

飽和・不飽和領域内の土中水の浸透特性に関する2,3の考察

(Some Aspects on Hydraulic Parameters of Saturated-Unsaturated)
Regional Ground-Water Flow

西 垣 誠* (Makoto Nishigaki)

キーワード：含水量／試験方法／浸透／地下水／透水性／土中水／不飽和土 (IGC : E 7/F 4)

1. はじめに

集中豪雨による斜面崩壊や洪水時の河川水位上昇による堤体の決壊現象は、地盤内に水が浸透することにより土のせん断強度が低下することが起因していると考えられる。このように土の飽和度が変化したり浸透水圧が作用すること等による土構造物の破壊機構を解明するには不飽和土の力学特性を明らかにするとともに土中水の挙動をも的確に把握しなければならない。すなわち、水の浸透により地盤内の飽和度がどのように変化するかを知ることによってはじめて浸透によるせん断強度定数の低下が議論できると考えられる。

この観点より、不飽和領域を考慮した有限要素等による浸透の数値解析手法が研究されている^{1)~4)}。この解析方法は従来の飽和領域のみを対象とした解析と比較すると、地盤の不均質性の導入が容易であり、境界での水位の変動や降雨条件も簡単に導入できるなどの利点を有しているが、不飽和領域をも解析の対象としているために、不飽和領域内での浸透特性である不飽和透水係数($k(\theta)$)と体積含水率(θ)の関係、体積含水率(θ)と負の圧力水頭(ψ)の関係(図-1参照)が必要となる。これらの不飽和土の浸透特性は物質固有の値であり、それぞれの試料に対して室内実験あるいは原位置実験で測定

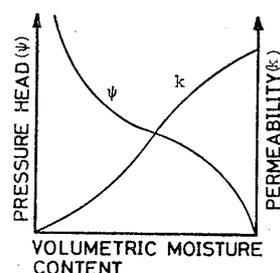


図-1 Hydraulic properties of unsaturated soil

すべき物理量である^{5),6)}。特に体積含水率と負の圧力水頭の関係(水分特性曲線)の測定手法に関しては土質試験法に“pF 試験”として吸引法、遠心法、加圧膜法などの試験方法が規定されており一般によく用いられている⁷⁾。しかし、不飽和透水係数の測定方法については、我が国の土質試験法や土質調査法ではまだ確固たる規定がなされておらず、2,3の土壌物理に関する成書^{8),9)}に紹介されているにすぎない。また、その試験方法は極めて複雑であるために、国内に分布する土に対するこれらの浸透特性のデータの集積は極めて少ない。したがって、飽和・不飽和領域を考慮した浸透解析を実際の問題に用いる際にこの不飽和土の物性についての情報の欠如によりその適用限界にしばしば遭遇する。

本研究では、上記の適用限界を克服する目的で不飽和土の浸透特性についての従来の研究を再整理して、特に不飽和透水係数を浸透に関する他の物理特性より推定する方法について吟味、検討を加えた結果を示す。すなわち、不飽和土の浸透特性に対して従来より提唱されている理論式や経験式を実験結果と比較して、その適用性について論述する。また、その代表的な提案式での係数を変化させて、有限要素法による一次元浸透解析結果への影響度についても論じる。

2. 不飽和土の浸透特性

2.1 水分特性曲線

土中の浸透を支配する基礎方程式として、Darcyの法則を不飽和領域まで拡張した運動方程式と連続の式とを結合したRichardsの方程式が用いられる。

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(k_{ij}(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial x_j} + k_{ij}(\psi) \delta_{ij} \right) = C(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (1)$$

この式より与えられた境界条件と初期条件に対する圧力水頭(ψ)の変動を求めるには、透水係数($k(\psi)$)と比水分容量($C(\psi)$)の値が既知量でなければならない。比水分容量はその定義より($C = \partial\theta/\partial\psi$)、負の圧力水頭と体積含水率の関係である水分特性曲線の勾配より求められる値である。この水分特性曲線は図-2に示すように排水過程と湿潤過程の間にヒステリシスが生じることが報告され、その主排水過程より再び湿潤を行うと無数の

