地盤統計学

Geostatistics

鈴　木　　誠（すずき　まこと）
清水建設㈱　和泉研究室　主席研究員

1.　地盤統計学とは

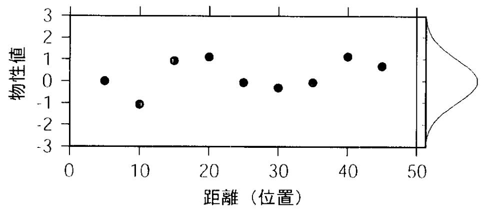
空間的に分布したデータを，ある統計的な性質を有する集団の標本として扱い，実現象を統計的に推定しようとする手法の一つに地盤統計学がある。地盤統計学はGeostatisticsの訳であり，地盤工学の観点からこのように翻訳されたもので，地質統計学や地球統計学という表現も見られる[1]。

地盤統計学は，数少ないデータから全体像を客観的に推定できるため，当初は鉱山工学で発達してきた。その後，数学的に定式化を試みたフランスのMatheronが，このような統計的手法を総称してGeostatisticsという造語を用いた[2]。鉱山工学から多くの分野に展開したのは，彼の弟子であるJournelやHuijbregtsの英語書籍の貢献による[3]。一方，地震工学などの分野で，確率過程（random process）という確率モデルが古くから使われてきたが，地盤統計学で用いられる確率場と同じ概念であり，これらを総合して時空間確率場と呼ばれることもある。本来，統計学の範疇で考えると，地盤統計学は空間統計学の一部と考えることができる[4),5]。

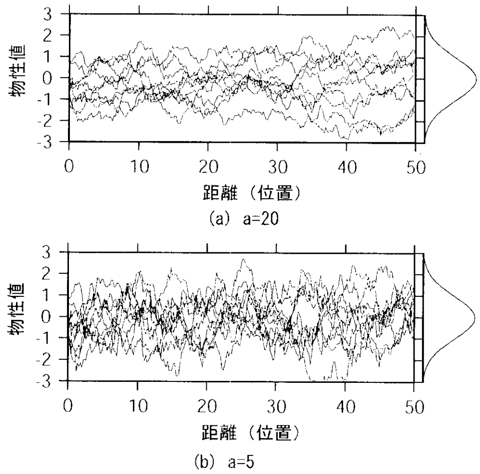
本来，数少ない標本データからその母集団の性質を推定することは現代統計学の目的の一つであり，その応用範囲は工学全般へと幅広く及んでいる。ここでは，地盤統計学の基礎となる変動特性のモデル化について説明し，適用分野と適用事例を簡単に紹介する。

2.　変動特性のモデル化

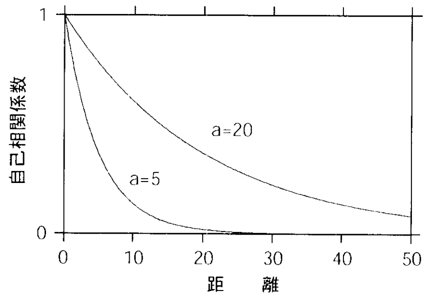
ここでは一次元空間で得られたデータから考えてみよう。**図―1**のように空間的に点在するデータが，右側に示すような平均値と分散などの統計量を持つ確率モデルの標本であるとみなす。空間的な変動特性がお互いの距離に依存するような確率モデルを，確率場（random field）という。これは時空間という概念の違いであり，数学的には次元の違いだけであることからrandom functionと呼ばれることもある。**図―2**には**図―1**と平均値と分散が等しい確率場のいくつかの実現値（realization）を示している。空間的な概念がないと，位置に依存しない確率変数（random variable）ということになる。**図―2(a)**では，相対距離Δxだけに依存する2地点間の相関特性を，$\rho=\exp(-|\Delta x|/a)$という自己相関関数で表現している（$a=20$）。このような自己相関関数は**図―3**に示すように，相対距離によって相関係



図―1　標本位置と標本値



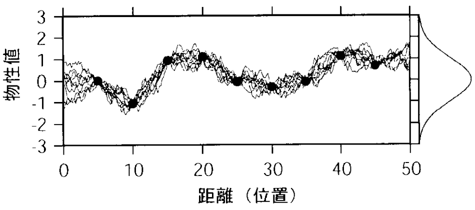
図―2　確率場



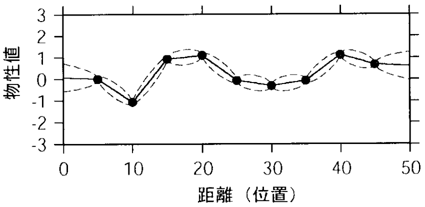
図―3　自己相関関数モデル

数が変化する。自己相関係数がすぐに小さくなるような場合，**図―2(b)**のような変動特性を示す（$a=5$）。位置により，まったく独立であれば，もっと変動特性が激しくなる。この自己相関特性については，いろいろな表現方法があるが，地盤統計学ではバリオグラムというものを古くから用いており，一般的な自己相関関数に比較して，扱いやすいと考えられている。

