The Japanese Geotechnical Society

土　石　流

5.　土石流のメカニズム(1)—移動床上の土石流—

江　頭　進　治（えがしら　しんじ）
立命館大学理工学部建設環境系

宮　本　邦　明（みやもと　くにあき）
筑波大学農林工学系

5.1　はじめに

渓床に土砂が堆積していると，降雨に伴う表面流により流動化し土石流が発生する。この勾配は12～15°以上といわれている。このような土石流が発生するとき，堆積層全体が土石流化するとはかぎらず，表層に近い部分が流動化する場合が多い。また，土石流が停止・堆積するところでも堆積した土砂の上を土石流が流れている。別の言い方をすると，土石流の発生は，渓床堆積土砂の侵食により生じると表現することも可能であり，土石流の停止は，土石流中の土砂が堆積することにより生じるということも可能である。

すなわち，粒径や密度など，土砂の物性がほとんど同じ材料であるにもかかわらず，表層に近い部分のみが流動化し下方は流動化しない。このような流動化している部分とその下方の部分が同じ物性を持つ材料（土砂）で構成されていて侵食や堆積をするような河床（渓床）の状態を移動床と呼んでいる。

土石流のメカニズム—力学—を理解するためには，このような条件のもとでの力学的な定式化を行う必要がある。土石流に関する力学的な考察が数学的に閉じると，そのメカニズムが一応理解された，ということになる。

ところで，土石流の力学特性を直感的に表現すると，次のようにいうこともできる。

物の道理のたとえに「水は必ず高い所から低いところへ流れる」という表現がある。これは，わずかでも勾配があると（正確にはエネルギー勾配があると）水はそれに従って流れてゆくことを意味している。しかし，土砂の場合は安息角をもつことからもわかるように**「勾配が緩いと流れない」**。土石流は端的に言えば，水の流れと砂の流れの中間的なものである。いい加減な表現に見えるが，河床が砂礫で構成されていて水で飽和され表面流があっても，ある勾配を維持しているのは，水の流れの構造との本質的な違いによるものである。この**“中間的な流れ”**というところに土石流に関する力学の本質が隠されている。土石流を一つの流体としてとらえ，その運動を材料に特有の力学的性質としてとらえると，土石流は，水のようには流れず，ある勾配で停止するから，水のようなニュートン流体の流動則（構成則）には従わない。このような背景から土石流に関する多くの非ニュートン流体モデルが提案されている。しかしながら，それらのモデルの基礎となる土石流の力学に関する理解の仕方は研究者によりまちまちで，しかも，その内容はかなり異なっており，共通の内容を見いだすことすら容易ではない。

ここでは，著者らの研究を中心に土石流の力学について解説を行い，論題に関する多くの研究成果は本稿の最後に簡潔に整理して参考文献に挙げるに留めることにする。

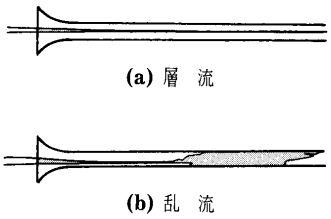
5.2　層流・乱流と構成則

流れのメカニズムを取り扱うとき，対象としている流れの運動学的取扱いを知っておく必要がある。このことは，土石流を取り扱う上でも重要である。そこで，議論を展開してゆく上で最低限必要な事項について説明する。

細い管路をゆっくり水が流れている場合を考える。どの程度ゆっくりかというと，水の流れをじゃましないように注射針のようなさらに細い管を用いてインクを流し込んだとき，**図—5.1(a)**に示すようにインクがほとんど拡散せずに細い線を描く，その程度の流れを考える。こういう流れの状態を層流という。この状態から管径を大きくしさらに流速を大きくしてゆくと，ある時，比較的急にインクの軌跡が乱され，**図—5.1(b)**に示すようにインクは管路全体に急速に拡散してゆくようになる。この状態を乱流という。

どちらの状態でも水を流すためには圧力差が必要である。しかし，その圧力差と流速，流量の関係は両者で異なっている。それは，層流状態では流れの抵抗が分子拡散と呼ばれる水という材料に独自の分子スケールでの現象に支配されるのに対し，乱流状態では水という材料（水分子）の特性にはよらない，乱れの構造に支配されているからである。

土石流の構成則を議論するとき，それは土石流を構成している材料に特有なものを問題としているのだから流れは層流である必要がある。流れが層流である場合，土石流における“水分子”に相当するものは“砂礫粒子”であり，“分子スケール”はその“粒径”ということになる。すなわち，土石流が層流であるということは土石



(a) 層　流

(b) 乱　流

図—5.1　掃流と乱流の模式図

NII-Electronic Library Service

The Japanese Geotechnical Society

流を構成する砂礫粒子が整然と層を成して流れているということを意味する。土石流の構成則はこのような運動学的条件が満たされているときに流れの構造を支配しており，また，構成則について実験的に研究するときにはこの条件が満たされていることを確認する必要がある。

