講　座

∧∧∧∧∧

杭基礎の鉛直荷重～変位特性の評価法入門

3.　解析による単杭の荷重～変位特性の評価方法（その1）

桑　原　文　夫（くわばら　ふみお）
日本工業大学教授　工学部建築学科

堀　越　研　一（ほりこし　けんいち）
大成建設㈱技術研究所自然環境部土質研究室

3.1　はじめに

杭の設計において，極限支持力の検討よりも沈下予測の重要性が強調され，沈下計算法が提案され始めてからおよそ20年が経っている。それまでにも群杭に対して，地中に等価な荷重面を想定し，その面より下の層の圧縮により杭の沈下を計算する方法が知られていたが，その後，杭から地盤へ伝わる力の伝達や杭周囲の地盤の変形特性について，より現実的なモデルを使った合理的な解析法が提案されてきた。また，杭支持力の発揮性状が沈下と密接に関連していること，同じ杭であっても，荷重レベルによって周面摩擦力や先端支持力それぞれの寄与が大きく異なることも幾度か報告されてきた。しかし，実際の設計でこれらの杭の沈下予測法が十分有効に使われてはいないようである。その理由は，依然，設計基準が極限支持力の検討のみに終始し，沈下予測を取り上げていなかったからではないだろうか。あるいは，第**4**章の群杭の沈下解析の解説で述べるように，構造物の重要度や必要機能にかかわらず，常に沈下をゼロ近くに抑えることが尊重されたからではないだろうか。最近，各種の設計基準が限界状態設計あるいは性能設計に転換する動きの中で，設計時において，本来の現象をより忠実に検討しようという方向に向かってきている。すなわち，旧来の設計法における極限支持力に安全率を考慮した許容支持力を用いた検討は，実際に極限状態の生起に関する検討をしているのではなく，そのレベルの荷重に対して沈下量が十分小さいことを確認しているという考えである。これに対して性能設計においては，より直接的に沈下量を予測して，それが許容値以下になることを確認するものである。そのためには沈下予測のための計算法が必要であり，本章の意図はそこにある。単杭の荷重～変位特性を解析する方法は，以前の「土と基礎」の講座の中で加倉井ら[1]が報告している。根幹となる手法については，大きな変化はないが，杭の沈下剛性における非線形性や多層地盤といった実務への適用で考慮すべき問題の取扱い方法について進展が見られる。以下，本章では単杭の沈下予測法の概要および特徴や留意点について説明する。

3.2　単杭の荷重～変位特性の解析法

3.2.1　解析手法の分類

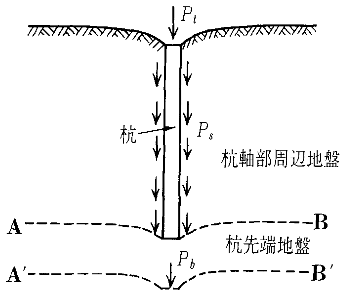
Poulos（プーラス）[2]は，杭の支持力や変形問題に用いる手法を分類しており，**表—3.1**はそれを抜粋したものである。この表では，下の欄に記載された手法ほど高度なものとして分類されている。沈下と支持力の評価手法を併せて示したが，それぞれに対し，同じ分類に属する手法を用いることを勧めているわけではない。また，高度な手法においては，沈下評価手法と支持力評価手法が同じものとして取り扱われているが，これは両者が互いに密接に関連している事実からして当然のことと言える。これらの杭の挙動評価に関して，常に高度な手法を要求しているものではなく，むしろ，下記の要因を考慮

表—3.1　杭の沈下解析方法の分類[2]

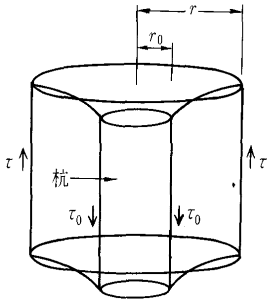
分類	特　　徴	解析定数の設定方法	杭の支持力評価法	杭の沈下評価手法
1	経験手法、土質力学に立脚せず	簡易な原位置試験結果、室内試験結果を補正して設定	ＣＰＴとの関係を利用 ＳＰＴとの関係を利用 全応力法（α法）	杭径に対する比率 柱の圧縮量に係数をかける
2Ａ	単純化された理論や図に立脚 土質力学に立脚、手計算が可能 線形弾性（変形問題）や剛塑性（安定問題）による扱い	通常一般的に行われる試験結果を必要に応じて補正して設定	有効応力法（β法）	弾性解 （Randolph ＆ Wroth[3]；Poulos ＆ Davis[9]）
2Ｂ	２Ａで変形問題に対して非線形、安定問題に対して弾塑性としたもの		有効応力法（Ｆlemingら[6]による方法）	弾性解で杭と地盤間のすべりを表現（Poulos ＆ Davis[9]）
3Ａ	現場に特有な解析に基づく 土質力学に立脚 線形弾性（変形問題）や剛塑性（安定問題）による扱い	詳細な室内試験や原位置試験（対象とする問題の応力径路を考慮）をもとに設定	先端支持力に対して塑性理論の利用	線形有限要素解析
3Ｂ	３Ａで非線形性を比較的簡易に取り入れたもの		非線形荷重伝達法（Coyle ＆ Reese[10]；Kraftら[11]） 非線形有限要素法（Desai[16]；Ｊardineら[19]など	
3Ｃ	３Ａで非線形性を、土の挙動を表現し得る適切な構成式を介して、考慮したもの		杭の施工過程を考慮した有限要素解析（Randolph ＆ Wroth[3]；Withiams ＆ Kulhawy[20]）	