* 岡山大学工学部 講師(岡山市津島中3丁目1-1)
(1982.11.1 原稿受付・討議期限 1984.7.1)

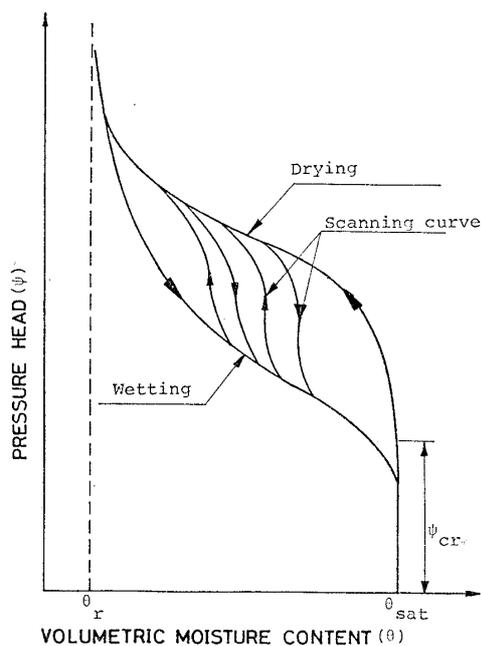


図-2 Hysteresis between volumetric moisture content and pressure head

表-1 Empirical equations for the relation of pressure head to volumetric moisture content

EMPIRICAL EQUATION	REFERENCE	SOIL
$S_e = \left(\frac{\psi - \psi_{cr}}{\psi}\right)^\lambda$	Brooks, R.H. & Corey, A.T. ¹¹⁾ Jensen, M.E. et al. ¹²⁾	sand silty loam sandstone clayey loam silty loam
$\frac{\theta_{sat} - \theta}{\theta_{sat} - \theta_r} = \frac{\ln(\psi - \psi_{cr} + 1)}{\ln(\psi_{15} - \psi_{cr} + 1)}$	Rogowski, A.S. ¹³⁾	clayey loam silty loam
$S = \delta \left[\frac{\cosh[(\psi/\psi_0)^{\lambda+a} - b]}{\cosh[(\psi/\psi_0)^{\lambda+a} + b]} \right]$	King, L.G. ¹⁴⁾	silty loam sand clay
$S_e = \exp[a(\psi - \psi_{cr})]$	Kroszynski, U. ¹⁵⁾	sand
$\psi = c_1 + \frac{c_2}{\theta} + c_3 e^{c_4 \theta} + e^{(c_5 \theta + c_6)}$	Rubin, J. et al. ¹⁶⁾	sand
$\psi/\psi_{cr} = \exp[a(1 - S_e)]$	Farrel, D.A. et al. ¹⁷⁾	sand silty loam
$S_e = \left[1 + \left(\frac{\psi}{a}\right)^\lambda\right]^{-1}$	Haverkamp, R. et al. ¹⁸⁾	sand
$S_e = \left(\frac{1}{1 + (a\psi)^\lambda}\right)^{1 - \frac{1}{\lambda}}$	van Genuchten, R. ¹⁹⁾	sand

走査曲線 (scanning curve) に沿った新しい曲線となる。このような走査曲線を主排水と主湿潤曲線より推定する研究もあるが¹⁰⁾、ここでは工学的見地よりヒステリシスを無視した一価関数として扱うことにする。

表-1 に従来より提唱されている水分特性曲線の経験式を整理した結果を示す。ここで S_e は有効飽和度 (effective saturation) であり、次式で定義される。

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_{sat} - \theta_r} = \frac{S - S_r'}{1 - S_r'} \quad (2)$$

