

## GPS 地殻変動計測への新しい解析理論の応用

Application of New Analysis Method to GPS Crust Deformation Measurement

堀 宗 朗 (ほり むねお)

東京大学教授 地震研究所

亀 田 敏 弘 (かめた としひろ)

筑波大学講師 機能工学系

小 国 健 二 (おぐに けんじ)

東京大学助手 地震研究所

## 1. はじめに

本編では GPS (global positioning system, 汎地球測位システム) を用いた地殻変動計測データに対する、新しい解析理論<sup>1)</sup>を紹介する。地震の調査研究には地殻の動きを知ることが重要であり、GPS を使った地殻変動計測は近年急速に発展した。計測される地殻変動は変位分布に対応するが、著者のグループが研究を進めている解析理論<sup>2,3)</sup>は、計測された変位分布から応力分布を推定することを目的としている。

簡単に GPS 地殻変動計測の例を紹介する。北海道東方沖地震 (1994) では 40 cm 程度の水平方向の地殻変動が北海道に生じたことがとらえられた。阪神大震災を引き起こした兵庫県南部地震 (1995) でも同様の地殻変動が計測されている。GPS は火山にも利用され、有珠山噴火 (2000) の際には GPS の連続観測が行われ、噴火による火山体の変形が観測された。国土地理院は GPS を利用した日本列島の連続観測を行っている。観測は日本列島に約千点設置された電子基準点で行われる。これは数 km 間隔のネットワークであり、1990年代後半よりアレイ観測が実現している。なお、電子基準点は各種測定の基準点としても利用され、社会基盤の一つとしての機能も果たしている。

## 2. 解理論の定式化

最初に応力推定について簡単に整理しておく。変位の分布がわかれば、適当な補間を使ってひずみの分布が計算される。しかし、応力-ひずみ関係がよくわからない場合には、ひずみから応力を計算することはできない。地殻に限らず、極めて微小な材料・物体や人体の臓器も変位・ひずみを計測できても応力を知ることは不可能に近い。また、地盤材料のせん断帯のように局所的応力を知る必要があっても、実験による計測は困難である。このように応力-ひずみ関係が不確かな場合に応力推定が必要となる。

上記を背景として、著者のグループは、応力-ひずみ関係が分からなくとも、計測されたひずみの分布から応力を推定する新しい解析理論<sup>3)</sup>である「応力逆解析手法」を構築している。この理論は奇異に聞こえる。しかし、応力-ひずみ関係がいかなるものであっても、応力は常

に釣合い式を満たしているものであり、もし応力-ひずみ関係の一部がわかるのであれば、釣合い式と計測されたひずみを使うことで、応力を推定できる可能性がある。三次元状態では応力 6 成分に対し釣合い式が三つであり条件式が少ない。しかし、二次元状態では応力 3 成分に対し釣合い式が二つである。したがって、平面ひずみ・応力状態の物体では、応力-ひずみ関係の一つの式が分かるのであれば、三つの未知数に対して三つの式が成立する。この三つの式を解くことで応力は推定される。

金属のような弾塑性材料を例に、応力逆解析手法の定式化を示す。塑性は未知とするが、金属材料に共通する「塑性変形はせん断変形しか生じない」という性質を仮定する。これは、二次元体積変形  $\epsilon_m$  は常に弾性的であるという仮定であり、二次元体積弾性係数を  $K$  とすると二次元平均主応力  $\sigma_m$  が次の式を満たすことになる。

