

地盤沈下の予測理論と実際

—施工に伴う荷重や変位の履歴による地盤応答—

Behavior of Soil Deposits under Different Loading and Displacement Histories

飯 塚 敦 (いづか あつし)
神戸大学工学部建設学科 助教授

村 上 章 (むらかみ あきら)
岡山大学大学院自然科学研究科 教授

宮 田 喜 壽 (みやた よしひさ)
防衛大学校システム工学群 講師

中 角 功 (なかすみ いさお)
不動産建設シオ・エンジニアリング課長本部

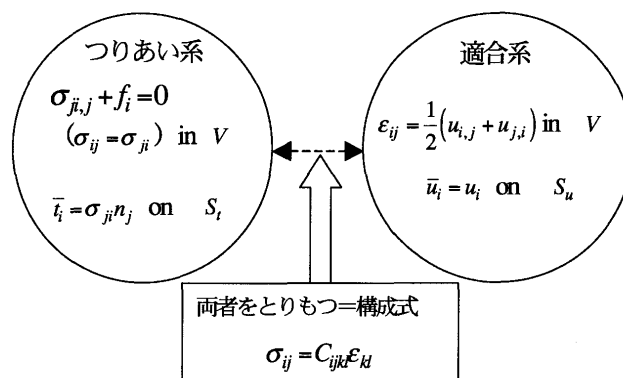
1. はじめに

「施工過程を考慮した地盤の変形・破壊予測」とは、施工という荷重や変位の作用によって地盤がどのような力学応答を示すかを予測することを指す。とりわけ、「施工過程を考慮する」時には、荷重や変位の作用の順番や増分変化の違いによって、地盤の示す力学応答に違いが現れることが前提となっている。このように荷重や変位の履歴によって地盤の力学応答が異なるのは、どのような理論的なフレームワークによるものなのか、本稿で考えてみたい。

2. 応力・変形問題の記述

載荷による地盤の変形は、通常、ニュートン力学によって記述される。施工過程に伴う荷重や変位の作用による地盤応答を見いだすことは、釣合いを満たす「釣合系」(ばねとおもりが釣合う場合に相当)と、変形を記述する「適合系」(おもりの変位とばねの伸縮みの関係に相当)の中から、両者を満足する解を見つけ出すことを意味する。図—1に「釣合系」と「適合系」をまとめた。ここに、 $\bar{f}_i$ は物体の境界に作用する外荷重ベクトルの*i*成分、 f_i は重力などによって物体の内部全体にわたって作用する物体力ベクトルの*i*成分、 σ_{ij} は物体内に作用している応力の(*i, j*)成分、 n_i は $\bar{f}_i$ が作用している境界にたてた法線ベクトルの*i*成分、 e_i は物体の任意点における変位ベクトルの*i*成分、 ε_{ij} は物体の任意点におけるひずみの(*i, j*)成分である。また、物体の内部全体を *V*、物体の境界(外側表面)を *S*、この内、外荷重ベクトルが作用している部分を *S_t*、変位ベクトルが既知である部分を *S_u*と表している。頭の $\bar{}$ は既知量であることを意味しており、「施工過程」は外荷重ベクトルと境界(の一部)における変位の時間に伴う変化として表現される。

釣合系では、六つの独立な応力成分 σ_{ij} が、三つの釣合式($\sigma_{ji,j} + f_i = 0$)を満足し、応力境界 *S_t* で外荷重ベクトル $\bar{f}_i$ と釣合っている($\bar{f}_i = \sigma_{ji}n_j$)。このような応力成分の組は無数にありうる。一方、適合系では、六つの独立なひずみ ε_{ij} と三つの変位 u_i が、六つの独立なひず



