

実務のための圧密沈下予測とその対策技術

2. 圧密現象とその理論的な取り扱い（その1：一次元圧密）

森 脇 武 夫（もりわき たけお）

呉工業高等専門学校教授 環境都市工学科

2.1 はじめに

本章では、まず2.2において圧密とはどのような現象であるかを説明した後、この現象を表す物理モデルを説明する。その後、2.3で最も単純な条件である一次元条件での圧密現象を表す圧密方程式の誘導過程を説明し、この圧密方程式を利用して地盤の圧密沈下挙動を予測する沈下計算法を説明する。2.4では圧密沈下計算において必要な材料定数、すなわち圧密定数を求めるための圧密試験法について説明する。2.5ではバーチカルドレーン工法によって改良された地盤で生じる、間隙水の流れと変形の方向が異なる三次元圧密について説明する。最後に、2.6では残留沈下の原因や予測と実際の差異の原因となる二次圧密について、そのメカニズムと理論的取り扱い方法について説明する。

2.2 圧密現象とそのモデル化

2.2.1 圧密とは

2006年3月に全面改訂・出版された地盤工学用語辞典¹⁾によれば、圧密とは「土が内部間隙水の排出を伴いながら徐々に圧縮していく現象をいい、その間に生じる現象の推移を圧密過程と呼ぶ。圧密過程において土の密度は増加していく。」とされている。また、この定義中の圧縮とは、「土中に着目した2点間長さの減少、あるいは土中に想定した領域の体積減少をいう。」と定義されている。すなわち、圧密とは土要素の体積減少が内部間隙水の排出によって生じ、なおかつ時間を掛けながら徐々に進行していく現象をいう。

圧密が関係する工学的問題として最もよく知られているのが地盤沈下である。粘土地盤上に構造物などの荷重が加わると、粘土中の間隙水が徐々に排出されるために、時間をかけて体積が減少する。水平方向に広がりを持って連続している地盤では、地盤中の体積減少は地表面の沈下となって表れ、地盤上あるいは地盤中に作られた構造物に障害を与える。最も有名な例として、イタリアのピサの斜塔があげられる。この塔は、1174年から中断を含んで約200年かけて建設されたが、現在までに約3 mの沈下が観測されている²⁾。さらに、塔を支える基礎地盤が不均質で、塔の北側と南側で粘土層の厚さが異なっていたため、建設途中から塔が傾き出し、これを修正するように上の階を建設したため、塔の軸が曲がってしまった。また、国内の例としては関西国際空港の人工島

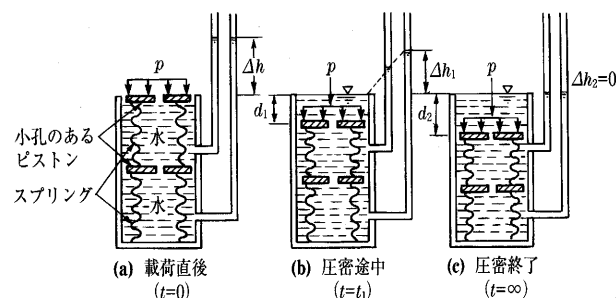
の沈下がある。大阪湾の泉州沖を埋め立てて造成された空港島ではこれまでに10 m以上の沈下が生じ、建設から10年以上経過した現在でも沈下が進行している³⁾。このような地盤沈下が、最終的にどの程度の大きさになるか、またどのような時間過程を経て生じるか、さらに現在から今後どの程度生じるかを予測することは、工学的に非常に重要な問題である。

地盤沈下とともに圧密が関係する工学的問題に強度増加がある。前述したように圧密とは土中の間隙水が排出され、体積が減少し、密度が増加する現象である。密度が増加すれば、一般にその材料の強度は増加し、圧縮性や変形性は減少する。そのため、そのままでは軟弱でその上に構造物を安全に建設することができない粘土地盤は、破壊が起こらない範囲の荷重を段階的に加えて密度増加が図られる。このとき、密度増加に伴う強度増加がどのようなスピードで生じ、次の荷重の載荷時期や大きさ、あるいは最終的な構造物の建設時期を予測する必要がある、これも圧密が取り扱う重要な問題である。

2.2.2 圧密現象のモデル化

飽和粘土の圧密現象の概念は、図—2.1に示すようなスプリングと小孔を持つピストンからなり、シリンダーが水で満たされている Terzaghi（テルツァーギ）の圧密模型を用いて説明される。スプリングは土粒子で形成される粘土の骨格構造を表し、これに作用する応力を有効応力 σ' と呼ぶ。シリンダー内の水は粘土内部の間隙水を表し、これに作用する圧力を間隙水圧 u と呼ぶ。そして、有効応力 σ' と間隙水圧 u の両者を合わせたものはピストンに作用している荷重と等しく、これを全応力 $\sigma (= \sigma' + u)$ と呼ぶ。また、ピストンにあけた小孔は粘土の透水性を表している。

この模型のピストンの上面に荷重 Δp を瞬時に加えた場合を考えてみよう。ピストンにあけた孔（粘土の透水



図—2.1 Terzaghi の圧密モデル

講 座

性)が小さいため、水は直ぐに排出されないことと、水の圧縮性は極めて小さいことのため、載荷直後にピストンはほとんど下がり、スプリングも変形しない。スプリングが変形しないということは、スプリングに応力が発生していないということであり、有効応力の増加は $\Delta\sigma' = 0$ である。そのため、シリンダー内の水には加えた Δp と等しい過剰間隙水圧 Δu が発生する。すなわち、

$$t=0 \text{ で, } \Delta\sigma' = 0, \Delta u = \Delta p \dots\dots\dots (2.1)$$

その後、ある時間経過すると、シリンダー内の水は上部ピストンの小孔から外部に徐々に排出され、ピストンが下がり、スプリングが圧縮される。このとき、当初は過剰間隙水圧で支えられていた荷重 Δp の一部は、スプリングの圧縮量に応じてスプリングが受け持つことになり、その分だけ過剰間隙水圧は減少する。すなわち、

$$t=t \text{ で, } \Delta\sigma' > 0, \Delta u < \Delta p, \Delta\sigma' + \Delta u' = \Delta p \dots\dots\dots (2.2)$$