ここで (2) 式中の θ_r は最小含水量 (Residual water content), S は飽和度, S_r' は残留飽和度 (Residual saturation) であり, θ_{sat} は飽和体積含水率である。 θ_r ,

θ_{sat} の値の定義および決定方法については後で述べるが, θ の変動範囲を θ_r から θ_{sat} までと規定すると, それに対応する負の圧力水頭は次のように考えられる。

$$\theta = \theta_r \text{ において } \psi \rightarrow \psi_{min} \quad (3)$$

$$\theta = \theta_{sat} \text{ において } \psi = \psi_{cr} \quad (4)$$

ψ_{cr} は限界毛管水頭 (Critical capillary head) である。体積含水率が θ_r になると, もはやそれ以上の排水が生じないと考える。すなわち, θ_r は土の吸着水のように浸透によって液状では移動し得ない体積含水率の値である。また ψ_{min} はその時の圧力水頭の値である。

ここで, $\psi_{cr}, \theta_{sat}, \theta_r$ の定義および求め方について述べる。

a) 限界毛管水頭 (ψ_{cr})

この ψ_{cr} の値は自由水面上に土柱を立て, 十分長い時間湿潤させると, 土柱内での圧力水頭が平衡状態に達し, その時の自由水面から飽和領域までの限界高さとして定義される。また, 排水過程での ψ_{cr} は, 透過空気圧 (Air entry value) の値とも定義できる。すなわち, 図-2 の飽和状態の負の圧力水頭の直線部の値である。Brooksらは水分特性曲線を 図-3 に示すように両対数紙上に描いて, $S_e = 1$ と実験結果の直線との交点の値より ψ_{cr} を求めている¹¹⁾。また, Bouwer はこの値を室内実験および原位置試験で測定する簡単な手法を報告している^{20), 21)}。

b) 飽和体積含水率 (θ_{sat})

θ_{sat} の値は本来, 土の間隙率と等しい値を用いるべきであるが, 水を湿潤させて飽和にすると, エントラプ

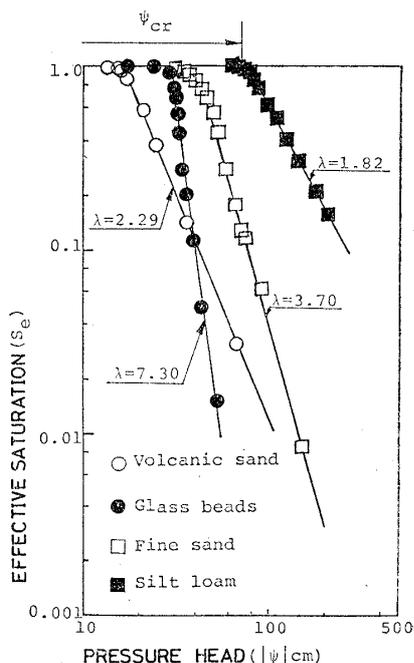


図-3 Effective saturation as a function of pressure head for porous materials¹¹⁾

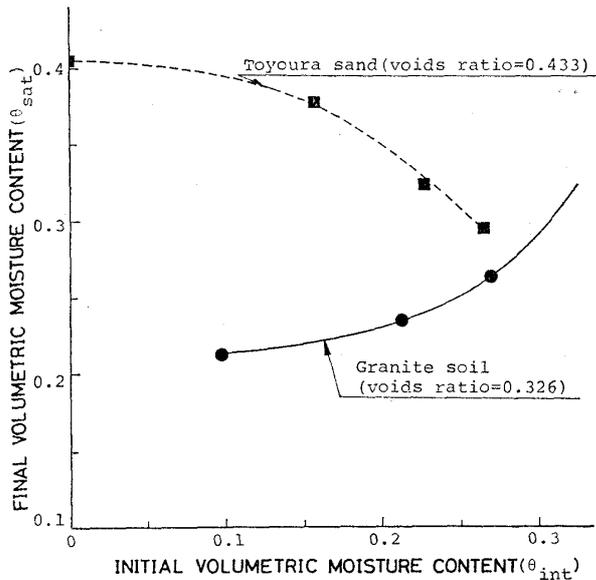


図-4 Experimental results of the final volumetric moisture content (θ_{sat}) obtained after the wetting for various initial volumetric moisture content (θ_{int})