図—1 応力・変形理論の構造

みと変位の式($\varepsilon_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i})/2$)を満足し、変位境界 *S_u* で変位が既知である。このようなひずみと変位の組はこれまた無数にありうる。互いにその成分が無数に存在しうる「釣合系」と「適合系」を結びつける役割を負っているのが構成式である。ばねでいえば、ばねの伸縮みと内力との関係を記述して、初めてそのおもりの重さで、ばねがそれだけ伸縮みしていると言える。構成式は応力 σ_{ij} とひずみ ε_{ij} の関係を与える式であるが、六つの式を提供する。この構成式を得て、未知数と方程式の数がそろい、境界条件の下で解こうとする作業が可能となる。ここで、釣合式は線形であり、増分変化の影響を受けない。つまり、 $\bar{f}_i$ がどのように変化して現在に至ったかは問われない。また、ひずみと変位の式も線形であり、変位がどのように変化して現在に至ったかには全く影響されない。荷重履歴に影響されない「釣合系」と、変形履歴に影響されない「適合系」では、「施工過程」の影響など、当然、考慮することはできない。この役割も構成式が負わねばならないことになる。

つまり、地盤のように過去の荷重履歴、変形履歴によって、現在の応力・変形状態が変化する問題を取り扱おうとするとき、その荷重・変形履歴の影響は、地盤材料に対する依存性として、すべて構成式の中で考慮されねばならないことになる。

3. 荷重・変形履歴依存の構成式

初期(点 I) σ_{ij0} なる応力状態が最終的に(点 P) σ_{ij}

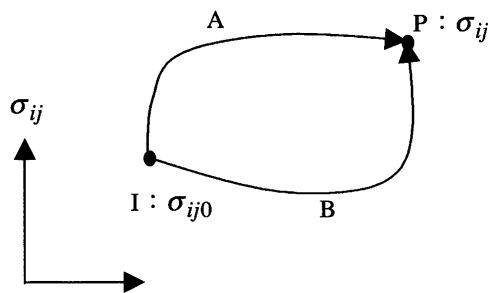


図-2 応力経路

に変化する経路（応力変化 $\Delta\sigma_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_{ij0}$ ）を考える（図-2）。初期にひずみはゼロであったとして（初期点 I からひずみを測ったとして）、点 I からどのような経路で点 P に至ろうとも、点 P でのひずみ発生量に違いが生じないのであれば、最終的な応力状態のみでひずみが定まることを意味し、ポテンシャルが存在することになる。すなわち、 $\partial\Phi/\partial\epsilon_{ij} = \Delta\sigma_{ij}$ となるポテンシャル Φ の存在が、応力履歴、ひずみ履歴に依存せずに応力とひずみが決まる必要十分条件となる。このようなポテンシャルによって応力とひずみの関係が表される材料を弾性体（正確には超弾性体：hyper-elasticity）と呼んでいる。二つの弾性定数（Lamé 定数の λ と μ 、またはヤング率 E とポアソン比 ν ）で決まる等方線形弾性体はその典型例である。このような構成式では「施工過程に依存した挙動」、すなわち荷重・変形履歴に依存した挙動を表すことはできない。

次に、弾塑性体を考えてみる。ひずみゼロの初期点 I では弾性状態にあったものが最終点 P では弾塑性状態になっているとしよう。経路の途中で降伏する。降伏は、応力と硬化係数を引数とする降伏関数で決まる。一般に、異なる応力経路では降伏する時期が異なり、P 点におけるひずみも異なる。応力経路の途中に除荷などが含まれていればなおさらである。このような構成式によって「施工過程に依存した挙動」、すなわち荷重・変形履歴に依存した挙動を表すことが可能となる。

地盤材料は、 $e-\log p'$ 曲線を持ち出すまでもなく、少なくとも弾塑性的である。荷重・変形履歴に依存した挙動は地盤材料ならではの特性であり、そのため、地盤の変形・破壊の予測に施工過程の考慮が重要となる。ここでは、時間依存性をも考慮して、すなわち弾粘塑性構成理論の一つの考え方を紹介したい¹⁾。

まず、ひずみ増分は、可逆的なひずみ増分（弾性ひずみ増分）と時間依存性を含む非可逆的なひずみ増分（粘塑性ひずみ増分）との和であると仮定する（弾・粘塑性分解： $\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^p$ ）。ついで降伏関数 f を定める。

$$f(\sigma_{ij}, \xi) = \bar{f}(\sigma_{ij}) - \xi(\epsilon_{ij}^p, T) = 0 \quad (1)$$