$$\sigma_m = K\epsilon_m \dots\dots\dots (1)$$

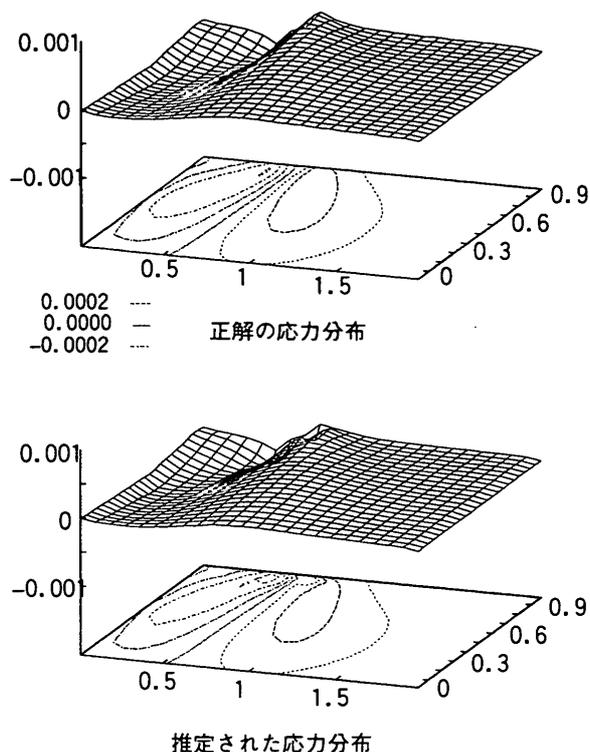
式(1)を応力-ひずみ関係の一つの式とする。さて、二次元状態では、応力 3 成分を一つの関数によって決めることができる。この関数はエイリの応力関数<sup>2)</sup>と呼ばれ、この関数を  $a$  とすると、式(1)は次の偏微分方程式になる。

$$\frac{\partial^2 a}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 a}{\partial y^2} = K\epsilon_m \dots\dots\dots (2)$$

境界に働く力 (トラクション) から  $a$  が満たす境界条件を導くことができる。したがって、エイリの応力関数  $a$  に対する境界値問題を設定することができる。この境界値問題は線形となり、数値計算によって簡単に解くことができる。材料が非線形の場合でも、式(1)が成り立つ限り境界値問題は線形になることに注意されたい。

式(1)以外の応力-ひずみ関係式でも応力逆解析手法を定式化することはできる。例えばせん断ひずみとせん断応力が平行となる等方性、局所的なモール・クローン型の破壊則等である。同様に、大変形や動的状態でも定式化は可能である。なお、応力逆解析手法は、上とは別の定式化<sup>2),3)</sup>も可能である。応力を、ひずみに応じて線形に変化する部分とそれ以外の部分 (アイゲン応力) に分解すると、釣合い式を変形することで、アイゲン応力に関する偏微分方程式を導くことができる。応力の分解

注) 応力関数  $a$  によって釣合い式を自動的に満たす応力の 3 成分が  $\sigma_{xx} = \partial^2 a / \partial y^2$ ,  $\sigma_{yy} = \partial^2 a / \partial x^2$ ,  $\sigma_{xy} = -\partial^2 a / \partial x \partial y$  として与えられる。



図一 正解の応力分布と推定された応力分布の比較

は流れ則を使った弾塑性解析と同じであり、弾性はわかっているが塑性が不明な場合にこの定式化が有効である。

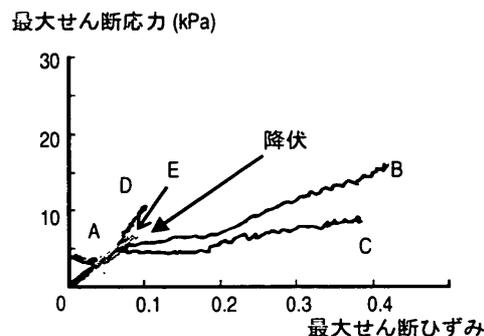
### 3. 解析理論の妥当性の検証

応力逆解析手法は厳密に定式化されているが、妥当性を検証するため、材料試験の数値シミュレーション<sup>2)</sup>を行った。これは、未知の弾塑性体を対象とし、供試体の一部に荷重をかけ、変位分布を時々刻々計測することを設定したシミュレーションである。あらかじめ計算された応力分布と応力逆解析手法によって推定された応力の分布を図一1に示す。せん断応力成分が表示されている。計算された応力分布では右上に応力が集中している箇所があるが、ここは荷重を加えたところである。推定された応力分布もこの集中を再現している。集中の度合いの推定には数値解析上の誤差があるが、分布全般に関して良好な一致が見てとれる。

