地震動の再現期間と超過確率

Return Period and Probability of Exceedance for Earthquake Ground Motion

神　田　　順（かんだ　じゅん）
東京大学大学院教授　新領域創成科学研究科

1.　地震と地震動

地震は繰り返し発生することが知られている。加えて最近の地震学では活断層から地震動の予測評価が議論されるようになった。なるべく詳細に地震のメカニズムを説明しようと成果が示されている。一方で，活断層がいつ地震を起こすかということになると，正確な予知は不可能に近く，活断層ごとに確率的に評価しているのが現状である。さらには活断層の存在が明らかでない場合でも地震が発生する可能性は検討される。それらの結果は，どのくらいの強さの地震動がどのくらいの確率で発生するかという形で表現され，一般に地震ハザード評価と呼ばれている。確率の表現を別の形で表したものが再現期間と呼ばれる。時に誤解されるような使われ方をしていることもあるようなので，ここでは再現期間の意味をいろいろな角度から読み取ることを試みよう。

2.　再現期間の定義

再現期間の概念は，観測値の年最大値を元に定義されることが多い。単位の期間における最大値が，独立で同じ確率分布に従うと考えられるとき，ある最大値の値 x_R を超える確率，すなわち超過確率 $P(x_R)$ に対して，その逆数を再現期間と定義すると，とても便利である。積雪量や強風などは特に，年毎に繰り返されることと，気候の長期変動はそれほど明確に定量化できていないことから，年最大値が独立の確率分布でモデル化できると仮定することが多い。

ある確率でその値を超えるのであれば，どんなに小さな確率であってもいつかはその値を超えることがある。すなわち，期間を無限大にすれば確率は1になる。このことを式で確認してみよう。

1年目にある値を超える確率は P である。

2年目に，初めてある値を超える確率は，1年目に超えないで，かつ2年目に超える確率であるから，$(1-P)P$ となる。

3年目に，初めてある値を超える確率は，同様に $(1-P)^2P$ となる。

これを繰り返し，無限大の期間まで考えて，初めて超える確率を加え合わせる。するとそれは1より小さい比 $(1-P)$ を持つ等比級数となって収束し，

$$P+P(1-P)+P(1-P)^2+\cdots+P(1-P)^i+\cdots$$

$$=P\times\frac{1}{1-(1-P)}=1 \quad\cdots\cdots(1)$$

となり，無限大の期間ではある値が大きくても，超える確率は1になることが確認できる。

次に，何年で初めて超えるかについての期待値を計算してみよう。それを R と置いて期待値を求める式をたてる。i 年目に初めて超える確率は分かっているので，その年数に確率を乗じて無限期間までの和を取る。すなわち，

$$R=1\times P+2\times P(1-P)+3\times P(1-P)^2+\cdots$$
$$+i\times P(1-P)^i+\cdots \quad\cdots\cdots(2)$$

さて，この R を求めてみよう。まず，(2)式の両辺に $(1-P)$ を乗じる。

$$R(1-P)=1\times P(1-P)+2\times P(1-P)^2+3$$
$$\times P(1-P)^3+\cdots+i\times P(1-P)^{i+1}+\cdots\cdots(3)$$

(2)式から (3)式を各辺ごとに，引くと

$$RP=P+P(1-P)+P(1-P)^2+\cdots+P(1-P)^i$$
$$+P(1-P)^{i+1}+\cdots \quad\cdots\cdots(4)$$

この右辺は(1)式と同じになり，1に収束する。したがって，

$$R=\frac{1}{P} \quad\cdots\cdots(5)$$

が得られる。これが超過確率の逆数が再現期間に等しい理由である。

さて，雪や風は年毎の状況を一つの事象とみなして，年最大値を考えやすいが，地震の場合は別に季節ごとに考えるものではないので，年最大値は単なる便宜的な最大値の取り出し方にすぎない。5年最大値でも，100年最大値でもかまわない。しかし，われわれの生活が1年を単位としていたり，また構造物が安全であると言う意味では，地震に対しても雪や風と同様な評価が出来る方が便利である。そこで，1年間にある地点で発生した地震動の強さの最大のものを年最大地震動として取り出し，それが，年毎には独立で同じ確率分布に従うと仮定できるのであれば，年超過確率の逆数を再現期間と呼ぶことができる。