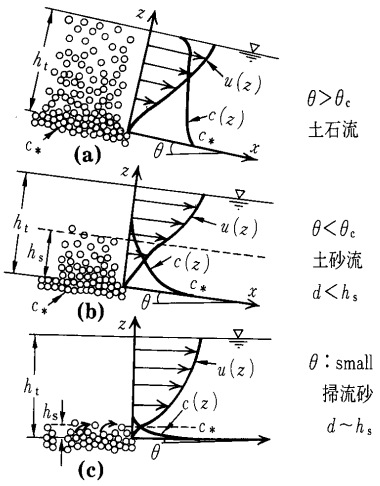
5.3　流砂形態と土石流

土石流の力学に関する記述に入る前に，土石流を含む，流れによって運ばれる土砂やその輸送形態について基礎的な事項を整理しておく。

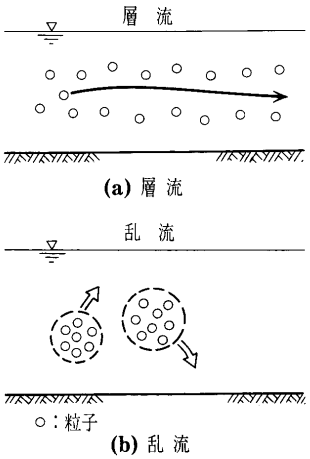
流れによって運ばれる土砂や運ばれる形態を流砂と呼び，それは河床勾配や流量などの流れの強さに支配されている。例えば，勾配が急なところでは土石流と呼ばれる形態を見ることが多く，沖積河川などの勾配の緩いところでは砂が河床近傍を滑動，転動，あるいは小さく跳躍しながら運ばれる掃流砂と呼ばれる輸送形態が見られる。また，勾配が緩いところで流れの規模，例えば流量が大きくなったり，相対的に粒子が小さくなると流水の乱れに取り込まれて浮遊しながら運ばれる粒子（浮遊砂という）が出てくる。

典型的な土石流と掃流砂の流砂形態が出現する勾配の中間の勾配をもつ領域では両者の中間的な現象が見られ，土砂流などと呼ばれている。

図—5.2に土石流と土砂流，掃流砂の模式図を示す。土石流は，砂礫粒子が流れの表面まで，流動している全層にわたって高濃度に存在するような流れで，砂礫が集合して流動しているように見えるので集合流動とも呼ばれる。このような流れが生じる勾配の下限は15°前後であると[1]いわれている。この勾配より小さいと砂礫粒子は流れの全層にわたって存在することができず，比較的明瞭な境界をもって集合流動的な下層とほぼ清水流的な上層の2層流の形をとる。このような条件での流砂形態を土砂流と呼んでいるが，上層に清水流的な流れが生じ掃流的でもあるので掃流状集合流動とも呼んでいる。さらに勾配が緩くなるにつれこの境界が河床に近づき，ついには典型的な掃流砂としての流砂形態をとるようになる。



図—5.2　流れの形態



図—5.3　集合流動における層流と乱流

土石流（集合流動）と土砂流（掃流状集合流動）の集合流層（下層）部分の運動形態は非常によく似ており，ともに粒子に着目すると**図—5.3**に示すような層流的な運動をしている。すなわち，流れのある層内の粒子はほとんどの層内に留まったまま流下してゆく。

5.4　流れの記述と構成則

さて，それでは，いよいよ土石流の力学について検討を始めよう。

土石流は複雑で力学的にもよく分かっていない材料からなる流れではあるが，いずれにしても流れを記述するには質量保存則（連続式）と運動量保存則（運動方程式）が必要である。

「**5.2**　相流・乱流と構成則」で記したように層流の場合を考える。ある時刻に流れの中に任意の閉空間を考えその閉空間の運動を追跡する。閉空間は流れとともに変形しながら移動して行くが，このとき，流れは層流なので閉空間の境界を越える物質輸送は無視し得る，あるいは閉空間の境界を越えて物質の輸送がないように閉空間とその運動を設定できるから，次式で表される質量保存則が成り立つ。これは運動する閉空間内の全質量の時間変化がないことを意味している。

$$\frac{d}{dt}\int_D \rho dv=0 \quad\cdots\cdots(1)$$

ここに，Dは閉空間内部の領域，ρは質量密度である。また，閉空間にニュートンの運動の法則（運動量保存則）を適用すると運動方程式が，

$$\frac{d}{dt}\int_D \rho\bar{u}dv=\int_D \rho\bar{g}dv+\int_\partial \boldsymbol{T}\cdot\bar{n}ds \quad\cdots\cdots(2)$$

と表される。すなわち，閉空間が得る単位時間あたりの運動量（あるいは閉空間が受ける加速度を生じるのに要する力）は，外力である閉空間内部の質量に作用する重力および閉空間の表面に作用する圧力・せん断力による単位時間あたりの力積（すなわち力）に等しいことを意味する。ここに，dは閉空間表面，$\bar{u}$は速度ベクトル，$\bar{g}$は重力加速度，$\boldsymbol{T}$は応力テンソル，$\bar{n}$は閉空間表面の外向き単位ベクトルである。

運動方程式中の応力テンソルが運動学的パラメーター，

NII-Electronic Library Service

The Japanese Geotechnical Society

例えば，ひずみ速度テンソルの関数で表されると，方程式系が閉じ運動を評価することができる。この応力と運動学的パラメーターとの関係を与えるのが構成則である。言葉を換えていえば，構成則が与えられると運動を記述するための方程式系が閉じ運動を記述することができる。