更に時間が経過し、ピストンに加えられた荷重 Δp のすべてをスプリングが支えると、過剰間隙水圧はゼロになり、シリンダー内からの水の排出も起きなくなり、ピストンの沈下も停止する。これが圧密の完了である。すなわち、

$$t=\infty \text{ で, } \Delta\sigma' = \Delta p, \Delta u = 0 \dots\dots\dots (2.3)$$

以上で示したように、圧密過程とは載荷によって発生した過剰間隙水圧から粘土の骨格構造へ応力が転換し、粘土の骨格構造が圧縮する過程である。したがって、この現象を間隙水圧の消散過程と見ることもできるし、有効応力の増加過程、あるいは骨格構造の圧縮過程と見ることもできる。Terzaghi は、圧密現象を過剰間隙水圧の消散過程として定式化し、三笠は圧縮ひずみの増加過程として定式化を行っている。両者の違いに関しては後で説明する。

2.2.3 圧密理論の構成

以上で示したように圧密現象は、粘土内の間隙水の透水現象と粘土の骨格構造の変形現象の連成問題である。また、圧密現象は極めて緩慢に生じるため、慣性力を無視した静的問題として取り扱うことができる。そして、土粒子自身と間隙水の圧縮性は無視できるため、飽和粘土の圧密現象を説明するためには次の六つの条件式が必要となる。

[透水現象に関する条件式]

- ① 間隙水の流動則
- ② 連続の条件式

[変形現象に関する条件式]

- ③ 釣合い方程式
- ④ 粘土骨格構造の構成方程式
- ⑤ ひずみの適合条件式
- ⑥ 間隙水と粘土骨格構造の応力分担則

これらの条件式は、場の方程式とも呼ばれる。このうち、②、③、⑤、⑥は材料(土)が変わっても普遍的に成立するものであり、土の特性によって変わるものは①の間隙水の流動則(透水特性)と④の粘土の構成方程式(変形特性)である。したがって、①と④にどのような特性を持ち込むかで圧密理論の性格が異なってくる。まず、

①の間隙水の流動則に関しては、Darcy (ダルシー) 則を採用するか否かで大別される。一般的には、間隙水の流速と動水勾配が線形関係となる Darcy 則を用いるのが普通であるが、過剰間隙水圧がほぼ消散した後も沈下が長期間継続して生じる二次圧密現象を表現するために、流速と動水勾配が線形とならない非 Darcy 則を用いる場合もある。次に、④の粘土の構成方程式に関しては、弾性を採用するか否かで弾性圧密理論と非弾性圧密理論に大別される。そして非弾性圧密理論は主として二次圧密現象を表現することが目的であるため、通常は非弾性圧密理論とは呼ばないで二次圧密理論と呼ばれるのが一般的である。また、弾性圧密理論であっても、応力とひずみの間に線形関係を仮定するか否かで、線形圧密理論と非線形圧密理論に分けられる。これらの分類にしたがえば、Terzaghi の圧密理論は線形弾性圧密理論であり、三笠の圧密理論は非線形弾性圧密理論である。なお、これ以外に圧密中の粘土層厚の変化を考慮するか否かで微小変形圧密理論と有限変形圧密理論に分けられ、前者は線形圧密理論で後者は非線形圧密理論である。

実際の圧密現象においては、間隙水の移動や変形方向は三次元的であるが、一次元とみなせる場合もある。例えば、水平に堆積した粘土層に、その層厚に比べて非常に広い範囲に等分布荷重が加わった場合、間隙水の移動や変形は鉛直方向にのみ生じるとみなすことができる。このような場合を一次元圧密と呼ぶ。一方、粘土層上部に局部的な荷重が作用する場合や粘土層の内部に排水材が鉛直に配置されている場合、間隙水の移動や変形は鉛直方向だけではなく水平方向にも生じる。そのため、このような場合を三次元圧密、または多次元圧密と呼ぶ。

2.3 一次元圧密理論

2.3.1 Terzaghi の一次元圧密方程式

圧密現象の記述において最も基本となる Terzaghi の一次元線形弾性圧密理論を紹介する。Terzaghi は、圧密理論を組み立てるに際し、次の条件と仮定を設けた。ここで言う条件とは実際に取り得る様々なケースのうちである特定の条件を設定したもので、仮定とは実際にはそうならない現象を理想化したものである。

[条件]

- i. 粘土内の空隙は水で完全に飽和している。
- ii. 粘土地盤は均質である。
- iii. 粘土層厚に比べて十分広い範囲に等分布荷重が作用し、間隙水の移動と変形は鉛直方向にのみ生じる。

[仮定]

- i. 土粒子と間隙水は非圧縮性である。
- ii. 粘土の骨格構造の変形は弾性則(フック則)に従う。
- iii. 弾性係数は有効応力や場所に依存せず一定である。
- iv. 間隙水の流動則は Darcy 則に従う。
- v. 透水係数は有効応力や場所に依存せず一定である。
- vi. 圧密過程中的粘土層厚の変化は無視できる。

vii. 粘土の自重による圧密は完了している。

これらの条件と仮定のもとで、前述した6個の条件式(場の方程式)は次のようになる。

① 間隙水の流動則

三次元のDarcy則は

$$\mathbf{v} = -\frac{k}{\gamma_w} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial u}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial u}{\partial z} \mathbf{k} \right) \quad (2.4)$$

と表せるが、条件iiiより一次元の場合は次式となる。

$$v_x = 0, v_y = 0, v_z = -\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial z} \quad (2.5)$$

ここに、 $\mathbf{v}$ は間隙水の流速ベクトル(v_x, v_y, v_z はそれぞれ $\mathbf{v}$ の x, y, z 方向成分)、 u は過剰間隙水圧、 k は透水係数、 γ_w は水の単位体積重量、 $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ はそれぞれ x, y, z 方向の単位ベクトルである。

