

# 地盤に関する FEM 解析の信頼性向上

FEM in Geotechnical Engineering Practice—Reliability and Applicability

太 田 秀 樹 (おおた ひでき)

東京工業大学教授

## 1. はじめに

複雑きわまりない航空機の構造。さらなる性能向上をめざして、極限まで切りつめられた構造部材の重量。手計算では文字どおり手に負えない、その構造解析。こういう行き詰まりを打開して、国家の戦略的優位を確保したい。そんなニーズから開発されたといわれる、アメリカの国威をかけた FEM (Finite Element Method: 有限要素法)。

こういう話を聞いていたものだから、FEM といえど難しいけれども頼りになるものだろうと、思いこんでしまった。これが35年前の私の、いつわらざる状況であった。無邪気といえど無邪気。一途といえど一途。ひとことと言ってしまえば、夢いっばいの美しい誤解であった。なんと言っても一番おいしいお菓子は、アメリカの兵隊さんがもっているチョコレートである。こういう少年時代の先入観に大人になってもずっと囚われていた、といってもいい。

航空機とちがって、地盤は土粒子・水・空気がいりまじった多相系である。だから、航空機の構造計算をするために開発された FEM をそのまま使っても、木に竹を接いだような具合でもうひとつおもしろくない。多相系の地盤に FEM を適用するには、せめて飽和地盤を対象にした土・水 2 相の連成解析ができなくてはならない。こういう流れができたのは、学問上の必然であったといえよう。

## 2. 土と水が連成された FEM 解析

有効応力が変化すると、必ず土が変形する。これが1950年代に確認された有効応力原理だが、その原理にしたがう(とされる)土の応力-変形挙動。一方大昔にダルシーが言った(とされる)ように、間隙水・地下水は水頭の勾配にしたがって、土の中をゆっくり移動する。このように、たがいに無関係のごとくに見える土と水の挙動を、とりあえず別々の微分方程式で表しておこう。全応力 = 有効応力 + 間隙水圧、という関係式を土と水に共通の足がかりとして、土と水に課せられた別々の微分方程式を、連立して同時に解いてしまおう。これが土・水連成解析のネライだったのだが、そのやり方がなかなか難しい。一次元や多次元の圧密理論は古典的な成功例だが、「FEM に使おう」ということになるのとそれなりに工夫が必要だ。

学問上のあたらしい潮流をつくろうと、アメリカの先生方が論文を発表して、先陣争いを繰り広げておられた時期がある。1969年の Sandhu and Wilson (サンドゥーとウィルソン)<sup>1)</sup>と1970年の Christian and Boehmer (クリスチャンとペーマ?)<sup>2)</sup>の論文である。そういう論文を読むのだが、当時私はなかなか理解できなかった。いまちピンとこない、学力不足でポイントがつかみきれない、という感じであった。これでは困る、ということで、その頃はじつに熱心に勉強した。1969年から1971年ごろのことである。

アメリカの先生方が先陣争いをなさっているなかで、日本から1971年に Yokoo, Yamagata and Nagaoka<sup>3),4)</sup>の二つの論文が発表された。いまから思えば、世界的に見て最先端の研究成果であった。大学院を終えられ東京の会社に就職していらした長岡弘明先生にお願いして、皇居外苑のベンチで論文の内容を教えていただいた。仕事にご迷惑だったろうが、私にとっては忘れられない思い出である。

土・水連成の FEM 解析に、弾・塑性構成モデルをとりいれたり、現場の問題に適用したりする。当然の流れであるが、そのあと急速にその方向の研究が発表され始めた。1973年の Simpson (シンプソン)<sup>5)</sup>の研究・1976年の小林<sup>6)</sup>の研究・同年の Shoji and Matsumoto<sup>7)</sup>による研究が、つぎつぎと発表された。どれを見ても大変な偉業だと、私はいまでも感心してしまう。当時の世界の最高水準をしめすランドマークだということで、よく引用されている。