さて，このような確率モデルはどのように推定されるのであろうか。例えば，**図―1**のようなデータから推定



図―4　条件付確率場



図―5　クリギングによる推定値と推定誤差

されるのであれば，標本位置でデータ自体は変動するわけではないので，図―4のような確率モデルが考えられる。これは，与えられたデータを満足する条件付確率場であり，その推定法にクリギング（kriging）がある。クリギングは，このような手法を先駆的に示した南アフリカのKrigeにちなんで名づけられ，任意位置での推定値を次式に示すような重み付き線形和で表現し，重み関数を不偏推定量と最小誤差分散の二つの条件から設定するものである。クリギングを基本とし，要素の領域を考慮した手法，複数の確率変量や2値変量などに拡張した手法もある[5),6)]。

$$\hat{Z}(u_0)=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i z(u_i)$$

クリギングでは図―5のような推定値と推定誤差が算定される。図中の実線は推定値で，破線は推定値±推定誤差である。ここで重要なことは，推定値は用いた元の確率場の統計量を有していないことである。そのため，このような推定値と推定誤差を有するような確率場の実現値を作成することを条件付シミュレーションと呼んでいる。作成された実現値は，図―4に示す条件付確率場として元の確率場の統計的性質（平均値や分散など）を有している。条件付シミュレーションにはいくつかの方法があるので，文献を参考にされたい[3),7)]。

3.　適用分野と適用事例

鉱山工学から発展してきた地盤統計学は，水文学をはじめ[8)]として多くの工学の分野などに適用され，その利用範囲も広がっている。ここでは，参考文献をすべて紹介することはできないので，文献9)を参考にされたい。

実問題では，空間的に得られるデータ数が少ないと，予測に大きな誤差を伴うため，対象とするデータと互いに相関性を有する補助的な別のデータを用いることが，空間分布の予測精度向上に有効な手段となる。このような手法の一つに，コ・クリギング（cokiriging）がある[3),6)]。地盤工学の分野では，土壌中の有効含水量などを砂，シルト，粘土の含有量や土壌温度との相関性を利用して推定した研究，弾性波探査結果から地盤の空隙率を評価した研究，花崗岩の電気検層データなどを適用した研究がある。また，地形などを用いて，杭の基盤レベルを精度よく推定した事例もある。地下水の分野では，透水量係数の予測に対して比水分容量との相関性に着目した研究もある。

扱うデータによっては時間変動するものも多いため，時空間モデルに拡張した適用事例も科学分野において多く見受けられるようになってきた。例えば，大気汚染の広がりにおいて時空間トレンドの決定，天気予報などの気象学における空間分布モデル，生態系における個体数力学の特性に適用したものなど多岐にわたる。

この手法を空間データのサンプリング配置計画に適用することも行われている。評価指標については研究中のところもあるが，地下水挙動の把握のための地下水位観測点の配置，透水量係数の測定位置やコーン貫入試験位置の計画に用いられている。大気汚染のモニタリング計画に用いた研究では，予測される汚染物質の濃度により予測誤差分散を重み付けしている点が特徴である。また，基盤レベルの推定に関して，複雑に変化すると予想される位置をより重要な追加位置とした研究もある。

4.　問題点と今後の課題

数少ないデータから情報を最大限に取り出すとき，確率モデルの統計的推定誤差などを厳密に扱うことも必要になってくる。しかし，問題をやたらと複雑にすることは目的にもよるが得策ではない。近年，多くの教科書も整備され，いくつかの有名なフリーの処理パッケージも知られている[10)]。数学的な展開についてはおおむね完成されたと考えられることから，工学的に有効な事例に適用していくことが望まれる。

参　考　文　献

1) 松岡俊文：地球統計学，物理探査，Vol. 51, No. 1, pp. 96～98, 1998.
2) Mathoron, G.: Principles of geostatistics. Economic Geology, Vol. 58, pp. 1246～1266, 1963.
3) Journel, A. G. & Huijbregts, Ch. J.: Mining Geostatistics, Academic Press, New York, 1978.
4) Ripley, B.: Stochastic Simulation. John Wiley & Sons, New York, 1987.
5) Cressie, N. A. C.: Statistics for Spatial Data, John Wiley, New York, 1993.
6) Wackernagel, H.: Multivariate Geostatistics, Springer, 1998.
7) 星谷　勝：条件付確率場のシミュレーション理論，土木学会論文集，No. 459/I-22, pp. 113～118, 1993.
8) Marsily, G.: Quantitative Hydrogeology. Academic Press, 1981.
9) 本多　眞：地質工学における時間及び空間系挙動の確率・統計学的予測に関する研究，京都大学博士論文，2000.
10) Deutsch, C. and Journel, A. G.: GSLIB Geostatistical Software Library and User's Guide, Oxford University Press, New York, 1992.