年超過確率500分の1(0.002)の地震動と言っても分かり難いことが，平均的に500年に一度はその値を超えるような地震動というと，何となく理解できるように思う。その意味で便利な概念である。しかし，500年毎に発生するわけではなく，500年間一度もその値を超えない確率も37%くらいある。これは $(1-0.002)^{500}$ から簡

単に計算できる。

年毎に独立という仮定は，地震に関しては，最近のように特定の活断層の地震発生の様子がわかってくると，あてはまり難い場合が少なくない。内陸の活断層のように地震発生の平均再来周期（すでに定義した再現期間とは全く異なるので再現期間と呼ばない方が良い）が1000年程度と長いときはまだしも，プレート境界の地震のように，同じ断層において50年から200年という短い周期で平均的に発生しているときは，地震発生直後と平均再来周期に近づいたときでは地震の年発生確率が大きく異なる。対象とする地点が，そのような地震の影響を大きく受ける場所のときは，年毎の地震動の超過確率も大きく変化してしまうので，(2)式のように再現期間を求めることはできないため，その年の超過確率の逆数で概念的に理解する再現期間は，初めてその値を超える期間の期待値の意味をもたないことに留意する必要がある。

再現期間で地震動の確率的理解を助けることは便利ではあるが，そもそも(2)式が成立する場合でないことが明らかなときに，再現期間という言葉を用いることはできれば避けたいものである。あるいは少なくとも，超過確率の逆数という意味でのみ理解することが，ふさわしいように思う。

3. 年最大値地震動のモデル

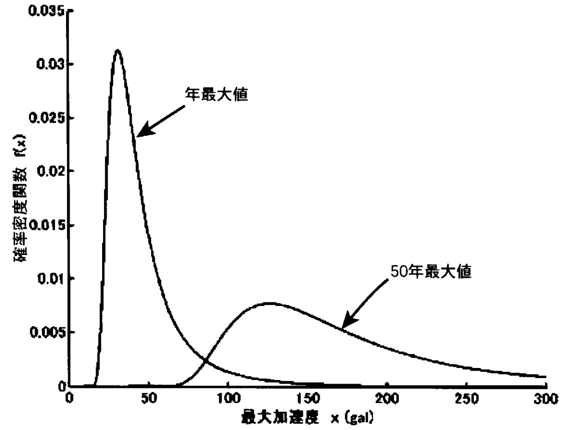
年最大値の確率分布としては，地震動の場合フレシェ分布が用いられることが多い[1]。フレシェ分布モデルの特性を理解することは，最大地震動の確率的特性を理解する意味で有効である。年最大値と n 年最大値の関係は，独立性を前提として，非超過確率によって簡単に表せる。

$$F_{\mathrm{n}}(x)=\{F_{\mathrm{annual}}(x)\}^{\mathrm{n}} \quad \cdots\cdots(6)$$

ここで，F_{n} は n 年最大値の非超過確率，F_{annual} は年最大値の非超過確率である。それらの関係を模式的に示すと，**図―1**のようになる。

フレシェ分布の特徴から，n 乗した場合でも，変動係数（標準偏差を平均値で除したもの）が一定となる。したがって，平均値が大きくなる分だけ標準偏差も大きくなり，図のように確率密度の山は平たくなり，裾野の長い分布となる。強風や積雪量によく用いられるグンベル分布の場合は，n 乗した場合に標準偏差が一定であり，平均値が大きくなる分だけ変動係数が小さくなる。極値分布としては裾野が比較的短くなり，フレシェ分布と性質を異にする。

年最大地震動がフレシェ分布で表せるとき，再現期間と地震動の関係は簡便な式で表現され，1993年版の日本建築学会荷重指針で再現期間換算係数として登場している[2]。極めて大雑把な表現ではあるが，確率と地震動の関係を示すめやすとして便利である。同指針では再現期間100年が，荷重の基本値として採用されているので，再現期間換算係数 r は R 年再現期間の値の基本値に対する比率として示されている。



図―1 年最大加速度（左側）と50年最大加速度（右側）の確率密度関数の例[1]