ここに、 $\xi(\cdot)$ は硬化係数である。降伏曲面の拡大（硬化）または縮小（軟化）は硬化係数によるが、この硬化係数に時間が陽な形で引数として現れている点が古典的塑性論と異なっている。式(1)から時間 t で定められる時間パラメーター $T = T(t)$ （ただし相対的時間）を取り除くと、直ちに、通常の塑性論に帰着する。降伏曲面

内に初期配置（ $f(\sigma_{ij}) < 0$ ）をとる任意の応力サイクルを考えることができるから、Hill の最大塑性仕事式に基づき、関連流れ則を、

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (d\lambda > 0) \quad (2)$$

と与えることができる。負荷状態では、式(1)より、

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \xi} \dot{\xi} = 0 \quad (3)$$

を満足するので、

$$\dot{\xi} = \frac{\partial \xi}{\partial \epsilon_{ij}^p} \dot{\epsilon}_{ij}^p + \frac{\partial \xi}{\partial t}$$

に注意して、式(2)の塑性係数 $d\lambda$ が、

$$d\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial t}}{h} = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} D_{mnkl}^e \dot{\epsilon}_{kl} + \frac{\partial f}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial t}}{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} D_{mnkl}^e \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} + h} \quad (4)$$

と求まる。ここに、硬化関数 h は、

$$h = - \frac{\partial f}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial \epsilon_{ij}^p} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}$$

である。

したがって、応力-ひずみ関係は、

$$\dot{\sigma}_{ij} = \left[D_{ijkl}^e - \frac{D_{ijmn}^e \frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{pq}} D_{pqkl}^e}{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{pq}} D_{pqst}^e \frac{\partial f}{\partial \sigma_{st}} + h} \right] \dot{\epsilon}_{kl} - \frac{D_{ijmn}^e \frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} \frac{\partial f}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial t}}{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{pq}} D_{pqst}^e \frac{\partial f}{\partial \sigma_{st}} + h} \quad (5)$$

となる。 D_{ijkl}^e は弾性テンソルである。

塑性ひずみが発現する状態（ $|\dot{\epsilon}_{ij}^p| \neq 0$ 、式(2)の $d\lambda > 0$ ）で、塑性エネルギー率 $\dot{\sigma}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p$ が正であれば「硬化」、0 であれば「完全塑性」、負であれば「軟化」と分類できる²⁾。特に、式(1)において、応力 σ_{ij} を有効応力 σ_{ij}' に書き直して、

$$\bar{f}(\sigma_{ij}') = MD \ln \frac{p'}{p_0} + D\eta^*,$$

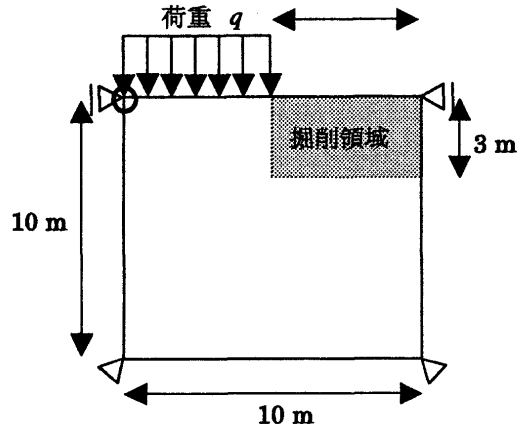
$$\xi(\epsilon_{ij}^p, T) = \alpha \ln \left[\frac{t_p}{t} \left\{ \exp \left(\frac{\epsilon_v^n}{\alpha} \right) - 1 \right\} \right], \quad (t, t_p > 0)$$

$$\dots\dots\dots (6)$$

とすると、関口・太田による弾粘塑性モデルの応力ひずみ関係³⁾が導かれる。ここに、 p' は有効平均応力、 ϵ_v^p は粘塑性体積ひずみ、 M は限界応力比、 D はダイレタンシー係数、 α は二次圧密係数、 t_p は粘塑性発現の基準となる時間である。