NII-Electronic Library Service

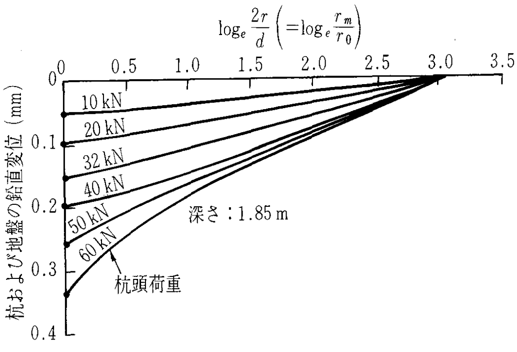
The Japanese Geotechnical Society



図―3.1　簡易モデルにおける地盤の変形[3)]



図―3.2　鉛直荷重を受ける杭周囲の地盤のせん断応力[3)]



図―3.3　杭周囲地盤の沈下計測結果[4)]

に入れて適切な手法を決定すべきである。

- 扱う問題の重要性，規模
- 基礎の設計に費やす予算
- 利用可能な地盤データ
- 地盤条件や荷重条件の複雑度
- 設計段階（計画設計，詳細設計）
- 扱おうとする手法に対する設計者の熟練度

また，どの解析手法を選ぶかよりも，どのように地盤データを選定しモデル化するかの方が重要な場合が多々あることを認識する必要もある。

3.2.2　簡易モデルによる弾性解

Randolph（ランドルフ）とWroth（ロス）[3)]は鉛直荷重を受ける杭の軸部と先端の周囲の地盤を分離し，軸部には同心円筒のせん断変形の考え方を用い，先端には半無限弾性体に対するBousinesq（ブーシネスク）解を用いる近似的な解析法を提案した。すなわち**図―3.1**に示すように，杭先端より上方の地盤については杭周囲のせん断応力，下方の地盤については杭先端の垂直応力を受けて変形するものと仮定した。したがって，杭周囲のせん断応力と杭先端の鉛直応力の相互作用は無視している。

(1)　杭軸部の荷重～沈下関係

杭軸部の周囲では周面摩擦による土のせん断変形により，杭の沈下が生じる。杭周せん断応力が深さ方向に一様に分布するものとし，杭頭，杭先端の境界条件による影響が無視できるような長い杭では，地盤の変位は杭中心からの半径のみの関数となる。杭周面から地盤に伝わる力の合計P_sは次式のように表される。

$$P_s=2\pi r_0 L\tau_0 \quad\cdots\cdots(1)$$

ここで，τ_0：杭周面のせん断応力，r_0：杭の半径，L：杭長である。P_sは杭中心からrの距離にある円筒面に働くせん断応力τ（**図―3.2**）の合力に等しいことから，τは次式のように表される。

$$\tau=\frac{\tau_0 r_0}{r} \quad\cdots\cdots(2)$$

すなわち，杭周囲地盤の鉛直面に働くせん断応力は杭中心からの距離に反比例する。よって地盤のせん断ひずみγは次式で表せる。

$$\gamma=\frac{\tau}{G}=\frac{\tau_0 r_0}{Gr} \quad\cdots\cdots(3)$$

G：地盤のせん断弾性係数

杭周面のせん断変形による杭の沈下量を求めるためには，γを$r=r_0$からr_mまで積分すればよい。ここで，r_mは地盤の沈下が無視できるほど小さくなる位置の杭中心からの水平距離である。

したがって，杭の沈下量w_sは次式で表すことができる。

$$w_s=\int_{r_0}^{r_m}\gamma\,dr=\int_{r_0}^{r_m}\frac{\tau_0 r_0}{Gr}dr \quad\cdots\cdots(4)$$

地盤を線形弾性体とすれば，Gは半径方向に一定であり，

$$w_s=\frac{\tau_0 r_0}{G}\int_{r_0}^{r_m}\frac{1}{r}dr=\frac{\tau_0 r_0}{G}\ln\frac{r_m}{r_0}=\frac{\tau_0 r_0}{G}\zeta \quad\cdots\cdots(5)$$