この構成則を決定するにはエネルギー保存則を用いる。エネルギー保存則は閉空間の同一の運動に対して，

$$\frac{d}{dt}\int_D \frac{1}{2}\rho\bar{\boldsymbol{u}}\cdot\bar{\boldsymbol{u}}dv=\int_D \rho\bar{\boldsymbol{g}}\cdot\bar{\boldsymbol{u}}dv+\int_d \bar{\boldsymbol{u}}\cdot(\boldsymbol{T}\cdot\bar{\boldsymbol{n}})ds+\int_D \Phi dv \quad\cdots\cdots(3)$$

と表され，閉空間が得る運動エネルギーは重力と応力のなす仕事と運動（変形）に伴うエネルギー消費の和で表されることを意味する。

式(1)，(2)を非圧縮性，

$$\nabla\cdot\boldsymbol{u}=0$$

の条件下で式(3)に代入し，対応する項をそれぞれ消去してゆくと，最終的に，

$$\int_D \Phi dv=\int_d \bar{\boldsymbol{u}}\cdot(\boldsymbol{T}\cdot\bar{\boldsymbol{n}})ds \quad\cdots\cdots(4)$$

と書き表され，「応力のなす仕事が内部で消費されるエネルギーに等しい」という結果を得る。これは，閉空間内部の単位時間あたりのエネルギー消費率 Φ が何らかの方法で運動学的パラメーターとの関係で評価されれば，式(4)から応力が運動学的パラメーターの関数として定まり構成則を導くことができることを意味している。また，式(4)は恒等式であり，閉空間の形状や大きさは数学的には任意であるから，閉空間内部が連続であるとすると積分範囲を無限小まで小さくすることができ，積分記号をはずして，**図—5.4**に示すような定常等流のもとで

$$\Phi=\tau\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right) \quad\cdots\cdots(5)$$

と書くことができる。ここに，τ はせん断応力である。

5.5　土石流の構成則

5.4での議論から構成則を定めるにはエネルギー消費率が分かればよいことが示されたが，そのためには内部でのエネルギーの消費メカニズムを知らなければならない。しかし，これを純粋に一般論として演繹することは困難であるので，通常，散逸の原因となるパラメーターを抽出し，これらを種々組み合わせて水路実験を行い，そこから有用な情報を得ることが行われている。そこで，空気と固体粒子，水と砂粒子，水とガラスビーズなどの混合物を用いた水路実験（Savage[2]，Savage and Sayed[3]，高橋[1),4),5)]，椿・橋本・末次[6)]，江頭・芦田ほか[7),8)]）を参考に，土石流のような，水と砂粒子の混合物の流れに関するエネルギー散逸の原因とそれを支配するパラメーターを示すと，**表—5.1**のようである。このように，土石流のエネルギー消費機構を支配しているパラメーターについてはほぼ明らかになりつつある状況にあるといえる。

しかし，エネルギー消費機構を支配しているパラメーターをこのように制限しても，なお一般的な構成則の導出はかなり困難な状況にある。というのは，具体的なエネルギー消費機構がまだよく分かっていないからである。

表—5.1　エネルギー消費に関連するパラメーター

消費原因	消費空間	パラメーター
粒子の表面固体摩擦	粒子表面	摩擦係数 ϕ_s
粒子間の非弾性衝突	粒子内部	反発係数 e，粒子の密度 σ 粒子径 d，粒子濃度 c
間隙水のせん断	粒子間隙	動粘性係数 ν，水の密度 ρ 粒子間の間隙スケール l

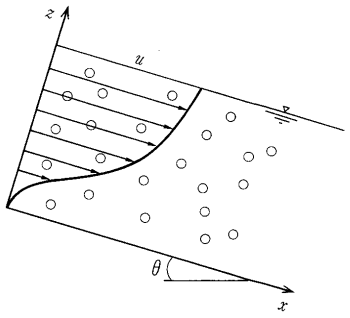
このメカニズムについて考察するには運動学的な条件を単純化し，式(4)の右辺に関する運動学的条件が時空間にわたってなるべく変化しないような環境を定める必要がある。一般には，定常・等流の条件のもとで式(4)を評価することが行われる。

江頭・芦田ら[9)]および江頭・宮本・伊藤[10),11)]は，**図—5.4**に示すような定常等流を対象としてエネルギー消費率の検討を行った。これは，エネルギー消費を支配しているパラメーターが空間的に独立であることから，散逸機構にも空間的に独立に取り扱いうると仮定して，エネルギー消費率，応力とも，それぞれのパラメーターに対応するそれらの関数の線形和として表し次式で表現している。

$$\Phi=p_s\tan\phi_s\frac{\partial u}{\partial z}+k_d\sigma(1-e^2)c^{1/3}d^2\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^3+k_f\rho\frac{(1-c)^{5/3}}{c^{2/3}}d^2\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^3 \quad\cdots\cdots(6)$$

$$\begin{aligned}\tau&=\tau_y+\tau_d+\tau_f\\&=p_s\tan\phi_s+k_d\sigma(1-e^2)c^{1/3}d^2\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2+k_f\rho\frac{(1-c)^{5/3}}{c^{2/3}}d^2\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2\end{aligned} \quad\cdots\cdots(7)$$