4. 載荷を受ける地盤変形

施工に伴う荷重履歴が、地盤応答にどのような影響を与えるかを例示するため、先行上載圧 $\sigma_{v0}' = 98$ (kPa) の飽和正規圧密粘土地盤に、載荷 $q = 58.8$ (kPa) と掘削除荷 ($\gamma_t = 19.6$ kN/m³) を行う問題を考える（図—



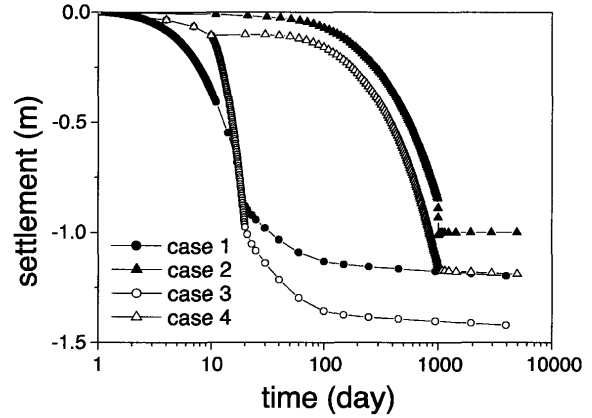
$$\Lambda = 0.57, D = 0.53, M = 1.0, \nu = 0.33, \alpha = 0.0005, \\ t_p = 5 \times 10^3 (\text{min}), K_0 = 0.5, OCR = 1, k = 10^{-5} (\text{cm/sec})$$

図—3 仮想地盤への载荷と掘削

表—1 解析のケース

ケース	施工順序
case 1	载荷(10 days) → 掘削(9 days) → 放置 $\dot{q} = 5.88 (\text{kPa/day})$ $0.33 (\text{m/day})$
case 2	载荷(1000 days) → 掘削(9 days) → 放置 $\dot{q} = 0.0588 (\text{kPa/day})$ $0.33 (\text{m/day})$
case 3	掘削(9 days) → 载荷(10 days) → 放置 $0.33 (\text{m/day})$ $\dot{q} = 5.88 (\text{kPa/day})$
case 4	掘削(9 days) → 载荷(1000 days) → 放置 $0.33 (\text{m/day})$ $\dot{q} = 0.0588 (\text{kPa/day})$

3)。ただし、最終的な载荷と掘削の量は同じとするが、载荷と掘削の順序および载荷の速度を、表—1のように変えてみた。計算には、微小変形弾粘塑性土／水連成有限要素解析コード（DACSAR⁴⁾）を用い、地盤は弾粘塑性体³⁾とし、その材料定数は図—3中に示すとおりで



図—4 沈下-時間関係

ある。また地表面および掘削面からのみ排水を許している。

図—3中の地表面端点位置（図中の○印）の沈下を比較したのが、図—4である。荷重・変位履歴による最終形状が同じであっても、载荷速度の違いのよる⁵⁾のはもちろん、施工順序の違いによって最終沈下量が大きく異なることがわかる。

参考文献

- 1) 飯塚 敦：塑性論的粘塑性論による関口・太田モデルの解釈，第34回地盤工学研究発表会講演集，地盤工学会，pp. 595～596, 1999.
- 2) 橋口公一：最新弾塑性学，朝倉書店，p. 74, 1990.
- 3) Sekiguchi, H. and Ohta, H.: Induced anisotropy and time dependency of clay, Proc. Specialty Session 9th Int. Conf. of Soil Mechanics and Foundation Engineering, pp. 229～239, 1977.
- 4) Iizuka, A. and Ohta, H.: A determination procedure of input parameter in elasto-plastic finite element analysis, Soils and Foundations, Vol. 27, No. 3, pp. 71～87, 1987.
- 5) 浅岡 顕：地盤工学入門 第4章「落ち着かぬ大地—地盤の強さと沈下—」，地盤工学会，pp. 103～131, 2000.
(原稿受理 2002. 5.13)