私もおなじ方向をめざして研究をしていたが、なかなかうまく行かないことが多かった。とくに現場問題への適用がむずかしく、落胆と挫折の連続であった。土の物性を表現するための、土質パラメータをどのようにして求めるのか。パラメータの選定に恣意性が高すぎて、信頼性とか再現性とかいう面で難があり、とても実用的とはいえなかった。

## 3. 伝統的土質試験の重み

現場に地盤がある。ボーリングも実施済みである。砂層では、標準貫入試験をやって  $N$  値をはかってある。粘土層からは不攪乱試料を採取して、一軸試験をたくさんやってある。一軸強度の深さ方向の分布も、倍半分という程度にばらついてはいるが、把握している。圧密試験も、十分な数とはいえないかもしれないが、やってあ

## 総 説

る。だから圧密降伏応力（先行圧密荷重）も、ある程度わかっている。圧密係数や透水係数が、圧密圧力とともにどう変化するか。これも一応おさえてある。10か100かというオーダーの、log スケールでのばらつきを含んでいるけれど、これが実験結果そのものである。

地中に間隙水圧計をうめ込んだわけではないから、ボーリング孔の水位から想像するしかないのだが、間隙水圧の深さ方向分布も、一応想定済みである。粘土の単位体積重量は、当然はかってある。砂の単体ははかれないが、通常想定される程度のものと仮定して、大きな誤差はあるまい。こういう数値をつかかって、有効上載圧の深さ分布も、計算できている。圧密降伏応力を有効上載圧で割ることによって、粘土層の過圧密比も算出済みである。

こういった地盤情報の一式。これが当時の、そして今でもおおむねそうだが、入手可能な土質パラメータの生データであった。

ながい年月のあいだには、災害や失敗の経験が蓄積される。こういった現場での経験や教訓をとりいれて、改善・改良・修正をくわえてきた長年にわたる技術の研鑽。こうして創りあげられてきた、伝統的な実務の考え方。その重みは、大変なものである。円弧すべりには一軸強度の半分の  $q_u/2$ 、沈下計算には  $C_c$ 、 $m_v$ 、 $c_v$  を使う。砂には  $N$  値と経験式で対処。これが定番のメニューであって、ボーリングから原位置試験・室内試験までの一式が、ほぼ規格化されている。

こうして定着してきた定番メニューは、経験から生み出された経済的最適解の一種であり、我が国の技術的風土と自然・地盤によくなじんでいる。伝統の重み、そのものである。当然ながら、もともと伝統的な設計・施工のためのものであるから、それ以外の目的につかう場合には、帯に短し・たすきに長し、といったケースも生じてくる。FEM はあきらかにそれ以外の目的ということになるから、定番メニューの原位置試験や室内試験から FEM 用の土質パラメータを求めようとする、思いのほか苦勞することが多い。

なぜ苦勞することになるのか。それは伝統に裏打ちされた経験の蓄積が不足しているからである。

### 4. 地盤工学における FEM の現状

FEM を使おうというのであれば、FEM 用の土質パラメータを求める努力を、積み重ねなければならない。そういう努力の積みかさねがなければ、FEM を使えるようにはならない。当たり前のことであるが、これが意外にも実行されていない。

不攪乱試料を採取して、多数の一軸試験や圧密試験を行う。そうすることによって、一軸強度や圧密降伏応力（先行圧密荷重）・圧密係数・透水係数といった値の深さ方向分布をしらべる。円弧すべりや圧密沈下を計算するうえで、必要だからである。考えてみれば、一軸試験や圧密試験は、円弧すべりや圧密現象を単純かつ直截的なかたちでシミュレートしている。現場の地盤のなかで将

来生起しうると想定されている、大規模なすべりとか沈下を、実に簡単なミニチュア・モデルを使ってあらかじめ室内実験しているようなものである。手段と目的が、みごとに一直線につながっている。