となる。ここで，

$$\zeta=\ln\frac{r_m}{r_0} \quad\cdots\cdots(6)$$

地盤中のせん断ひずみは杭に接した部分で最大となるが，杭から離れるに従って急速に減少する。Randolphら[3)]の提案のように，$\zeta=4$と仮定すると，例えば杭(頭)の沈下量が杭径の1%のとき，杭に接する地盤（$r=r_0$）のせん断ひずみは$\gamma=2\%/4=0.5\%$となるが，杭表面から杭直径分離れたところ（$r=3r_0$）では，$\gamma=(2\%/4)/3=0.17\%$に，杭径の2倍離れたところ（$r=5r_0$）では，0.1%に減少する。

Cooke（クーク）ら[4)]はロンドン粘土中に設置された杭長4.6 m，杭径168 mmの鋼管杭の杭頭に鉛直荷重を加えたときの，杭周囲の地盤の変形を測定している。**図―3.3**は杭中間深さにおける地盤の沈下と水平距離（自然対数）の関係を示したものである。荷重が小さいときは沈下量と$\ln(r/r_0)$とは直線関係にあり，地盤がほぼ弾性的であると考えられるが，極限荷重80 kNの75%のとき（杭頭荷重60 kN時），両者の関係は曲線を示している。また，$\ln(r/r_0)=3$の位置で沈下は収束しており，Randolphら[3)]の提案$\zeta=\ln(r_m/r_0)=4$よりやや杭の近傍にひずみが集中している。一般的に，弾性解は水平距離に反比例する形で，杭からかなり離れた部分までひずみが生じる結果を示すが，実際の地盤では地盤の非線形性により，杭に近い部分において大きな変形が生じ，遠方のひずみはほとんど生じない場合が多い。

(2)　杭先端の荷重～沈下関係

杭先端より下方の地盤の変形は，近似的には杭先端荷重が露出した支持層表面に作用する場合の解と考えることができる。すなわち，半径r_bの円形荷重P_bがせん断

NII-Electronic Library Service

The Japanese Geotechnical Society

弾性係数 G_b，ポアソン比 ν の地盤上に働いたときの沈下量 w_b の弾性解は，以下の式のように求められている[3)]。

$$w_b=\frac{P_b}{r_b G_b}\frac{(1-\nu)}{4} \quad \cdots\cdots(7)$$

実際の杭先端が地中にあることの影響は，例えば Fox（フォックス）[5)]の解を用いることにより修正することができる。しかし，実際の場合は深くまで掘削された孔内の底面に載荷されると考えるのが妥当であって，作用荷重がその上下の土によって分担されるような連続体内部に載荷されるという場合の解よりも，むしろ表面載荷に近いという考えもできる。式(7)によって近似した場合と FEM 解析による解との誤差は15%程度であるという報告[3)]もある。

杭軸部の周囲地盤のせん断変形が杭中心からの半径に反比例する形で減少するのに対し，半無限弾性体の表面に垂直に作用する集中荷重に対する Boussinesq 解から明らかなように，杭先端の下方では圧縮ひずみ，およびせん断ひずみが先端からの距離の2乗に反比例する形で減少する。したがって，杭先端直下の地盤におけるひずみの集中度は杭周囲の地盤より顕著になり，地盤が非線形性を示す場合には弾性解からの差はより大きくなる。すなわち，杭先端から杭径の数倍の範囲にある土の変形が杭の沈下剛性に大きな影響を与えることになる。

(3)　杭頭の荷重～沈下関係

杭を剛体と仮定すれば，$w_s=w_b$ となり，杭頭の沈下剛性は式(5)，(7)より次式で表される。

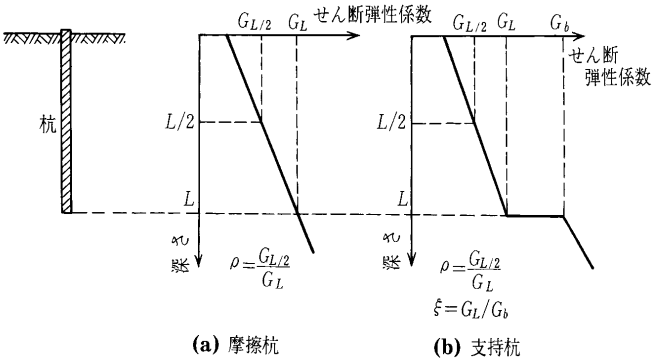
$$\frac{P_t}{w_t}=\frac{P_b}{w_b}+\frac{P_s}{w_s}=\frac{4r_0G}{1-\nu}+\frac{2\pi LG}{\ln\dfrac{r_m}{r_0}} \quad \cdots\cdots(8)$$