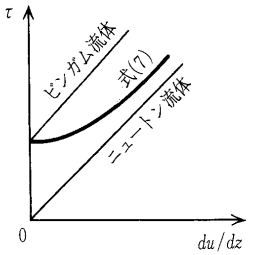
ここに，k_d, k_f は実験定数で，$k_d=0.0828$, $k_f=0.16\sim0.25$, p_s は粒子間骨格や粒子接触による静的圧力である。また，ϕ_s は内部摩擦角，σ は粒子（固相）の質量密度，ρ は間隙流体（液相）質量密度，d は粒径，e は反発係数，c は粒子の体積濃度（以下，濃度はすべて体積濃度）である。式(7)の右辺第1項はクーロン型のせん断応力（τ_y），第2項は非弾性衝突による散逸応力（τ_d），第3項は間隙水の乱れによる散逸応力（τ_f）である。右辺第1項は速度 u の関数ではないから，流動特性とは直接か



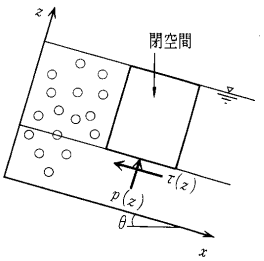
図—5.4　定常等流と座標系

NII-Electronic Library Service

The Japanese Geotechnical Society



図―5.5　代表的な構成則（流動式）の模式図



図―5.6　応力検査面と閉空間

かわらない応力であり，流れの特性は直接的に第2,3項に支配されている。したがって，右辺第1項は降伏応力としての性質を持っており土石流が降伏応力を持つ擬塑性流体としての性質を持つことが分かる（**図―5.5**の模式図参照）。

ところで，圧力pは，非圧縮性を仮定しているのでエネルギー消費にかかわっていないためこれまでの議論から直接的に定まらない。しかしながら，応力構造としては圧力とせん断応力は共通の支配パラメータや空間を持っているので，せん断応力と対応させて，粒子間の準静的な圧力p_sおよび粒子間非弾性衝突による動的圧力p_d，および間隙水圧p_wの線形和で表されるとし，

$$p=p_s+p_d+p_w \quad \cdots\cdots(8)$$

のように置くことができる。右辺の各項はそれぞれ次のように導かれている。

$$\frac{p_s}{p_s+p_d}=\left(\frac{c}{c_*}\right)^{1/n} \quad \cdots\cdots(9)$$

$$p_d=k_d\sigma e^2 c^{1/3} d^2\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 \quad \cdots\cdots(10)$$

$$p_w=\rho g(h_t-z)\cos\theta \quad \cdots\cdots(11)$$

ここに，c_*は静止堆積層における粒子濃度，nは整数で$n=5$, gは重力加速度，h_tは流動深である。

これらの項のうち，粒子間の非弾性衝突による動的圧力p_dの式(10)と間隙水圧p_wの式(11)は，それぞれ物理的考察から，衝突により保存される運動エネルギーに対応する圧力，静水圧で与えられる。準静的な圧力p_sの式(9)は決定することができず，その導出にあたっては多少の説明が必要である。

図―5.2において流動している領域h_sとその下層の静止している領域との境界，すなわち移動床の理論河床においては，粒子の濃度はc_*であり，かつ，流速も速度勾配も0となる必要がある。すなわち，理論河床において，圧力はp_sと間隙水圧のみから構成される必要がある。式(9)はこの条件を満たす簡潔な関数形を仮定したものであって，これが一般性を失うことがなければ妥当とみなされる。ちなみに，理論河床面$z=0$において，$c=c_*$とおけば，式(9)より$p_d=0$となり，式(10)より$\partial u/\partial z=0$となる。さらに，妥当性の証左として，後述の**図―5.11**に示すように，以上の流動則を用いれば，土石流から掃流砂の領域にまたがる粒子の輸送濃度（土石流の全流量に占める粒子の流量で，式(31)で定義される。一般に，濃度分布，速度分布があるため，式(19)で定義される断面平均濃度と異なる値をとる）が適切に評価される。「**5.1**　はじめに」のところで，土石流が水のようには流れてしまわないところに土石流の力学の本質が隠されていることを述べた。式(7)から明らかなように，流れは$\tau-\tau_y$で生じ，重力により生じるせん断力の成分がτ_yよりも小さくなると土石流は次第に停止することが分かる。

5.6　流れの特性

構成則，式(7)～(11)を用いて移動床上の土石流の定常・等流を説明しよう。これは，「**5.1**　はじめに」で述べたように，移動床上の定常・等流での流動特性の把握は土石流の力学を理解する上で最も重要なことであるからである。なお，移動床上での土石流の振る舞いについては第**6**章の土石流の数値シミュレーションで説明される。