② 連続の条件式

三次元の連続条件式は、

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \quad (2.6)$$

と表せるが、条件iiiより一次元の場合は次式となる。

$$\frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \quad (2.7)$$

ここに、 ε_v は体積ひずみである。

③ 釣合い方程式

三次元の釣合い方程式は、

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = 0 \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0 \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \gamma' \quad (2.10)$$

と表せるが、条件iiiより一次元の場合は次式となる。

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \gamma' \quad (2.11)$$

ここに、 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ は全直応力、 $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ はせん断応力、 γ' は粘土の水中単位体積重量である。

ただし、通常は粘土の自重による圧密が完了した状態からの変化を考えるのが一般的であり、また仮定iiとiiiより重ね合わせが成立するため、自重による圧密の影響は除外することができる。すなわち、

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0 \quad (2.12)$$

④ 粘土骨格構造の構成方程式

三次元のフック則は、

$$\sigma'_x = \frac{1}{m_v} \varepsilon_v - 2\mu(\varepsilon_y + \varepsilon_z) \quad (2.13)$$

$$\sigma'_y = \frac{1}{m_v} \varepsilon_v - 2\mu(\varepsilon_z + \varepsilon_x) \quad (2.14)$$

$$\sigma'_z = \frac{1}{m_v} \varepsilon_v - 2\mu(\varepsilon_x + \varepsilon_y) \quad (2.15)$$

$$\tau_{xy} = \mu \gamma_{xy} \quad (2.16)$$

$$\tau_{yz} = \mu \gamma_{yz} \quad (2.17)$$

$$\tau_{zx} = \mu \gamma_{zx} \quad (2.18)$$

と表せるが、条件iiiより一次元の場合は、

$$\varepsilon_x = 0, \varepsilon_y = 0, \varepsilon_z = \varepsilon_v \quad (2.19)$$

となるため、次式で表せる。

$$\sigma'_z = \frac{1}{m_v} \varepsilon_v \quad (2.20)$$

ここに、 m_v は体積圧縮係数、 μ はせん断弾性係数で、

$$m_v = \frac{1}{2\mu} \frac{1-2\nu}{1-\nu} \quad (2.21)$$

ここに、 ν はポアソン比である。また、 $\sigma'_x, \sigma'_y, \sigma'_z$ は有効直応力、 $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ は直ひずみ、 $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$ はせん断ひずみである。

⑤ ひずみの適合条件式

微小変形での変位～ひずみ関係式は、

$$\varepsilon_x = \frac{\partial \delta_x}{\partial x} \quad (2.22)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial \delta_y}{\partial y} \quad (2.23)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial \delta_z}{\partial z} \quad (2.24)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial \delta_y}{\partial x} + \frac{\partial \delta_x}{\partial y} \quad (2.25)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial \delta_z}{\partial y} + \frac{\partial \delta_y}{\partial z} \quad (2.26)$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\partial \delta_z}{\partial x} + \frac{\partial \delta_x}{\partial z} \quad (2.27)$$

と表せるが、条件iiiより一次元の場合は式(2.24)だけが意味を持つことになる。なお、変位～ひずみ関係式は、圧密方程式を導く際に用いるわけではなく、式(2.24)を z に関して積分し、次式によって地表面沈下量 S を求めるのに利用される。

$$S = \int_0^H \varepsilon_z dz \quad (2.28)$$

⑥ 間隙水と粘土骨格構造の応力分担則

三次元の応力の分担則は、

$$\sigma_x = \sigma'_x + u \quad (2.29)$$

$$\sigma_y = \sigma'_y + u \quad (2.30)$$

$$\sigma_z = \sigma'_z + u \quad (2.31)$$

$$\tau_{xy} = \tau'_{xy} \quad (2.32)$$

$$\tau_{yz} = \tau'_{yz} \quad (2.33)$$

$$\tau_{zx} = \tau'_{zx} \quad (2.34)$$

と表せるが、条件iiiより一次元の場合は式(2.31)だけが意味を持つことになる。

まず、式(2.7)に式(2.5)を代入すると、

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = -\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (2.35)$$

となり、これはDarcy則を考慮した連続の条件式である。一方、式(2.12)の釣合い方程式を積分し、地表面に等分布荷重 p_z が作用しているという条件iiiの境界条件を考慮すると、

$$\sigma_z = p_z \quad (2.36)$$

また、式(2.31)の応力分担則と式(2.36)より

$$\sigma'_z = p_z - u \quad (2.37)$$

講 座

となる。さらに、式(2.20)の応力～ひずみ関係式と式(2.37)の応力分担則より

$$\varepsilon_v = m_v \sigma'_z = m_v (p_z - u) \quad (2.38)$$

次に、仮定 ii を考慮して式(2.38)の時間的変化を取ると、

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = m_v \left(\frac{dp_z}{dt} - \frac{\partial u}{\partial t} \right) \quad (2.39)$$

そして、式(2.35)と式(2.39)を等値して整理すると、

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{k}{\gamma_w m_v} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{dp_z}{dt} \quad (2.40)$$

ここで、

$$c_v = \frac{k}{\gamma_w m_v} : \text{圧密係数} \quad (2.41)$$

とおけば、

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{dp_z}{dt} \quad (2.42)$$

となり、これが荷重 p_z が時間とともに変化する場合の一次元線形弾性圧密方程式である。さらに、荷重 p_z が一定に保たれる場合は

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (2.43)$$

となり、これが Terzaghi の一次元圧密方程式と呼ばれるものである。この式は、過剰間隙水圧 u を温度 θ に、圧密係数 c_v を熱伝導率 c にそれぞれ置き換えると、一次元状態での熱伝導に関する微分方程式となるため、式(2.43)で示される Terzaghi の一次元圧密方程式は熱伝導型圧密方程式とも呼ばれる。