ここで，P_t：杭頭荷重，w_t：杭頭沈下量である。

Fleming（フレミング）ら[6)]は，L/r_0 が $0.5\sqrt{(E_p/G_L)}$ よりも小さいときは，杭は実質的には剛なものとして上式を使うことができることを述べている。

Randolph ら[3)]は杭が弾性体で，**図—3.4**のように地盤のせん断弾性係数が深さ方向に線形に増加する場合の杭頭沈下剛性を次式で表した。

$$\frac{P_t}{G_L r_0 w_t}=\frac{\dfrac{4\eta}{(1-\nu)\xi}+\dfrac{2\pi\rho}{\zeta}\dfrac{\tanh(\mu L)}{\mu L}\dfrac{L}{r_0}}{1+\dfrac{4\eta}{\pi\lambda(1-\nu)\xi}\dfrac{\tanh(\mu L)}{\mu L}\dfrac{L}{r_0}} \quad \cdots\cdots(9)$$



図—3.4　せん断弾性係数の深さ方向分布[6)]

ここで，

$\eta=r_b/r_0$（拡底杭では $\eta>1$）

$\xi=G_L/G_b$（先端支持杭では $\xi<1$）

$\rho=G_{L/2}/G_L$

$\zeta=\ln(r_m/r_0)$

$r_m=\{0.25+\xi[2.5\rho(1-\nu)-0.25]\}L$

$\quad=2.5\rho(1-\nu)L$（摩擦杭では $\xi=1$）

$\mu L=\sqrt{\dfrac{2}{\zeta\lambda}}\dfrac{L}{r_0}$

G_b, G_L, $G_{L/2}$：杭先端，杭長の半分の深度における地盤剛性（**図—3.4**参照）

$\lambda=E_p/G_L$

E_p：杭体の弾性係数

この場合，杭頭荷重の杭先端への荷重到達率は，次式で与えられる。

$$\frac{P_b}{P_t}=\frac{\dfrac{4\eta}{(1-\nu)\xi}\dfrac{1}{\cosh(\mu L)}}{\dfrac{4\eta}{(1-\nu)\xi}+\dfrac{2\pi\rho}{\zeta}\dfrac{\tanh(\mu L)}{\mu L}\dfrac{L}{r_0}} \quad \cdots\cdots(10)$$

式(9)より求めた杭頭沈下剛性と杭長（杭半径 r_0 で無次元化）の関係を**図—3.5**に示す。

また，L/r_0 が $3\sqrt{(E_p/G_L)}$ よりも大きい場合には，tanh (μL) は1に近づき式(9)は，式(11)に示すように杭長に依存しない式となる。

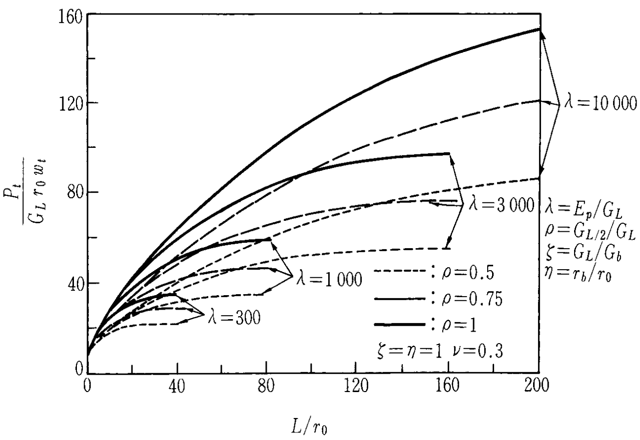
$$\frac{P_t}{G_L r_0 w_t}=\pi\rho\sqrt{2\lambda/\zeta} \quad \cdots\cdots(11)$$

さらに，Randolph[7)]は，ケーソン基礎のように細長比が小さい基礎で一様な地盤の場合，式(9)中の ζ に対して，以下の式を用いる方が精度がよいことを報告している。

$\zeta=\ln[A+2.5(1-\nu_s)L_p/r_p]$

（$A=5$，細長比 L_p/r_p の小さな杭に対して）$\cdots\cdots(12)$

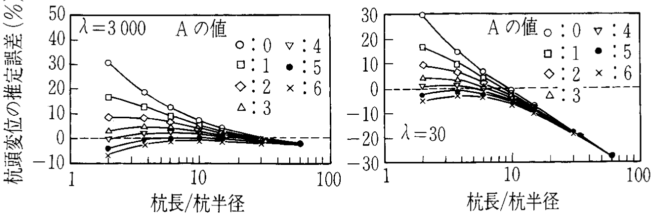
Horikoshi（堀越）and Randolph[8)]は，この式の精度を報告しており，その一部を**図—3.6**に示した。図中の $A=0$ は，式(9)に対応しており，通常の細長い杭では A の値は，沈下剛性に影響を及ぼさないことがわかる。また，ここで紹介した概算方法は，杭と地盤との相対剛