まず，土石流の構成則の本質ともいうべき固体摩擦応力が支配する流れの運動学的パラメーターについて考察し，続いて流れの詳細な特性について議論することにする。

5.6.1　断面平均濃度と理論河床

定常・等流では，質量保存則は自動的に満たされる。また，流れは加速度を受けないから，運動方程式は，式(2)の左辺が恒等的に0に等しくなるため，**図―5.6**に示すように閉空間を水面から任意の深さの地点までとることにより，

$$\tau(z)=g\sin\theta\int_z^{h_t}\rho_m dz \quad \cdots\cdots(12)$$

$$p(z)=g\cos\theta\int_z^{h_t}\rho_m dz \quad \cdots\cdots(13)$$

と表される。これは，流れのある深さにおける圧力，せん断応力がそれぞれ重力の底面に垂直な成分（水面・河床に垂直な成分）と平行な成分（水面・河床に平行な成分）に等しいことを示している。

ここに，ρ_mは混合物の密度で，

$$\rho_m=(\sigma-\rho)c+\rho \quad \cdots\cdots(14)$$

と表される。

式(12),(13)に式(9)，および(10)を適用すると，それぞれ次式が得られる。

$$\tau_y(z)+\tau_d(z)+\tau_f(z)$$
$$=\rho g\sin\theta\int_z^{h_t}\{(\sigma/\rho-1)c+1\}\,dz \quad \cdots\cdots(15)$$

$$p_s(z)+p_d(z)=\rho g\cos\theta\int_z^{h_t}(\sigma/\rho-1)c\,dz \quad \cdots\cdots(16)$$

移動床河床（$z=0$）における両式の表現を考える。$z=0$では$c(0)=c_*$であるから式(9)より$p_d=0$であり，式(10)より$\partial u/\partial z=0$が成り立つことが分かる。式(7)にこれらの結果を代入すると$\tau_d=\tau_f=0$となる。この結果を式(15),(16)に代入すると，

$$\tau_y(0)=\rho g\sin\theta\int_0^{h_t}\{(\sigma/\rho-1)c+1\}\,dz$$
$$=\rho g\sin\theta\{(\sigma/\rho-1)\int_0^{h_t}c\,dz+h\} \quad \cdots\cdots(17)$$

NII-Electronic Library Service

The Japanese Geotechnical Society

$$p_s(0)=\rho g\cos\theta\int_0^{h_t}(\sigma/\rho-1)c\,dz$$

$$=\rho g\cos\theta(\sigma/\rho-1)\int_0^{h_t}c\,dz \quad\cdots\cdots(18)$$

が得られる。両式の比をとり変形すると，断面平均濃度に関する重要な式，式(20)が得られる。すなわち，断面平均濃度が

$$\bar{c}=\frac{\int_0^{h_t}c\,dz}{h} \quad\cdots\cdots(19)$$

で定義されるから，$\int_0^{h_t}c\,dz=\bar{c}h$ であることから，

$$\bar{c}=\frac{\tan\theta}{(\sigma/\rho-1)(\tan\phi_s-\tan\theta)} \quad\cdots\cdots(20)$$

が成り立つ。式(20)は，ここの議論とは異なった扱いから高橋[1]が導いた経験式に同じである。

移動床における理論河床 $z=0$ は，粒子の断面平均濃度が式(20)を満たすように定まり，そこにおける粒子濃度と速度勾配の条件は，それぞれ $c(0)=c_*$ および $\partial u/\partial z=0$ となる。これは，移動床上においては，ある流量に対して，粒子濃度と勾配の関係が一意的に定まることを意味している。

図—5.7は，断面平均濃度（平衡濃度）に関する式(20)の関係を示すとともに，各研究者[5),6),10),11),14),15)]の流動則から得られる勾配と平衡濃度の関係を示している。

5.6.2　流速と粒子濃度の鉛直分布

流速分布と粒子濃度は互いに従属関係にある。それらを求めてみよう。

流速分布は式(15)に式(7)を代入することにより以下のように定まる。

$$(f_d+f_f)d^2(\partial u/\partial z)^2$$

$$=g\sin\theta\int_z^{h_t}\{(\sigma/\rho-1)c+1\}\,dz$$

$$-g\cos\theta\tan\phi_s(c/c_*)^{1/n}\int_z^{h_t}(\sigma/\rho-1)c\,dz \quad\cdots(21)$$

また，濃度分布は式(9)を式(15)，(16)に代入し，連立させて $(\partial u/\partial z)^2$ を消去することにより次式のように定まる。

$$(h_t-z)\frac{\partial F}{\partial c}\frac{\partial c}{\partial z}=F-c \quad\cdots\cdots(22)$$

ここに，

$$F=\frac{1}{(\sigma/\rho-1)}\times\frac{f_{pd}\tan\theta}{f_f+f_d-f_{pd}\tan\theta-(c/c_*)^{1/n}(f_f+f_d-f_{pd}\tan\phi_s)}$$

$$f_d=k_d(1-e^2)(\sigma/\rho)c^{1/3}$$

$$f_f=k_f(1-c)^{5/3}/c^{2/3}$$

$$f_{pd}=k_d e^2(\sigma/\rho)c^{1/3}$$

である。具体的な速度と粒子濃度の鉛直分布は式(21)，(22)を連立して解くことにより得られるが，これは解析的に解くことはできず数値的にしか得ることができない。**図—5.8**は速度分布と濃度分布を数値的に解いた一例で，同時にその時の式(15)左辺の各項に分配される各応力の比較も示している。計算条件は $c(0)=c_*$ $(=0.52)$, $\theta=15°$, $\phi_s=38.5°$, $e=0.85$, $h_t/d=10.0$ である。応力のほとんどが準静的な固体摩擦応力 τ_y であることが理解される。