2.3.2 圧密方程式の解

式(2.43)の一次元圧密方程式は、時間に関して1階、場所に関して2階の微分方程式であるため、これを解くためには時間に関して一つの初期条件と場所に関して二つの境界条件が必要となる。

図—2.2は代表的な境界条件を示したものであり、粘土層の上下両面に砂層や砂礫層が存在する場合には上下両面は排水面となり、排水は上下両面から行われるので両面排水条件といい、下面に透水性の低い洪積粘土層や亀裂の少ない岩盤が存在する場合には下面は非排水面となり、排水は上面のみから行われるので片面排水条件という。そして、片面排水条件の場合、間隙水の排水に必要な最大距離、すなわち最大排水距離 $\bar{H}$ は粘土層厚と等しくなる。一方、両面排水条件の場合、排水は粘土層の中間点を非排水面とする上下対称となるため、上半分または下半分だけを考えれば片面排水条件と一致し、最大排水距離 $\bar{H}$ は粘土層厚の半分となる。

したがって、片面排水条件の場合も両面排水条件の場合も境界条件は共通して以下のように表せる。

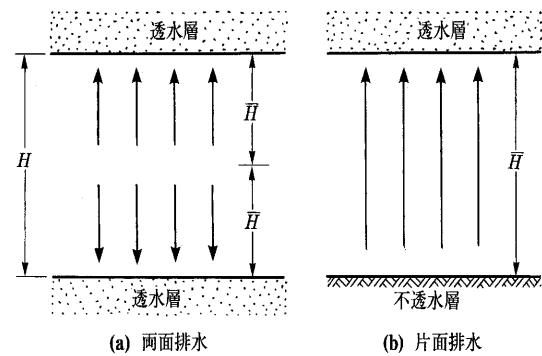
$$z=0, t=t \text{ で, } u=0 \quad (2.44)$$

$$z=\bar{H}, t=t \text{ で, } \frac{\partial u}{\partial z}=0 \quad (2.45)$$

また、 $t=0$ で $\varepsilon_v=0$ であること、および式(2.38)を考慮すると、初期条件として次式が与えられる。

$$t=0, z=z \text{ で, } u=u_0=p_z \quad (2.46)$$

ここに、 u_0 は初期過剰間隙水圧であり、載荷条件に応



図—2.2 境界条件

じて決まるものである。

この境界条件と初期条件のもとで、式(2.43)の微分方程式を変数分離法を用いて解くと、深さ z と時間 t を変数とする過剰間隙水圧に関する次式の解が得られる。

$$u(z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 2p_z}{\alpha_n} \cos \left(\alpha_n \frac{z}{\bar{H}} \right) \exp \left(-\alpha_n^2 \frac{c_v}{\bar{H}^2} t \right) \quad (2.47)$$

ここに、 $\alpha_n = \pi(2n+1)/2$ で、 n は正の整数である。

また、変数 u, z, t を次式で無次元化する。

$$U_u = \frac{u}{p_z} \quad (2.48)$$

$$Z = \frac{z}{\bar{H}} \quad (2.49)$$

$$T_v = \frac{c_v}{\bar{H}^2} t \quad (2.50)$$

ここに、 T_v は時間係数と呼ばれる。これらを使うと式(2.47)は次式のように無次元化できる。

$$U_u(Z, T_v) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 2}{\alpha_n} \cos(\alpha_n Z) \exp(-\alpha_n^2 T_v) \quad (2.51)$$

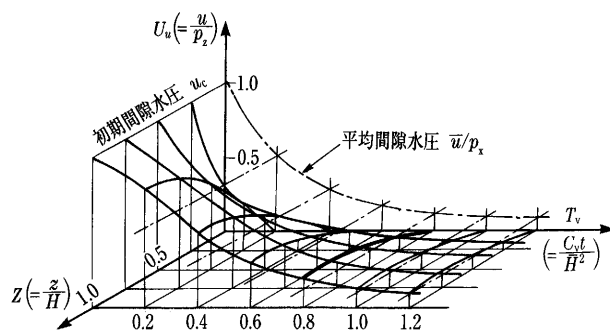
ここに、 $U_u(Z, T_v)$ は式(2.48)で示すように荷重 p_z で正規化された過剰間隙水圧である。

図—2.3は式(2.51)で得られる U_u の変化を示したものであり、排水面の過剰間隙水圧は瞬時に消散し、粘土層内部の過剰間隙水圧は排水面に近い位置から徐々に消散し、最終的には非排水面の過剰間隙水圧も消散していく様子が理解できる。また、ある時間における過剰間隙水圧の深度方向分布を示したものが図—2.4であり、等時曲線（アイソクロン：isochrone）と呼ばれる。

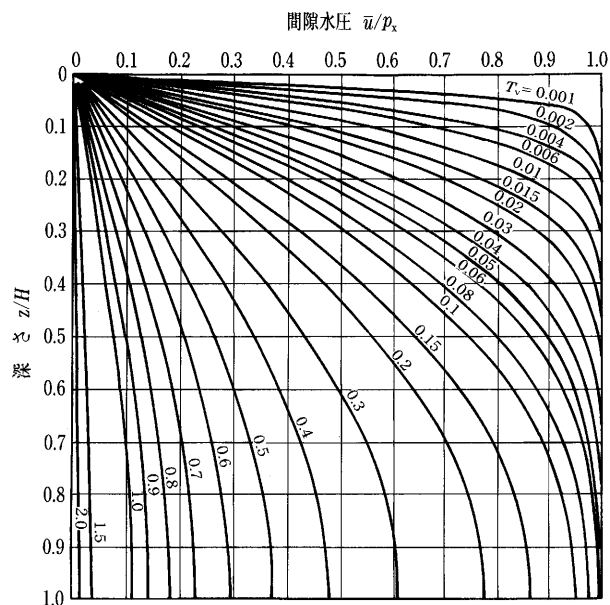
2.3.3 圧密沈下計算法

圧密沈下計算の最大の目的は、地表面沈下量の時間的変化を求めることにある。式(2.47)または式(2.51)で示される圧密方程式の解は、場所的な過剰間隙水圧の消散量や有効応力の増加量を求めることはできるが、このままでは地表面の沈下量の時間的変化を求めることはできない。そこで、圧密の進行度合いを表す圧密度という概念を導入して地表面沈下量の時間的変化を求める。