図—3.5　簡易モデルによる杭の沈下剛性[6)]

NII-Electronic Library Service

The Japanese Geotechnical Society



図―3.6　式(9)と式(12)によって算定した杭頭沈下量の推定誤差[8)]

性λが小さくかつ杭が細長い場合は，得られる結果の精度に注意を払う必要があることも示している。一方，式(12)を利用することによって，細長比が小さな杭でも杭頭沈下剛性を概算することが可能であるが，これは，群杭の沈下解析でしばしば用いられる複数の群杭を1本のピアに置き換えて沈下を算定する方法（等価ピア法）[9)]に本方法が適用可能であることを示している。

3.2.3　荷重伝達法（*t*-*z* 法）

荷重伝達法は，杭と地盤の相対変位とその境界面に働くせん断応力の関係を用いて，杭の荷重～沈下特性を数値解析的に求める方法である（Coyle（コイル）とReese（リース）[10)]）。

杭と地盤の境界面におけるせん断応力と相対変位の関係を次式で仮定する。

$$\tau_0 = k_s w_s \quad \cdots\cdots(13)$$

ここで，τ_0：杭周面のせん断応力，w_s：杭の沈下量，k_s：地盤反力係数である。杭の要素に関する鉛直方向の力の釣合いより，

$$E_p A \frac{d^2 w_s}{dz^2} - k_s w_s U = 0 \quad \cdots\cdots(14)$$

ここで，A：杭の断面積，U：杭の周長，E_p：杭体の弾性係数である。地盤反力係数 k_s は，実杭の載荷試験等から求めることもできる。

以下，荷重伝達法により杭の荷重～沈下関係を求める手順を記す。

① 杭は，**図―3.7**のようにいくつかの要素に分割する。

② 杭先端の沈下量 w_b を仮定する。

③ w_b と杭先端の地盤反力係数により生じる先端抵抗 P_b を計算する。

④ 杭先端要素の中点深さにおける変位 w_n を仮定する。w_n の初期値として，w_b を設定する。

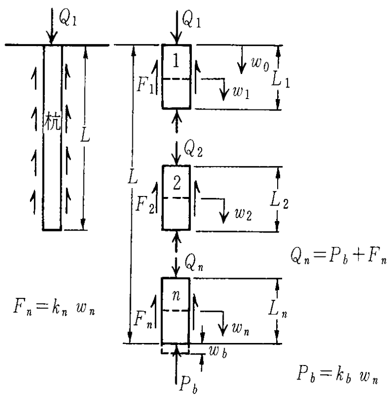
⑤ 杭先端要素の側面に働くせん断力 F_n を，w_n と側面の地盤反力係数あるいは荷重～変位曲線を用いて計算する。

⑥ 杭先端要素の上面の軸力 Q_n を次式より計算する。

$$Q_n = P_b + F_n \quad \cdots\cdots(15)$$

⑦ 杭先端要素の下半分の圧縮量を次式で計算する。

$$\Delta_n = \frac{Q_n + 3P_b}{4} \frac{L_n}{2AE_p} \quad \cdots\cdots(16)$$



図―3.7　荷重伝達法[10)]

$\dfrac{Q_n+3P_b}{4}$：杭先端要素の下半分に働く平均軸力

L_n：杭先端要素の長さ

⑧ 杭先端要素の中点深さにおける変位は次式のように修正される。

$$w_n' = w_n + \Delta_n \quad \cdots\cdots(17)$$

⑨ w_n' が仮定した w_n と許容値以内で一致しないときは，収束するまで④～⑧を繰り返す。

⑩ 得られた Q_n を用いて，同じ手順を次の要素で行う。最終的に杭頭における荷重 Q_1 と変位 w_0 が求められる。

⑪ 異なる杭先端変位を与えることにより，一連の Q_1 と w_0 の関係が求められる。

載荷試験で得られた杭の荷重伝達～変位関係を上記の手順に用いれば，実測に近い杭の沈下挙動が表現できる。荷重伝達法は杭が多層地盤中にある場合にも，土層ごとに異なる地盤反力係数を設定することが可能である。

しかし，この方法では杭の変位はその杭要素と地盤の境界面に働くせん断応力のみに関係すると仮定し，杭周囲の地盤の連続体としての性質を無視している。このことは，杭間の相互作用を考慮する群杭に対して，この方法を適用する場合の制約となる。

以上の方法では，地盤反力係数を載荷試験等に基づいて経験的に決定するのに対して，これを理論的に決定する手法も提案されている。Kraft（クラフト）ら[11)]は，Randolph ら[3)]の弾性解を用いた荷重伝達関数（地盤反力係数）を提案している。すなわち，式(11)に対応するものとして，軸部の沈下量 w_s および杭先端沈下量 w_b について，それぞれ式(5)，式(7)を用いる。