$c(z)=\text{const.}$ と近似すると，速度分布は解析的に解くことができ，近似解が得られる。これにより流速分布や抵抗則の概略が把握でき便利である。この場合，式(21)は容易に積分できて，次のような流速分布と抵抗則（平均流速）が得られる。

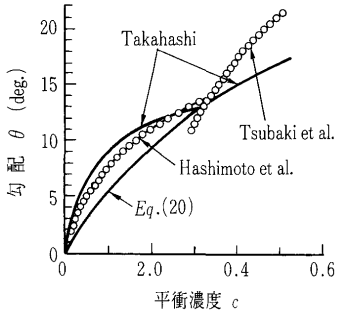
$$\frac{u(z)}{u_*}=\frac{2}{3}\left[\frac{\{(\sigma/\rho-1)c+1\}}{f_d+f_f}-\frac{(\sigma/\rho-1)c(c/c_*)^{1/n}\tan\phi_s/\tan\theta}{f_d+f_f}\right]^{1/2}\times\frac{h_t}{d}\left\{1-\left(\frac{h_t-z}{h_t}\right)^{3/2}\right\} \quad\cdots\cdots(23)$$

$$\frac{v}{u_*}=\frac{2}{5}\left[\frac{\{(\sigma/\rho-1)c+1\}}{f_d+f_f}-\frac{(\sigma/\rho-1)c(c/c_*)^{1/n}\tan\phi_s/\tan\theta}{f_d+f_f}\right]^{1/2}\frac{h_t}{d} \quad\cdots\cdots(24)$$

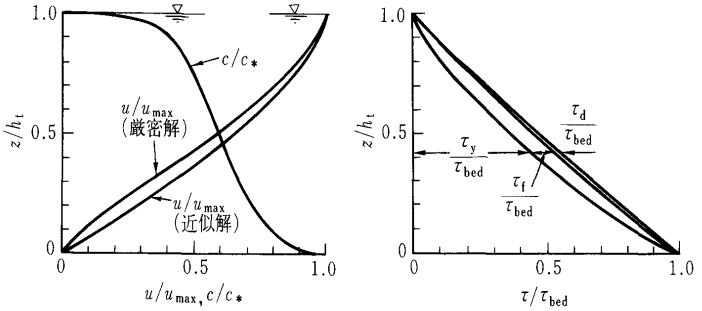
ここに，$u_*=\sqrt{gh_t\sin\theta}$ である。濃度 c は式(20)で与えられる。式(23)より流速分布が z に対して3/2乗であること，式(24)より v/u_* が h/d に比例することが分かる。**図—5.8**に流速分布の近似解も同時に示してある。近似解では，式(23)からも理解されるが，厳密解に見られるような河床近傍での上に凸の部分は見あたらない。

5.6.3　土砂流（掃流状集合流動）の集合流動層厚

勾配がある限界値 θ_c よりも小さくなると，**図—5.2(b)**に示すように，粒子流動層の厚さは，$h_s<h_t$ となっ



図—5.7　勾配と平衡濃度の関係



図—5.8　江頭らの構成則から得られる流速・粒子濃度および応力分布

NII-Electronic Library Service

The Japanese Geotechnical Society

て，粒子流動層の上方には清水流が形成される。

式(17)，(18)の積分を $0\sim h_s$ と $h_s\sim h_t$ とに分けて行うと，それぞれ次式が得られる。

$$\tau_y(0)=\rho g\sin\theta\left[\int_0^{h_s}\{(\sigma/\rho-1)c+1\}\,dz+\int_{h_s}^{h_t}dz\right]$$
$$=\rho g\sin\theta[\{(\sigma/\rho-1)\bar{c}_s+1\}h_s+(h_t-h_s)] \quad\cdots\cdots(25)$$

$$p_s(0)=\rho g\cos\theta\int_0^{h_s}(\sigma/\rho-1)c\,dz$$
$$=\rho g\cos\theta(\sigma/\rho-1)\bar{c}_s h_s \quad\cdots\cdots(26)$$

ここに，$\bar{c}_s$ は集合流動層に着目した平均粒子濃度で，

$$\bar{c}_s=\int_0^{h_s}c\,dz/h_s \quad\cdots\cdots(27)$$

で定義される。

上の二つの式，および $\tau_y=p_s\tan\phi_s$ の関係を用いると，h_s が次式で与えられる。

$$\frac{h_s}{h_t}=\frac{1}{(\sigma/\rho-1)\bar{c}_s}\frac{\tan\theta}{\tan\phi_s-\tan\theta} \quad\cdots\cdots(28)$$

上式を変形すると，流動砂層厚 h_s を粒子径 d に対する比，

$$\frac{h_s}{d}=\frac{1}{\bar{c}_s\cos\theta}\frac{1}{\tan\phi_s-\tan\theta}\tau_* \quad\cdots\cdots(29)$$