伝統的な土質パラメータの決め方においては、手段と目的が疑問の余地なく直結している。永年のあいだに経験的に生み出された、技術上の経済的最適解がちゃんと分かっている。これが伝統の重みである。しかしながら、地盤の FEM 解析には伝統がない。したがって FEM 用土質パラメータ同定の伝統も、当然ながらない。最適なパラメータ同定法が、まだ、できていないのである。それでは実際問題として、私達はどのようにして FEM 用土質パラメータを同定しているのだろうか。

現状の地盤工学では、伝統的な設計に付け加えて、補助的・補完的な位置づけで FEM がつかわれている。土質パラメータも、伝統的な設計作業に必要なからこそ、求められているのである。たとえば、一軸強度や圧密諸定数といったパラメータである。FEM 用の土質パラメータをことさらに求めることは、やっていない。

何も無いのではどうにもならないから、FEM を実施しようとするときには、伝統的な設計に必要なとされる土質パラメータを転用せざるをえない。本来別の目的のために実施された土質試験の結果を、借用しているわけである。つまり、手段と目的とが、直線的につながっていない。FEM が期待されるほどの信頼性を持つことができな理由は、ここにもあるのではないか。つまるところ、地盤工学における FEM の技術的存在感を、確固たるものとして確立できるのは将来のことで、今はまだ幼年期から青年期への過渡期にすぎないのではないか。これが地盤工学における FEM の現状についての、私の認識である。

では将来にむかって、何をすればよいのか。FEM 用の土質パラメータをどうやって求めてゆくのか、どんな調査をすればいいのか、どんな試験をすればいいのかのらうか。

### 5. FEM のための原位置試験のすすめ

伝統的な設計にもちいる解析技術は、古典的な数理学理論を道具として利用している。きわだって優れた技術者が、現場の初期条件や境界条件を思い切って単純化したうえで、きれいなかたちの解析解をあれこれたくさん導き出す。一般の技術者は、自分が取り扱う現場を注意深く観察・調査したうえで、適切と自分が判断する解析解を利用して設計計算をする。これが伝統的な設計のやり方であった。

計算にもちいる土質パラメータは、言うまでもなく、数がかぎられている。したがって、大きくばらついている土質パラメータの生データから、技術者が適切だと判断する値を代表値として選ぶことになる。この判断の根拠となるものが、永年にわたって技術者集団のなかに蓄積された多くの研究成果と、個々の技術者の個人的な経験と自然をみる目の確かさである。

解析解を導くときに必要となる仮定・条件・制限によって、解析解は（少なくとも層ごとに）均一地盤を想定していることが多い。たとえば非排水強度だとか変形係数などといった具合に、（少なくとも層ごとに）単一の土質パラメータを必要とすることが多い。要するに、単純なパラメータをつかって、典型的なかたちにパターン化された画一的な初期値・境界値問題の解を、計算するわけである。

これに対して、FEMは（線形でない場合は特に）本質的に個別的である。個々の計算の対象となる地盤の領域内で、土質はもともと一様でなく、時間とともにまた応力履歴とともに、時々刻々（土質が）変化する場合をとりあつかう。したがって、その変化する様子をも見ることができする方法をつかってパラメータを求めるほうが、計算結果の信頼性がたかくなるだろう。つまり、要素試験だけでなく、境界値問題のかたちの試験（多くの場合、原位置試験）をも実施した方が、より頼りになるパラメータがえられるだろう。

ボーリング孔を利用したプレッシャーメータ試験を例にとって考えてみよう。孔壁に圧力をかけて、孔を押し広げようとする試験である。孔の近くに存在する土は、大きな圧力を受けたくさん圧縮しようとする。遠くの土は小さな圧力しか伝わってこないから、少ししか圧縮しようとしな。飽和土が圧縮するためには、土の間隙に存在する水がその土から流れ出てゆかなければならない。ということは、流れ出てゆく行き先と流れ出るための時間的余裕が必要である。応力や変形であたえられる境界条件と、間隙水の流れに関する境界条件によって、試験結果が大きく変わってくるはずである。