また，杭周囲の土の応力～ひずみ関係を次式の双曲線で仮定すると，

$$G = G_0 \left(1 - \frac{\tau_0 R_t}{\tau_f}\right) \quad \cdots\cdots(18)$$

G_0：土の応力～ひずみ曲線の初期勾配

τ_f：杭と土との間の摩擦強度

R_t：土の応力～ひずみ曲線のフィッティング定数

式(5)と(18)より，次式で表される非線形の w_s～τ_0 関係を得る。

NII-Electronic Library Service

The Japanese Geotechnical Society

$$w_s=\frac{\tau_0 r_0}{G_0}\ln\frac{\dfrac{r_m}{r_0}-\dfrac{\tau_0 R_t}{\tau_f}}{1-\dfrac{\tau_0 R_t}{\tau_f}} \quad\cdots\cdots(19)$$

なお，Kraft は，杭の施工法の違いによる杭設置時の周辺地盤の剛性の変化を反映した $w_s \sim \tau_0$ 関係を与える式も提案している。

3.2.4　境界要素法（Mindlin 解による数値解析法）

境界要素法は，弾性解を用いて杭の変位とそれに接する地盤の変位の適合条件から解を求めるものである。杭の変位は先端地盤の沈下量と杭体圧縮量の和として得られる。地盤の変位は，通常，半無限弾性体中の集中荷重載荷に対する Mindlin（ミンドリン）の第１解を利用する。この手法は D'Appolonia（ダポロニア）と Romualdi（ロマルディ）[12] が最初に提案したもので，その後，Poulos と Davis（デービス）[9] をはじめとする多数の研究者が発展させたものである。

図—3.8に示すように，杭を n 個の要素に分解する。各軸要素周面には一様なせん断応力 p_i を仮定する。先端要素底面には一様な鉛直応力を仮定する。j 要素のせん断応力による i 要素に接する地盤の変位は，j 要素の周面全体について Mindlin 解を積分することにより得られる。したがって，各要素の中点に接する地盤の変位ベクトル $\{_s w\}$ は，次式のように表すことができる。

$$\{_s w\}=[I_{ij}]\{p_i\} \quad\cdots\cdots(20)$$

$\{_s w\}$：各要素の中央に接する地盤の変位ベクトル

$[I_{ij}]$：j 要素の応力による i 要素に接する地盤の変位影響係数マトリクス

$\{p_i\}$：各要素に働く応用ベクトル

各杭要素の鉛直変位 $\{_p w\}$ は，杭体の圧縮量より，次式で表される。

$$\{_p w\}=[C]\{p_i\}+w_b \quad\cdots\cdots(21)$$

$\{_p w\}$：各杭要素の鉛直変位ベクトル

$[C]$：杭体の圧縮係数マトリクス

w_b：杭先端の地盤変位

杭と地盤の境界ですべりが生じないとき，杭とそれに接する地盤の変位が等しくなることから，

$$\{_s w\}=\{_p w\} \quad\cdots\cdots(22)$$

杭と地盤との境界に働く力の和と杭頭荷重とが釣合うので，

$$P_t=\Sigma p_i a_i \quad\cdots\cdots(23)$$

ここで，P_t：杭頭荷重，a_j：j 要素の周面積（j が先端要素のときは断面積）である。未知数は，応力ベクトル $\{p_i\}$ と先端の地盤変位 w_b で，式(20)と(21)を連立することにより，解が得られる。

本来この方法は，Mindlin 解を用いることから，適用対象は均一な弾性地盤に限定されていたが，不均一地盤への適用[13),14)] や杭と地盤の境界のすべりが許容できるように拡張されている。この方法の最大の特長は，土を連続体として扱うことができ，すべての要素間で変位の相互作用を考慮できることである。すなわち，杭間の相互作用が容易に考慮できるので，群杭の問題に適用可能である。

Poulos と Davis[9] は，杭長，杭径，杭剛性，杭配置，地盤の剛性などのパラメーターから決定される単杭および群杭の沈下量を簡単に求める広範なチャートを作成した。**図—3.9**は単杭の沈下影響係数 I を示したものである。この沈下影響係数を用いて，杭頭沈下量 w_t は次式で計算できる。

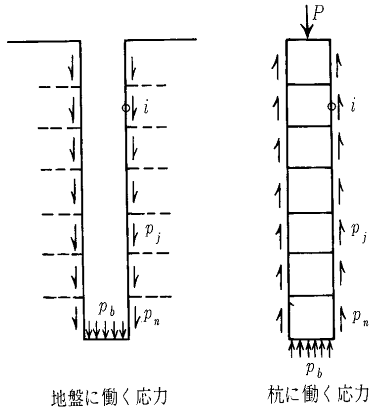
$$w_t=I\frac{P_t}{E_s d} \quad\cdots\cdots(24)$$