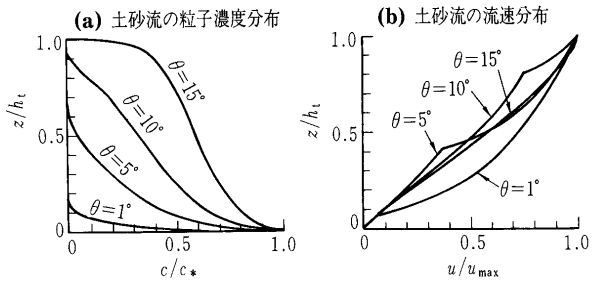
と表すこともできる。ここに，τ_* は，$\tau_*=h_t\sin\theta/\{(\sigma/\rho-1)d\}$ であり，これは無次元掃流力と呼ばれる。h_s の上方の領域において，近似として清水流に関する流速分布を導入すると，h_s に関する厳密解が得られる。

ところで，集合流動層はほぼ土石流と同じ機構に従う。したがって**図—5.8**からせん断応力のほとんどが準静的な固体摩擦応力で受け持たれているので，集合流動層の粒子濃度はその下の静止堆積層（理論河床より下層）の粒子濃度 c_* に支配されていることが理解される。そこで，近似的に式(27)の $\bar{c}_s$ を c_* と関連づけて，

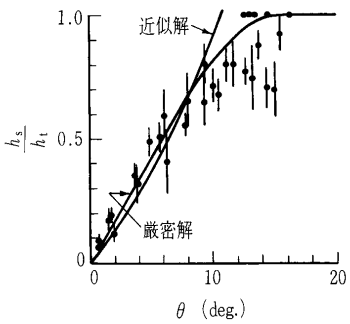
$$\bar{c}_s=\alpha c_* \quad\cdots\cdots(30)$$

とおく，α は定数で，$\alpha\fallingdotseq0.5$ とおくことにより，よく近似できることが分かっている[5),13)]。**図—5.9**に，濃度分布とそれに対応する流速分布の厳密解[10)]の一例を示す。図中，参考のため，土石流に対する解析結果を $\theta=15°$ の場合についてのせている。

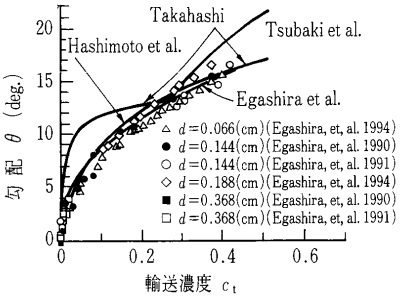
図—5.10は，粒子流動層の厚さ h_s と勾配の関係を示している。図には実験データ[7),8),13)]とともに，h_s の近似式（式(30)）および厳密解が示されている。なお，h_s



図—5.9　土砂流の濃度分布と流速分布の厳密解



図—5.10　粒子流動層厚



図—5.11　輸送濃度と勾配の関係

に関する厳密解は，**図—5.9**のように得られた粒子濃度分布において，$c=0.05$ となる位置に選んでいる。

図—5.9，5.10の結果が示すように，**図—5.2**に示した流れの形態の変化は，粒子流動層に着目すれば，連続的に説明され，**図—5.2 (a)，(b)**の流れの境となる限界勾配は15°前後であることが分かる。また，粒子流動層厚は，式(28)あるいは(29)から明らかなように，勾配あるいは無次元掃流力に依存することが分かる。

さて，土石流から土砂流の流域まで，同じ構成則から濃度分布と流速分布が連続的に得られることが分かったので，粒子の輸送濃度 c_t を求めることができる。粒子の輸送濃度 c_t は速度分布，濃度分布に関する厳密解を用いて

$$c_t(=q_s/q)=\int_0^{h_s}c\,u\,dz\Big/\int_0^{h_t}u\,dz \quad\cdots\cdots(31)$$

と表される。

c_t に関する議論は，前述の流動則の妥当性を検討する上で極めて重要である。なぜならば，水路実験において，流速分布，抵抗則および粒子濃度に関する精度のよいデータを得るのはかなり難しいが，輸送濃度に関するデータは，容易に得られるからである。特に流速分布，抵抗則については理論河床の取扱いが若干異なると，その評価が大きく異なってくるため，異なる研究者間の結果を相対的に評価することが難しい。

図—5.11は，式(31)の c, u に厳密解を与えて得られた結果[16)]を示すとともに，高橋[5),15)]，椿・橋本・末次[6)]，橋本・椿・平野[14)]の結果ならびに実験データを示したものである。図に示されるように，Egashira[16)]らの曲線は実験データに非常によく適合している。この結果は，先に記したように掃流砂から土石流への変化は「連続的」であって，掃流砂でも土石流でも，粒子流動層の流れは，

NII-Electronic Library Service

The Japanese Geotechnical Society

「同じ流動則」に従っていることを意味しているといえよう。

5.7 おわりに

「土石流のメカニズム(1)」では，土石流の土砂濃度や速度などの流動特性について，構成則に関する研究から解き起こしてその特徴をみてきた。土石流の力学に関する理解を困難なものにしているのは，土石流の材料特性が運動特性を支配している法則性が十分に分かっておらず，支配的パラメーターや運動学的条件に関する多くの物理的考察や数学的考察の上に構成則が構築されているからである。したがって，研究者ごとにとらえ方，理解の仕方が異なり，構成則もかなり異なったものとなっている。