粘土層表面の沈下量は、式(2.28)で求められるため、条件 iii の式(2.19)と仮定 ii の式(2.20)を考慮すると、



図—2.3 過剰間隙水圧の消散挙動



図—2.4 過剰間隙水圧の等時曲線

$$\begin{aligned}
 S &= \int_0^H \varepsilon_z dz \\
 &= \int_0^H m_v (p_z - u) dz \\
 &= m_v p_z H \left(1 - \frac{1}{p_z} \frac{1}{H} \int_0^H u dz \right) \dots\dots\dots (2.52)
 \end{aligned}$$

ここに、

$$m_v p_z H = \varepsilon_{zt} H = S_f : \text{最終沈下量} \dots\dots\dots (2.53)$$

$$\frac{1}{H} \int_0^H u dz = \bar{u} : \text{全層の平均過剰間隙水圧} \dots\dots\dots (2.54)$$

であるため、式(2.52)は、

$$S = S_f \left(1 - \frac{\bar{u}}{p_z} \right) \dots\dots\dots (2.55)$$

となる。いま、圧密の進行度合いを地表面沈下量で S/S_f によって表すと、式(2.55)より

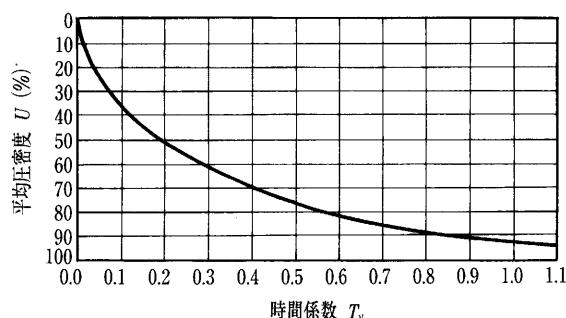
$$U = \frac{S}{S_f} = 1 - \frac{\bar{u}}{p_z} \dots\dots\dots (2.56)$$

ここに、 U を圧密度と呼ぶ。式(2.48)、式(2.51)、および式(2.54)を考慮すると、式(2.56)は、

$$\begin{aligned}
 U &= 1 - \int_0^1 U_v dZ \\
 &= 1 - \int_0^1 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n2}}{\alpha_n} \cos(\alpha_n Z) \exp(-\alpha_n^2 T_v) dZ
 \end{aligned}$$

表—2.1 平均圧密度 U ～時間係数 T_v 関係

U (%)	10	20	30	40	50	60	70	80	90
T_v	0.008	0.031	0.071	0.126	0.197	0.287	0.403	0.567	0.848



図—2.5 平均圧密度 U ～時間係数 T_v 関係

$$= 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{\alpha_n^2} \exp(-\alpha_n^2 T_v) \dots\dots\dots (2.57)$$

となる。式(2.57)は、圧密度 U が時間係数 T_v の関数として一義的に決まることを表している。この関係を示したものが表—2.1と図—2.5である。

したがって、圧密沈下計算は唯一求められている図—2.5の圧密度 U ～時間係数 T_v 関係を個々の条件に合わせて実際の地表面沈下量 S ～時間 t 関係に座標変換する作業である。まず、 U 軸から S 軸への座標変換は、最終沈下量 S_f を求めて、式(2.56)より

$$S = S_f U \dots\dots\dots (2.58)$$

によって行う。最終沈下量 S_f の算定は、Terzaghi の圧密理論では体積圧縮係数を用いて行うが、実務では以下の三つの方法のいずれかで行われる。

[m_v 法]

$$S_f = m_v p_z H \dots\dots\dots (2.59)$$

[C_c 法]

$$S_f = \frac{C_c}{1+e_0} H \log \frac{\sigma_{z0}' + p_z}{\sigma_{z0}'} \dots\dots\dots (2.60)$$

ここに、 C_c は圧縮指数、 e_0 と σ_{z0}' は荷重載荷前の粘土層の代表的要素（通常は粘土層の中央点）の間隙比と有効鉛直応力である。なお、式(2.60)は粘土層が荷重載荷前から正規圧密状態にある場合に対してのみ適用されるものであり、荷重載荷後も粘土層が過圧密状態にある場合は圧縮指数 C_c の代わりに膨張指数（＝再圧縮指数） C_s を用いる。そして、荷重が過圧密状態から正規圧密状態まで圧密降伏応力 p_c をまたぐ形で載荷される場合は、次式を用いる。

$$S_f = \frac{C_s}{1+e_0} H \log \frac{p_c}{\sigma_{z0}'} + \frac{C_c}{1+e_0} H \log \frac{\sigma_{z0}' + p_z}{p_c} \dots\dots\dots (2.61)$$

[$e \sim \log p$ 法]

$$S_f = \frac{e_0 - e_f}{1+e_0} H \dots\dots\dots (2.62)$$

ここに、 e_f は圧密完了後の間隙比であり、圧縮曲線（ $e \sim \log p$ 曲線）において圧密圧力が $\sigma_{z0}' + p_z$ に対応する間隙比として求めることができる。

講 座

一方、 T_v 軸から t 軸への座標変換は、式(2.50)より

$$t = \frac{\bar{H}^2}{c_v} T_v \quad (2.63)$$

で行う。ここに、 $\bar{H}$ は図—2.2 に示すように最大排水距離で、片面排水の場合は $\bar{H}=H$ 、両面排水の場合は $\bar{H}=H/2$ となる。

手計算によって圧密沈下計算を行う場合は、圧密度 U を 5% あるいは 10% 毎に仮定し、仮定した圧密度に対する地表面沈下量 S を式(2.58)よりを求め、そのときの時間係数 T_v は表—2.1 で与えられているため、経過時間 t を式(2.63)から求める。以下、圧密度 U を変えて順次 S と t の値を求めることになる。