試験結果に大きく影響するような何種類かの条件をえらんで、こういう実験を実施したとしよう。実施した実験は、それぞれ条件が違うのであるから、結果も当然違ったものになる。しかし同じ地盤・同じ場所で実施するのであれば、FEMに入力する土質パラメータは同じでなければなるまい。一般にFEMに入力する土質パラメータは、単一の値ではなく、いくつかの値で1組になっている。つまり同一の土質パラメータのセットで、どの実験もシミュレートすべきである。土質パラメータのセットをうまく選ぶことができれば、どの実験結果もうまくシミュレートできるはずだから、うまく選べているかどうか、すぐに判明するだろう。

境界値問題のかたちの試験（多くの場合、原位置試験）には、いろいろな案が考えられる。どのような方法がいいのかよく分からないが、いくつも試してみれば、ダメなもの淘汰されて、いいものが残ってくるだろう。地下水の揚水試験のようなものも、利用価値があるだろう

と思われる。できるだけ安価で早い試験方法が望ましいが、結果が思わしくないのでは何にもならない。

試験結果を解釈する方法も、いろいろな案が考えられる。FEMにどのような構成式を組み込むかによって、当然解釈のやり方もかわってくるだろう。同定されるパラメータそのものも、構成式ごとに違うわけだから、同定の方法も違ってくるだろう。原位置試験の実施方法も、同定方法によって異なってくるかもしれない。このような研究、すなわちFEMのためのパラメータ同定の試験法と解釈法に関する研究が、必要であると私は思っている。

## 6. ま と め

FEMという解析技術の信頼性を向上させ、設計への適用をすすめてゆくためには、プログラムの作成と利用という主としてコンピュータを相手にする研究がすすむだけでは全く不十分であると、私は考えている。構成式の数学的なハンドリングや、室内・原位置試験の解釈、さらには新たな土質試験方法の開発と試験結果の解釈などの、いかにも土質的な研究がすすまなければ、結局のところうまくゆかない。計算機相手の研究ばかりでなく、理論解析・室内試験・現場試験など幅広く重厚な研究が必要である。だからこそ、面白いのだと思う。

最後になってしまったが、若井明彦先生をはじめとする「FEMの設計への適用に関する研究委員会」のメンバーに多くのことを教えていただいたことを記し、深甚の謝意を表したい。

## 参 考 文 献

- 1) Sandhu, R. and Wilson, E. L.: Finite element analysis of flow in saturated porous media, Proc. ASCE, Vol. 95, WM3, pp. 641~652, 1969.
- 2) Christian, J. T. and Boehmer, J. W.: Plane strain consolidation by finite element, Proc. ASCE, Vol. 96, SM4, pp. 1435~1457, 1970.
- 3) Yokoo, Y., Yamagata, K. and Nagaoka, M.: Finite element method applied to Biot's consolidation theory, Soils and Foundations, Vol. 11, No. 1, pp. 29~41, 1971.
- 4) Yokoo, Y., Yamagata, K. and Nagaoka, M.: Finite element analysis of consolidation following undrained deformation, Soils and Foundations, Vol. 11, No. 4, pp. 37~58, 1971.
- 5) Simpson, B.: Finite element applied to problem of plane strain deformation in soils, Ph. D Thesis, University of Cambridge, 1973.
- 6) 小林正樹: 有限要素法による圧密問題の解析, 港湾技研資料, No. 247, 1976.
- 7) Shoji, M. and Matsumoto, T.: Consolidation of embankment foundations, Soils and Foundations, Vol. 16, No. 1, pp. 59~74, 1976.

(原稿受理 2005.5.16)