ここでは，筆者らの考え方に従って，構成則をエネルギー保存則から導いたが，他の説明の方法として，粒子の衝突による反発力を流れに垂直な成分と平行な成分に分け，それぞれ圧力，せん断力として評価する考え方がある[1),6)]。この考え方と筆者らの考え方とでは，衝突・反発時の物理量の変化を支配している反発係数の構成則への働きが全く逆になる。筆者らの考え方に従うと，反発係数が小さいほど衝突時の運動エネルギーは保存されないからエネルギーの消費率は大きくなり，せん断応力も増加する。しかしながら，反発力をベースにその流れ方向成分をせん断力として見積もる場合，反発力が大きいほどせん断力は大きくなるから，衝突前後で運動量変化の大きい反発係数が大きい場合ほどせん断力が大きくなることになる。

また，準静的なせん断応力の存在についても意見が分かれるところである。土石流のようにダイナミックに流動している状態で準静的な応力の存在は考えられないとして，固体摩擦応力を構成則の中に含ませない立場もある。

例えば，後に参考文献15)のように一部修正がなされているが，もとは参考文献1)のようにその存在は考えられていない研究例や，参考文献6)のように，圧力には準静的な応力が考慮されているが，せん断力には考慮されていない例などがある。

当然，筆者らと同様，それぞれの研究者はそれぞれのモデルの持つ合理性や特徴を主張している。より詳しく土石流の力学を学ぶためにはそれらの視点を理解しながら，その取扱いの難しさを含め，土石流像とでもいうものを構築することが必要に思う。

筆者らの視点に立てば，

(1) 土石流から土砂流や流れが強い（層流力が大きい）状態における掃流砂まで連続的に同じ理論，同じ構成方程式を用いて議論ができること，

(2) 移動床では，静止堆積層と流動層の境界（河床）が流速分布や濃度分布が連続的に変化するため不明瞭でその決定に任意性が生じるが，このような重要な問題についてもあいまいさを排して理論的に決定できること，

(3) 濃度分布，流速分布，粒子の輸送濃度など流れの特性を十分な精度で演繹できること，

を示した。

次回は，土石流の抵抗則について議論し，固定床上の土石流の特性について検討する。

参考文献

1) 高橋　保：土石流の発生と流動に関する研究，京大防災研究所年報，第20号，B-2, pp. 405～435, 1997.
2) Savage, S. B.: Gravity Flow of Cohesionless Granular Materials in Chutes and Channels, J. Fluid Mech., Vol. 92, Part 1, pp. 53～96, 1984.
3) Savage, S. B. and Sayed, M.: Stress Developed by Dry Cohesionless Granular Materials Sheared in an Annular Shear Cell, J. Fluid Mech., Vol. 142, pp. 391～430, 1984.
4) Takahashi, T.: Debris Flow on Prismatic Open Channel, Proc. ASCE (American Soc. Civil Eng.), Vol. 106, HY3, pp. 381～396, 1980.
5) Takahashi, T.: Debris Flow, IAHR, Monograph Series, Balkema, 1991.
6) 椿東一郎・橋本晴行・末次忠司：土石流における粒子間力と流動特性，土木学会論文報告集，第317号，pp. 79～91, 1982.
7) 江頭進治・芦田和男・高濱淳一郎・田野中新：エネルギー散逸機構に基づく流砂モデル，京大防災研究所年報，第33号，B-2, pp. 293～306, 1990.
8) 江頭進治・芦田和男・田野中新・高橋徹也：連続体手法による掃流砂量式に関する研究，京大防災研究所年報，第34号，B-2, pp. 261～274, 1991.
9) 江頭進治・芦田和男・矢島　啓・高濱淳一郎：土石流の構成則に関する研究，京大防災研究所年報，第32号，B-2, pp. 487～501, 1989.
10) 江頭進治・宮本邦明・伊藤隆郭：掃流砂量に関する力学的解釈，水工学論文集，第41巻，土木学会，pp. 789～794, 1997.
11) Egashira, S., Miyamoto, K. and Itoh, T.: Constitutive Equations of Debris Flow and Their Applicability, 1st Int. Conf. on Debris-Flow Hazards Mitigation, ASCE, pp. 340～349, 1997.
12) Bagnold, R. A.: Experiments on a Gravity-Free Dispersion of Large Solid Spheres in a Newtonian Fluid under Shear, Proc. Royal Society of London, A, Vol. 225, pp. 49～63, 1954.
13) 江頭進治・芦田和男・高濱淳一郎・田野中新：連続体モデルに基づく流砂量式の誘導，水工学論文集，第35巻，土木学会，pp. 441～446, 1991.
14) 橋本晴行・椿東一郎・平野宗夫：土砂の集合流動について，第38回水理講演会論文集，土木学会，pp. 235～240, 1986.
15) 高橋　保・里深好文・千代啓三：土石流の慣性領域での流動則，京大防災研究所年報，第39号，B-2, pp. 333～346, 1996.
16) 伊藤隆郭・江頭進治：土石流に関する構成則の比較研究，水工学論文集，Vol. 42, pp. 913～918, 1998.

NII-Electronic Library Service