2.3.4 三笠の一次元圧密理論⁴⁾

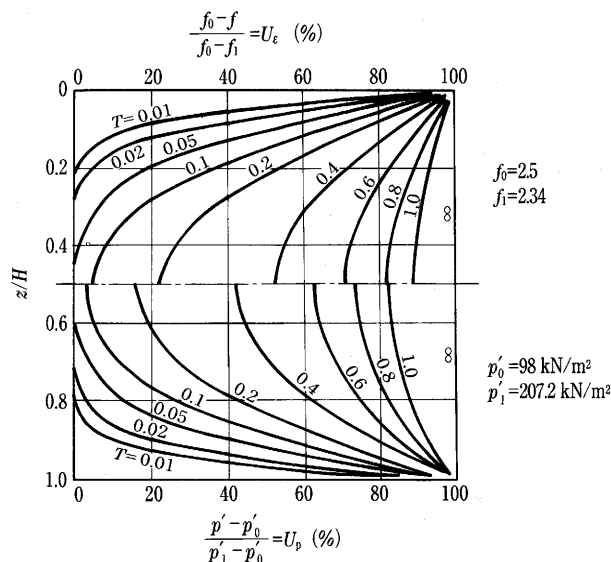
以上で示した Terzaghi の圧密理論においては、体積圧縮係数 m_v と透水係数 k は応力に依存せず一定で、なおかつ圧密に伴う層厚の変化と自重の影響は無視できると仮定している。これらの仮定は比較的硬い粘土地盤に比較的小さな荷重が載荷された場合には許容できるが、軟弱な粘土層に比較的大きな荷重が載荷された場合には認め難い。そこで三笠は、圧密の進行を表す量として鉛直ひずみ ε_z を用い、① m_v と k は変化するが c_v と層厚は一定とした場合、② m_v , k および層厚の変化を考慮し、 c_v は一定とした場合、③ m_v , k , 層厚および c_v の変化を考慮した場合、④ m_v , k および層厚の変化と自重の影響を考慮し、 c_v は一定とした場合、⑤ m_v , k , 層厚および c_v の変化と自重の影響を考慮した場合の圧密方程式を導いた。誘導の詳細は成書⁴⁾に譲り、ここでは最も基本的な①のケースに対する圧密方程式と圧密終了後の状態を以下に示す。

$$\frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial z^2} \quad (2.64)$$

$$\frac{d\varepsilon_z}{dz} = \frac{v_0}{c_v} \quad (2.65)$$

ここに、 v_0 は圧密終了後の定常浸透流の流速であり、両面排水条件の場合に上下排水面の水位に差があれば圧密が終了しても水位の高い方から低い方へ定常浸透流が生じるため、圧密が終了しても z 方向に鉛直ひずみ分布が生じる。一方、上下排水面に水位差が無い場合や片面排水条件の場合は $v_0=0$ となるため、圧密完了後に鉛直ひずみ分布は生じなく一様になる。

ひずみで表された式(2.64)は、過剰間隙水圧で表された Terzaghi の式(2.43)と同じ熱伝導型の圧密方程式となっている。このことは、 m_v と k が変化しても c_v と層厚が一定なら、ひずみに関する解は唯一存在し、Terzaghi の解と一致することを示している。すなわち、式(2.47)、式(2.51)および式(2.57)の解は、三笠のひずみに関する解としてそのまま利用できる。一方、過剰間隙水圧や有効応力に関する解は、仮定する粘土骨格構造の応力～ひずみ関係によって異なる。例えば、粘土の応力～ひずみ関係として、体積比 $f(=1+e)$ と圧密圧力 p の関係を用い、 $f \sim \log p$ 関係を線形と仮定すれば、ひずみに関する等時曲線と有効応力に関する等時曲線は図—



図—2.6 m_v , k が変化し、 c_v と層厚が一定の場合の等時曲線⁴⁾

2.6 のように一致せず、有効応力の増加はひずみより遅れて進行することが分かる。また、Terzaghi の圧密方程式は、前述のように荷重 p_z が一定に保たれる場合にのみ成立するが、三笠の圧密方程式は荷重の変化によらず成立する。このように、Terzaghi の圧密方程式は三笠の圧密方程式の特殊なケースとして式(2.64)に包含される。

2.4 圧密試験

2.4.1 圧密試験と圧密定数

圧密沈下計算は、前述したように Terzaghi の圧密理論に基づいて得られている圧密度 U ～時間係数 T_v 関係を個々の条件に合わせて実際の地表面沈下量 S ～時間 t 関係に座標変換する作業であり、この作業には最終沈下量を求めるための体積圧縮係数 m_v 、あるいは圧縮指数 C_c と圧密速度を求めるための圧密係数 c_v が必要である。これらの係数は圧密定数と呼ばれ、圧密定数を求めるための土質試験を圧密試験と呼ぶ。

圧密試験は、現場のサイズを小さくし、条件を単純化した圧密であり、一種の室内模型実験である。そして、室内模型実験結果を現場サイズの圧密に拡大するのが圧密理論である。したがって、圧密試験を整理する圧密理論と圧密沈下計算に用いる圧密理論は同じ性質のものをを用いる必要がある。

圧密試験には様々な方法があるが、前述したように圧密試験は模型実験であり、境界条件によって結果が異なることと、圧密試験に限らず一般に材料試験は試験方法によって結果が異なることのため、標準的な試験方法が規定されている。我が国では、土の段階載荷による圧密試験方法 (JIS A 1217) と土の定ひずみ速度圧密試験方法 (JIS A 1227) の二つが規定されている⁵⁾が、ここでは実務で標準的に実施される前者について説明する。