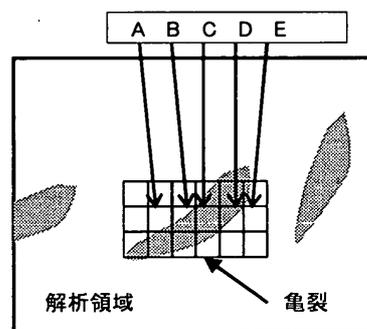
有効性を検証するために行ったモデル実験<sup>3)</sup>の結果を図一2に示す。モデル実験は円盤状のゼラチン供試体にねじりせん断を加えたものである。画像解析によって表面に現れる亀裂の周辺のひずみ分布を計測し、応力逆解析手法によって応力分布を推定した。図一2は計測された最大せん断ひずみと推定された最大せん断応力をプロットしている。亀裂をまたぐ領域(BとC)では完全弾塑性のような応力-ひずみ関係であるが、亀裂から離れた領域(AとDとE)ではおおむね線形の応力-ひずみ関係である。ほぼ共通の応力-ひずみ関係が得られたことを強調する。

### 4. GPS 地殻変動データへの応用

現在、応力逆解析手法を二つの問題に応用することを



図一2 モデル実験の最大せん断ひずみ-最大せん断応力関係

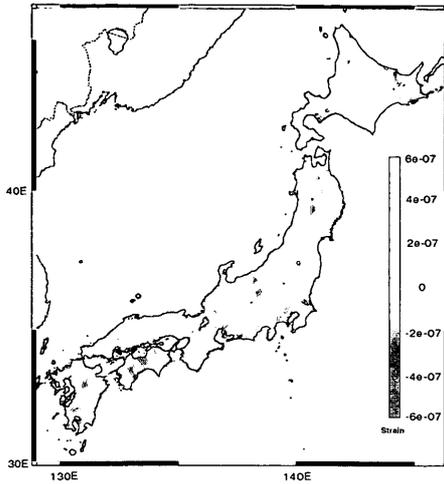


研究している。一つは次世代材料試験<sup>4),5)</sup>の考案である。微小な材料や人体の臓器のように変形を測ることはできても力を測れない物体の応力状態や、破壊や損傷が生じた箇所の応力を推定することが目的であり、計測されたひずみと比べることで応力-ひずみ関係を求めることを期待している。もう一つは本編で紹介しているGPS地殻変動データへの適用である。概略を説明したように、GPSアレイによって列島の変位分布、正確には変位増分を高精度で計測することが可能である。変位増分からひずみ増分を計算し、そのひずみに応力逆解析手法を適用することで、地域の応力増分分布や構成則を推定<sup>1)</sup>することを試みている。

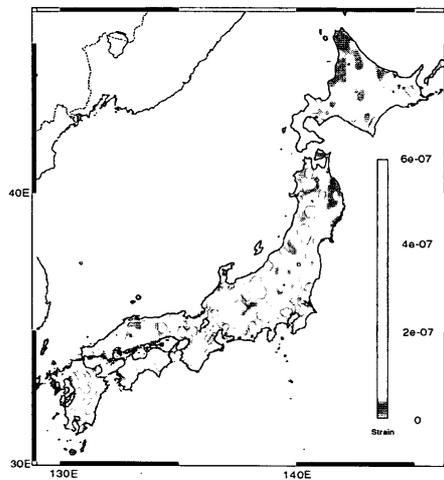
応力逆解析手法を用いたGPS地殻変動データの解析結果の一例を図一3に示す。データは1998年から1999年の1年間の変位増分であり、列島周囲の応力が一様という仮定の下で式(2)の境界値問題を解いている。図には体積ひずみ増分と応力増分の分布をプロットしており、a)は体積ひずみの増分、b)は主応力の増分である。両者の分布はおおむね似ているが、局所的には異なっている。単純な等方弾性を仮定すると計測されたひずみ増分と応力増分の分布は一致する。しかし、このように計算された応力増分は釣合式を満たさない。したがって、図一3の分布の差は、釣合式を満たす応力増分が推定されていることに起因している。

