すべきものである。その意味では、地表層の観測値を基にした推定法には自ずと限界がある。

謝辞：本研究は平成10年度科学研究費補助金基盤研究 (A)「砂地盤の液状化に及ぼす地震動特性と地盤構造の影響に関する研究」(研究代表者：柳澤栄司 (東北大学)) の補助を受けて行ったものである。本研究で使

用した地表加速度記録は、運輸省港湾技術研究所および神戸市開発局によって取得されたものである。また、本文中で紹介した岩手県の地震と宮城県の地震の情報はそれぞれ日本大学工学部の中村晋先生、東北工業大学工学部の神山眞先生にいただいたものである。関係各位にお礼を申し上げる次第である。

参 考 文 献

- 1) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 (V 耐震設計編)，平成 8 年 12 月。
- 2) 沿岸開発技術研究センター：埋立地の液状化対策ハンドブック (改訂版)，平成 9 年 8 月。
- 3) 運輸省鉄道局監修・鉄道総合技術研究所編：鉄道構造物等設計標準・同解説基礎構造物・抗土圧構造物，平成 9 年 3 月。
- 4) 日本建築学会：建築基礎構造設計指針，昭和 63 年 1 月。
- 5) 岩崎敏男・龍岡文夫・常田賢一・安田 進：砂質地盤の地震時流動化の簡易判定法と適用例，第 5 回日本地震工学シンポジウム講演集，pp. 641~648, 1978.
- 6) Seed, H. B. & Idriss, I. M.: Simplified procedures for evaluating soil liquefaction potential, Proc. ASCE, Vol. 97, SM9, pp. 1249~1273, 1971.
- 7) Ishihara, K. & Yasuda, S.: Sand liquefaction in hollow cylinder torsion under irregular excitation, 土質工学会論文報告集, Vol. 15, No. 1, pp. 45~59, 1975.
- 8) Ishihara, K.: Simple method of analysis for liquefaction of sand deposits during earthquakes, 土質工学会論文報告集, Vol. 17, No. 3, pp. 1~17, 1977.
- 9) 時松孝次・岸本道太・若井修一：密度および標準せん断ひずみが不規則荷重下の砂の液状化強度に与える影響，第 33 回地盤工学研究発表会，pp. 93~94, 1998.
- 10) 夏井裕崇ほか：兵庫県南部地震の地震動波形を受ける密な砂の液状化特性とその評価，第 33 回地盤工学研究発表会，pp. 97~98, 1998.
- 11) 風間基樹・柳澤栄司・稲富隆昌：地表面応答に及ぼす中間軟弱粘土層の非線形性の影響，土木学会論文集，第 575 号/Ⅲ-40, pp. 219~230, 1997.
- 12) 風間基樹・鈴木崇弘・柳澤栄司：地盤に入力された累積損失エネルギーの評価法と液状化予測への適用，土木学会論文集，第 631 号/Ⅲ-48, 17p., 1999.
- 13) 前田健一・山崎浩之・小池二三勝・高橋邦夫：まさ土凍結サンプリング試料の不規則波下における液状化特性，第 33 回地盤工学研究発表会，pp. 95~96, 1998.
- 14) 佐藤正行・安田 進・吉田 望・増田民夫：地盤の地震時せん断応力比の簡易推定法，土木学会論文集，第 610 号/Ⅲ-45, pp. 83~96, 1998.
- 15) Towhata, I., Park, J. K., Orense, R. P. and Kano, H.: Use of spectrum intensity for immediate detection of subsoil liquefaction, 地盤工学会論文報告集, Vol. 36, No. 2, pp. 29~44, 1996.
- 16) 沢田純男・土岐憲三・中村純二：応答スペクトルを用いた液状化判定法，第 23 回地震工学研究発表会講演概要集，pp. 675~678, 1995.

(原稿受理 1999.1.12)