表―1 最大加速度の再現期間の値（m/s^2）[3] と再現期間換算係数のべき指数

地点	再現期間100年の値	再現期間500年の値	(7) 式のべき指数
札幌	0.95	2.02	0.47
仙台	1.76	3.49	0.43
新潟	1.52	3.50	0.52
東京	2.10	3.61	0.34
名古屋	2.02	3.91	0.41
大阪	1.89	3.73	0.42
福岡	0.60	1.38	0.52

$$r=\left(\frac{R}{100}\right)^{0.54} \quad \cdots\cdots(7)$$

この式の適用範囲は再現期間として500年以内としているが，それは上述の上限値に近いところでのフレシェ分布の適合性が悪くなることによる。もちろん，地域性にも大きな差があり，2004年版の荷重指針ではもはやこのような簡便な換算は示されておらず，再現期間100年の値と500年の値から求めるように解説されている。ちなみに，2004年版荷重指針[3]による全国７地点における工学的基盤上における最大加速度の再現期間100年と500年の値，およびその比から求まる(7)式のべき指数を**表―1**に示す。地点によって差はあるが，おおまかに言うと再現期間が５倍になって，最大加速度の値は２倍前後になっている。(7)式の場合は $R=500$ を代入して，約2.4倍に相当することがわかる。**表―1**の値は0.54に比べてやや小さめになった。

現実にハザードマップが各地の地震危険度をどの程度に表しているかは，いろいろな機関で公表しているので，それらを参照していただきたい。日本建築学会のほかにも，例えば地震保険料率の参考のため，損害料率算定会も地震ハザードマップを提案している[4]。防災科学技術研究所では政府の地震調査研究推進本部のもとで確率論的地震動予測地図を作成し，公開している[5]。筆者の研究グループでもインターネットによる建築物の構造性能評価のために地震ハザードが計算できるシステムを公開している[6]。いずれの場合も，地震を起こすとみなされる活断層による評価と過去の地震発生記録をもとに地域ごとに地震発生頻度をモデル化した評価とを組み合せ，

さらに地震マグニチュードと震源距離から地震動強さ（例えば最大加速度）を推定し年超過確率と地震動強さの関係を求めている。

4. 設計用再現期間と安全性

構造物を安全に設計するために，それではどのくらいの再現期間を考えているのであろうか。耐震設計で用いられるせん断力係数は，構造物に損傷のでない限界に対して0.2の値が一般的である。また，建築物では1981年以降，保有耐力設計に対してせん断力係数1.0が用いられている。地域によって低減されるが，**表—1**に示した仙台，東京，名古屋，大阪では地域係数は1.0である。地表面加速度が比較的短周期領域で建物の応答としては2.5倍程度になると仮定すると，上記のせん断力係数に相当する地表面加速度の値はそれぞれ0.08 m/s^2 および4.0 m/s^2 となる。

(7)式を目安として換算すると，これらの地表面加速度に対応する再現期間として，損傷限界に対して20年～30年，保有耐力限界に対して500年～600年程度が対応している。2000年から新しく施行された建築基準法施行令・告示では，強風や積雪に対してその安全限界が再現期間500年の荷重に対して検討するように規定されており，地震動に関しても同様な値になっていることがわかる。一方，アメリカやカナダでは耐震設計で対象とする地震動は再現期間として従来は500年程度であったものを2500年（50年における超過確率2％）とすることが一般的になりつつあり，我が国でも要求安全性への目標水準の議論が待たれる。

また，最近，不動産評価にあって担保物件としての耐震性がクローズアップされるようになり，PML (Probable Maximum Loss) という呼び方で，再現期間475年（50年における超過確率10％）の地震動に対する被害損失額の90％上側の予測値を評価することが行われるようになって来ている。再現期間の値や上側確率値についての適切さの議論はあるが，将来起こりうる地震動強さを確率的に捉えて，リスクに対処することが今後ますます必要となってくるであろう。

参 考 文 献

1) 神田 順：建築における信頼性工学 その2，建築の研究，No. 162, 2004.
2) 日本建築学会：建築物荷重指針・同解説，1993.
3) 日本建築学会：建築物荷重指針・同解説，2004.
4) 活断層と歴史地震とを考慮した地震危険度評価の研究，地震保険調査研究 47，損害料率算定会，2000.
5) 防災科学技術研究所，地震動予測値図．http://www.j-map.bosai.go.jp/j-map/basic/probability.html
6) 構造評価システム http://ssweb.k.u-tokyo.ac.jp/index.htm

（原稿受理 2005.2.7）