ここで，P_t：杭頭荷重，E_s：地盤の弾性係数，d：杭径，I：沈下影響係数

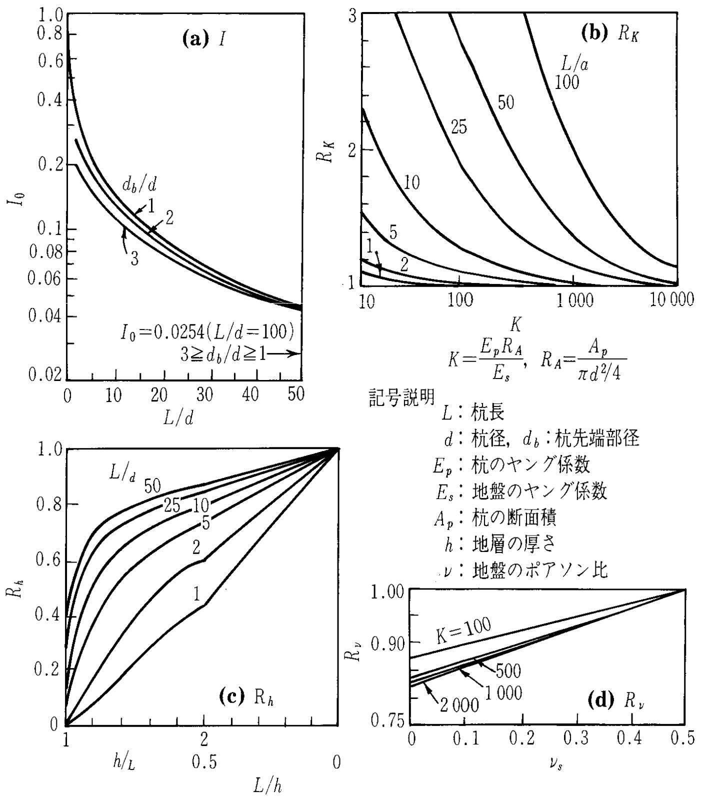
沈下影響係数は，下記のようにいくつかの補正係数を用いて表現されている。

摩擦杭では　$I=I_0 R_K R_h R_\nu$（**図—3.9**参照）

支持杭では　$I=I_0 R_K R_b R_\nu$



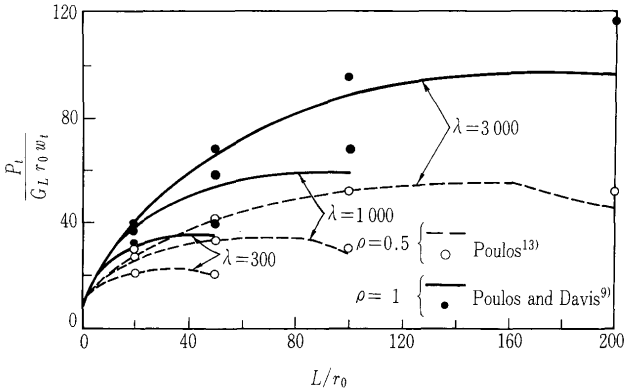
図—3.8　境界要素法[9]



図—3.9　単杭の沈下影響係数[9]

NII-Electronic Library Service

The Japanese Geotechnical Society



図―3.10　境界要素法と簡易モデルによる杭頭沈下剛性の比較[6]

ここで，I_0：非圧縮性の半無限地盤に設置された非圧縮杭に対する沈下影響係数，R_K：杭の圧縮性に対する補正係数，R_h：沈下計算の対象とする地盤深度が有限である場合の補正係数，R_ν：地盤のポアソン比に対する補正係数，R_b：支持層の剛性に対する補正係数（R_bのチャートについては文献9)を参照）

図―3.10に，境界要素法により計算した杭頭の沈下剛性と簡易モデルに基づく弾性解との比較を示す。両者の対応はおおむね良い。

3.2.5　有限要素法

有限要素法は，地盤の不均一性や非線形性，複雑な境界条件を考慮できる有力な解析手段として，計算機の進歩とあいまって杭基礎に対する変形解析事例が多く発表されている。例えば，Ellison（エリソン）ら[15]，Desai（デサイ）[16]による単杭への適用例やOttaviani（オッタビアーニ）[17]による群杭に関する初期の三次元解析がある。単杭の鉛直方向変位のみの解析であるならば，軸対称有限要素法を用いて効率的な解析を行うことは可能であり，すでに多くの事例が報告されている。しかし，ひとたび群杭をそのまま扱おうとすると，三次元解析を行う必要が生じ，計算効率がかなり落ちることになる。また，既往の多くの有限要素解析事例によれば，杭はすでに地盤中に打設された状態を解析の開始時点としており，用いる地盤定数の多くは杭打設以前に測定されたものである。実際は杭の施工方法や杭の種類に応じたさまざまな影響が存在することを念頭に置く必要があると思われるが，これらの影響を定量的に吟味することは一般的に難しい。