図一3に示した解析では二次元体積弾性係数 $K$ が一様であることを仮定している。せん断ひずみ増分とせん断応力増分の比は地域ごとに異なる。そこでこの比が設定した $K$ の値と同じとなるように、 $K$ の分布を変えた。これは地域の剛性を推定する試みである。結果を図一4に示す。硬い地域と柔らかい地域があることがわかる。

## 論文



a) ひずみ増分分布



b) 応力増分分布

図-3 GPS 地殻変動データの解析例

地震波データから推定される速度構造と、地殻変動データによる地域の構造を比較することにより、より正確に列島の地殻構造が推定できることが期待されている。

なお、応力逆解析手法を適用するためには、構成則の一つの関係式は必ず既知であるという条件のほか、境界での力の測定が必要である。本編で紹介したGPS地殻変動データの解析では、式(1)と、境界の応力増分が一樣であることを仮定したが、これはあくまでも仮定であり、妥当性は検証されていない。この点を改善すべく、変位増分のみを使う新しい解析手法が構築されつつある。

## 5. おわりに

本編では、応力-ひずみ関係が未知の材料に対する新しい解析理論である応力逆解析手法をGPS地殻変動計

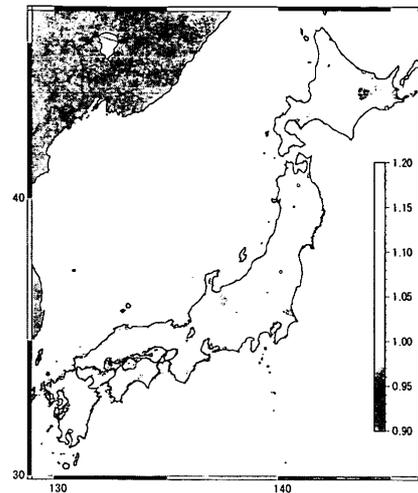


図-4 推定されたKの分布

測データに適用した例を紹介した。計測技術の進歩に伴い、良質のデータが格段に収集される地震予知研究において、新しい解析理論を提案し、手法を構築することは重要であると考えている。

なお、このような地震関係の応用とは別に、著者らが考える次世代材料試験に似た構想の研究が進められている。応力逆解析手法が地盤材料<sup>5)</sup>やコンクリート材料<sup>6)</sup>に適用された例がある。

## 参考文献

- 1) M. Hori, T. Kameda and T. Kato: Application of stress inversion method to predict stress distribution in Japanese Islands, *International Journal of Geophysics*, 144, pp. 597~608, 2001.
- 2) M. Hori, T. Kameda, and N. Hosokawa: Formulation of identifying material property distribution based on equivalent inclusion method, *Structural Eng./Earthquake Eng.*, JSCE, Vol. 16, No. 1, pp. 21~30, 1999.
- 3) M. Hori and T. Kameda: Inversion of stress from strain without full knowledge of constitutive relations, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 49, pp. 1621~1638, 2001.
- 4) T. Kameda: Application of inverse analysis based on equivalent inclusion method for control of inhomogeneous and inelastic material, *Transaction of JSCES*, Paper No. 19990007, 1999.
- 5) A. Matsuoka, M. Hori, M. Murakami and S. Aoyama: Stress distribution within granular body, in *Proceedings of International Symposium on Inverse Problems*, Nagano, 2001.
- 6) 片岡保人：等価介在物法によるコンクリートの弾性率の解析，土木学会第57回年次学術講演会第I部門，I-186, 2002.

(原稿受理 2002.11.5)