2.4.2 土の段階載荷による圧密試験⁵⁾

この試験では、直径 6 cm、高さ 2 cm の円盤状の粘土

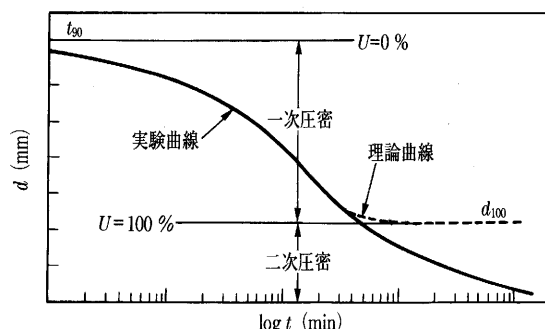
供試体を剛な圧密リングに入れて側方変位を拘束し、多孔板で挟んで上下に排水を許した状態で、荷重を荷重増分比 $\Delta p/p = 1.0$ 、すなわち前段階の2倍の荷重を次段階の荷重とするように段階的に増加させて、各载荷段階24時間圧密させる。各载荷段階における供試体の圧缩量（沈下量）の時間的変化を記録して時間～沈下関係である圧密曲線を描き、Terzaghiの圧密方程式による解をフィッティングすることによって圧密係数 c_v を求める。また、圧密圧力と24時間後の圧缩量の関係から各载荷段階での体積圧縮係数 m_v と圧縮曲線（ $e \sim \log p$ 関係または $f \sim \log p$ 関係）を求める。なお、最終载荷段階に達した後は、それまでの载荷段階を1段階おき程度で除荷し、圧縮曲線を求め、膨張指数 C_s を求めるのが一般的である。

ある载荷段階で生じる供試体の圧缩量 d とその荷重を载荷してからの経過時間 t の関係を描くと図—2.7のようになる。この図には熱伝導型の圧密方程式から得られる理論曲線も併せて描いてある。粘土の骨格構造の応力～ひずみ関係が Terzaghi の圧密理論で仮定したように弾性で、なおかつ粘土の透水性が Darcy 則に従うと、実験曲線は理論曲線と一致するが、実際の粘土の骨格構造は粘性と呼ばれる時間依存性を有しているため、理論曲線とは一致しない。特にこの粘性は、間隙水の排出がある程度終了した後に顕在化するため、過剰間隙水圧が消散した後も少しずつ圧縮し続け、実験曲線は理論曲線から下方に逸脱していく。間隙水の排水に伴う圧縮を一次圧密と呼ぶのに対し、この粘性に伴う圧縮を二次圧密と呼んでいる。

(1) 圧密係数 c_v の決定法

二次圧密を含む実験曲線から圧密係数 c_v を求める方法として、試験法では曲線定規法と $\sqrt{t}$ 法が規定されている。

曲線定規法では、図—2.5の $U \sim \log T_v$ 関係の時間軸の $\log$ サイクルの長さを実験曲線と一致させ、縦軸の平均圧密度 U のスケールを種々に変えた $U \sim \log T_v$ 曲線群（曲線定規と呼ばれる）を、図—2.8に示すように実験で得られた $d \sim \log t$ 曲線の重ね、最も長く一致する理論曲線より理論圧密度 $U = 100\%$ に対応する d_{100} と理論圧密度 $U = 50\%$ に対応する t_{50} を決定し、得られた t_{50} より次式によって圧密係数 c_v を求める。



図—2.7 一次圧密と二次圧密の区別¹⁾

$$c_v = \left(\frac{H}{2} \right)^2 \frac{t_{50}}{T_{v50}} \quad (2.66)$$

ここに、 $T_{v50} = 0.197$ である。

$\sqrt{t}$ 法では、図—2.9で示すように実験で得られた $d \sim \sqrt{t}$ 曲線の初期の直線部の傾きを1.15倍した直線と実験曲線とが交差する点が理論圧密度 $U = 90\%$ になることを利用して t_{90} を決定し、得られた t_{90} より次式によって圧密係数 c_v を求める。

$$c_v = \left(\frac{H}{2} \right)^2 \frac{t_{90}}{T_{v90}} \quad (2.67)$$

ここに、 $T_{v90} = 0.848$ である。この方法は提案者の名前を取って Taylor (テイラー) 法とも呼ばれる。

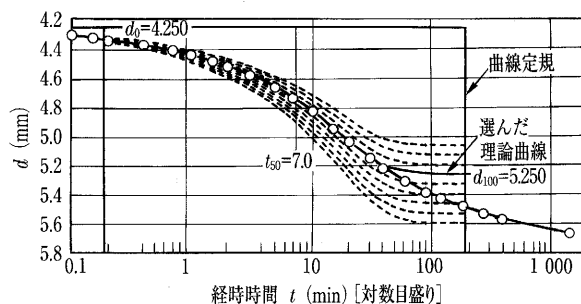
$\sqrt{t}$ 法と曲線定規法で得られる c_v は原理的には等価なものであるが、 $\sqrt{t}$ 法は特に圧密の初期部分に注目した方法で、曲線定規法は圧密曲線の全体を見渡して行う方法である。なお、 c_v が大きい土では圧密速度が大きいため、 $\sqrt{t}$ 法では圧密初期の $d \sim \sqrt{t}$ 曲線の直線部の測点を得られず、曲線部の測点を直線部の測点と見誤って $d \sim \sqrt{t}$ 曲線の直線部の傾きを小さく見積もり、 c_v を過小評価する恐れがある。

(2) 圧縮特性の決定法

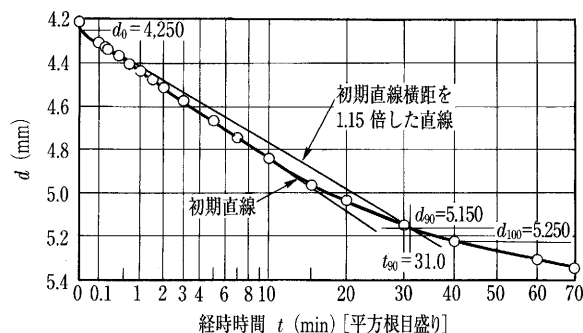
各载荷段階において、圧密圧力の増分 Δp に対する24時間後の圧缩量 (d)₂₄ が測定されているため、各载荷段階の圧縮ひずみ増分 $\Delta \varepsilon$ は次式で求められる。

$$\Delta \varepsilon = \frac{(d)_{24}}{H_{av}} \quad (2.68)$$

ここに、 H_{av} は各载荷段階での平均供試体厚さであり、载荷前の供試体厚さを H_0 とすると、 $H_{av} = H_0 - (d)_{24}/2$ である。これより、各载荷段階の体積圧縮係数 m_v は次式で算出される。