また，杭が地盤に貫入するという現象は，地盤の大変形問題を伴い，通常の有限要素法では扱いが極めて難しくなる。最近，コーン貫入試験におけるコーンの貫入過程を解くためのアイディアとして，大変形理論による定式化に基づき，幾何学的メッシュと各節点の変位量を独立に扱うArbitrary Lagrangean Eulerean法（ALE法）がある。この方法により，コーンの実測貫入抵抗が良好にシミュレートされた事例[18]もあり，杭の地中への貫入問題に対する新たな取組みとして注目される。

参考文献

1) 加倉井正昭・桑原文夫：講座　場所打ち杭・埋込み杭の支持力と設計，4. 荷重伝達と沈下，土と基礎，Vol. 37, No. 6, pp. 101～106, 1989.
2) Poulos, H. G.: Pile behaviour—theory and application, Geotechnique, Vol. 39, No. 3, pp. 365～415, 1989.
3) Randolph, M. F. and Wroth, C. P.: Analysis of deformation of vertically loaded piles, J. Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 104, No. GT12, pp. 1465～1488, 1978.
4) Cooke, R. W., Price, G. and Tarr, K. W.: Friction piles under vertical working load conditions—load transfer and settlement, Geotechnique, Vol. 29, No. 2, pp. 113～147, 1979.
5) Fox, L.: The mean elastic settlement of a uniformly loaded area at a depth below the ground surface, Proc. 2nd Int. Conf. Soil Mech. and Found. Eng., Vol. 1, p. 129, 1948.
6) Fleming, W. G. K., Weltman, A. J., Randolph, M. F. and Elson, W. K.: Piling Engineering (2nd edn.), Surrey University Press, 1992.
7) Randolph, M. F.: Design methods for pile groups and piled rafts, Proc. 13th ICSMFE, New Delhi, Vol. 5, pp. 61～82, 1994.
8) Horikoshi, K. and Randolph, M. F.: Estimation of overall settlement of piled rafts, 地盤工学会論文報告集, Vol. 39, No. 2, pp. 59～68, 1999.
9) Poulos, H. G. and Davis, E. H.: Pile Foundation Analysis and Design, John Wiley, 1980.
10) Coyle, H. M. and Reese, L. C.: Load transfer for axially loaded piles in caly, ASCE, Vol. 92, No. SM2, pp. 1～26, 1966.
11) Kraft, K. M., Ray, R. P. and Kagawa, T.: Theoretical *t*–*z* curves, ASCE, Vol. 107, No. GT11, pp. 1543～1561, 1981.
12) D'Appolonia, E. and Romualdi, J. P.: Load transfer in end bearing steel H-piles, ASCE, Vol. 89, No. SM2, pp. 1～25, 1963.
13) Poulos, H. G.: Settlement of single piles in nonhomogeneous soil, ASCE, Vol. 105, No. GT5, pp. 627～641, 1979.
14) Yamashita, K., Tomono, M. and Kakurai, M.: A method for estimating immediate settlement of piles and pile groups, 地盤工学会論文報告集, Vol. 27, No. 1, pp. 61～76, 1987.
15) Ellison, R. D., D'Appolonia, E. and Thiers, G. R.: Load-deformation mechanism for bored piles, ASCE, Vol. 97, No. SM4, pp. 661～678, 1971.
16) Desai, C. S.: Numerical design-analysis for piles in sands, ASCE, Vol.100, No. GT6, pp. 613～635, 1974.
17) Ottaviani, M.: Three-dimensional finite element analysis of vertically loaded pile groups, Geotechnique, Vol. 25, No. 2, pp. 159～174, 1975.
18) Mimura, M. and P. van den Berg: Numerical assessment for the process of CPT in sandy deposits, Proc. Int. Symp. on Deformation and Progressive Failure in Geomechanics, Nagoya, pp. 805～810, 1997.
19) Jardine, R. J., Potts, D. M., Fourie, A. B. and Burland, J. B.: Studies of the influence of non-linear stress-strain characteristics in soil-structure interaction, Geotechnique, Vol. 36, No.3, pp. 377～396, 1986.
20) Withiams, J. L. and Kulhawy, F. H.: Analytical model for drilled shaft foundations, Proc. 3rd Int. Conf. Numer. Methods in Geomechs, Aachen, Vol. 3, pp. 1115～1122, 1979.

本講座では，上記各文献から図表を引用するに際し，英語表現の和訳，グラフ軸のSI単位への換算，記号その他の説明の追加等の修正を行っております。

NII-Electronic Library Service