図—2.8 曲線定規法による t_{50} の決定¹⁾



図—2.9 $\sqrt{t}$ 法による t_{90} の決定¹⁾

講 座

$$m_v = \frac{\Delta \varepsilon}{\Delta p} \dots \dots \dots (2.69)$$

また、各载荷段階の圧縮ひずみ増分 $\Delta \varepsilon$ より、各载荷段階における24時間後の間隙比 e を次式で算出できる。

$$e = e_1 - \Delta \varepsilon (1 + e_1) \dots \dots \dots (2.70)$$

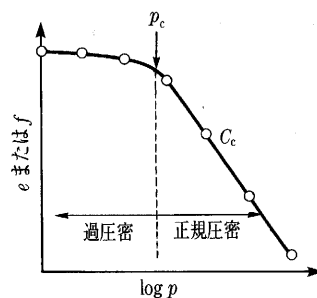
ここに、 e_1 は各载荷段階における载荷前の間隙比である。この結果をもとに、間隙比 e または体積比 $f = 1 + e$ を縦軸に、圧密圧力 p の対数を横軸にプロットすると粘土の骨格構造の圧縮特性を表す圧縮曲線を求めることができる。この圧縮曲線は、図—2.10に示すように一般に勾配の緩やかな前半部分から急激に湾曲し、勾配の急な部分へと移行する。この勾配の急変する点は、粘土が弾性的（可逆的）な圧密挙動を示す過圧密領域から塑性的（非可逆的）な圧密挙動を示す正規圧密領域へ移行する境界点とみなせるため、この点の圧密圧力を圧密降伏応力 p_c と呼ぶ。また、正規圧密領域の圧縮曲線は通常はほぼ直線となり、この直線部の最急勾配を圧縮指数 C_c と呼び、次式で定義される。

$$C_c = \frac{e_1 - e_2}{\log(p_2/p_1)} \dots \dots \dots (2.71)$$

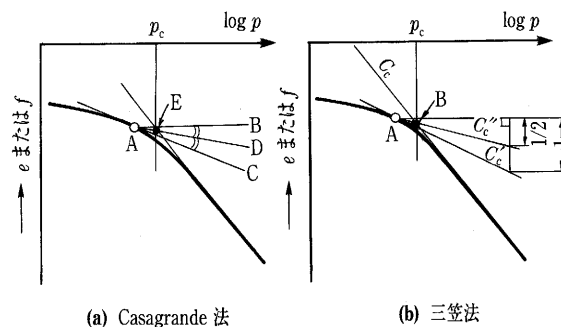
圧縮指数 C_c は、体積圧縮係数 m_v とともに粘土の圧縮特性を表す代表的な指標としてよく用いられる。

また、圧密降伏応力 p_c を決定する方法としては、Casagrande（キャサグランデ）法と三笠法がある。Casagrande 法では、図—2.11(a)に示すように、まず圧縮曲線の最大曲率点 A を通る水平線 AB と、点 A に接する直線 AC を引き、この二つの直線のなす角の二等分線 AD を引く。次に、正規圧密領域の最急勾配部を代表する直線の延長線と直線 AD との交点 E を求め、この点の圧密圧力の値を圧密降伏応力 p_c とする。一方、三笠法では、式(2.71)で算出した圧縮指数 C_c を用い、図—2.11(b)に示すように、まず $C_c' = 0.1 + 0.25C_c$ の勾配を持つ直線と圧縮曲線の接点 A を求める。次に、この点 A を通って $C_c'' = C_c'/2$ の勾配を持つ直線と正規圧密領域の最急勾配部を代表する直線の延長線との交点 B を求める。この交点 B の圧密圧力の値を圧密降伏応力 p_c とする。

三笠法は、圧縮曲線の形状や結果を整理する人の主観に依存せず圧密降伏応力 p_c を客観的に決定できる方法であるが、日本以外ではほとんど知られておらず、国際的には認知されていないことに注意が必要である。一方、



図—2.10 一般的な圧縮曲線¹⁾



図—2.11 圧密降伏応力の決定法⁵⁾

Casagrande 法は世界的に用いられている方法であるが、縦軸である間隙比 e や体積比 f のスケールの取り方によって圧密降伏応力 p_c の値が変わるという欠点を有している。そのため、縦軸の間隙比または体積比の値の0.1が横軸の対数目盛の1サイクルの長さの0.1~0.25に相当するように選ぶことが規定されている。また、圧縮曲線がなだらかに変化する場合には、最大曲率点を特定する際に個人誤差が入りやすいという欠点も有している。

参 考 文 献

- 1) 地盤工学会：地盤工学用語辞典，第7章「土の圧縮と圧密」，pp. 143~164, 2006.
- 2) Burland, J. B., Jamiolkowski, M. and Viggiani, C.: The stabilisation of the leaning tower of Pisa, Soils and Foundations, Vol. 43, No. 5, pp. 63~80, 2003.
- 3) 例えば, Shibata, T. and Karube, D.: Settlement prediction of Kansai International Airport, Proc. of the Symposium on Geotechnical Aspects of Kansai International Airport, pp. 87~96, 2005.
- 4) 三笠正人：軟弱粘土の圧密，鹿島出版会，pp. 11~62, 1963.
- 5) 地盤工学会，土質試験の方法と解説—第一回改訂版—，地盤工学会，pp. 348~414, 2000.