ト・エアが空隙中に残るために θ_{sat} の値は空隙率の 80~90%になる^{13),22),23)}。しかし、この割合も図-4に(一例としてまさ土と標準砂について)示すように湿潤前の試料の初期含水率によって変化する²⁴⁾ために、正確に測定するには、不かく乱試料を採集して、湿潤させた後、その飽和度を加圧透水試験法等²⁴⁾で測定すればよい。

c) 最小含水量 (θ_r)

θ_r は残留含水率、あるいは界面水の量 (the bound water)²⁵⁾と種々の名があり、Breslerはこの値について簡単に気乾状態での体積含水率と規定している²⁶⁾。Brooksらは水分特性曲線より θ_r を仮定して $\log S_e - \log \psi$ を描きその直線性を調べて、再び θ_r を修正して θ_r の値を試行錯誤で求める方法を提案している²⁷⁾。Mualemは θ_r を微小ずつ変化させて、Brooksらと同様に水分特性曲線より $\log S_e$ と $\log \psi$ の直線性を計算機によって検定する方法を提示している²⁸⁾。この2つの方法は共に S_e と ψ の間に Brooks & Corey の次式が成立するという仮定に立脚している。

$$\frac{\theta - \theta_r}{\theta_{sat} - \theta_r} = S_e = \left(\frac{\psi_{cr}}{\psi} \right)^\lambda \quad (5)$$

ここで S_e と ψ の間に (5) 式の関係があると仮定すると、上記の2つの方法より簡単な手法で θ_r, λ の値が求められる新しい方法が提案できる。(5) 式中の未知量は、 $\theta_{sat}, \psi_{cr}, \theta_r, \lambda$ の値であるが θ_{sat}, ψ_{cr} の値の求め方については前述したゆえ、残る未知量は θ_r と λ になる。(5) 式の両辺を ψ について微分すると、次式となる。

$$\frac{1}{\theta_{sat} - \theta_r} \frac{d\theta}{d\psi} = \frac{1}{\theta_{sat} - \theta_r} C(\psi) = -\frac{\lambda}{\psi_{cr}} \left(\frac{\psi_{cr}}{\psi} \right)^{\lambda+1} \quad (6)$$

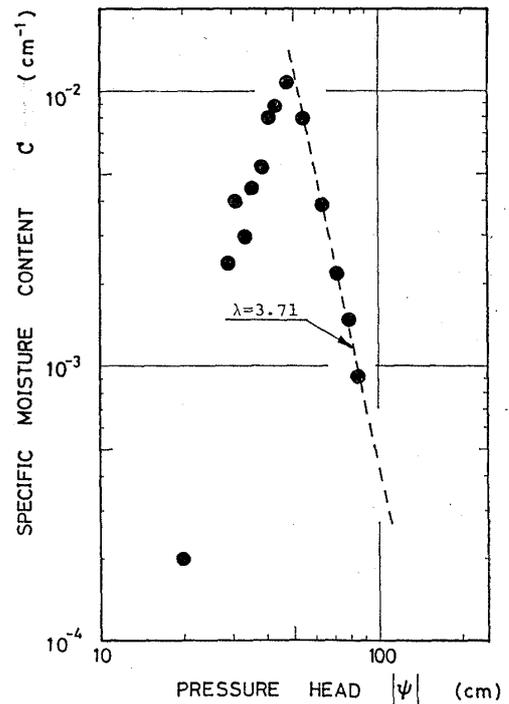


図-5 Specific moisture content for fine sand¹¹⁾ as a function of pressure head

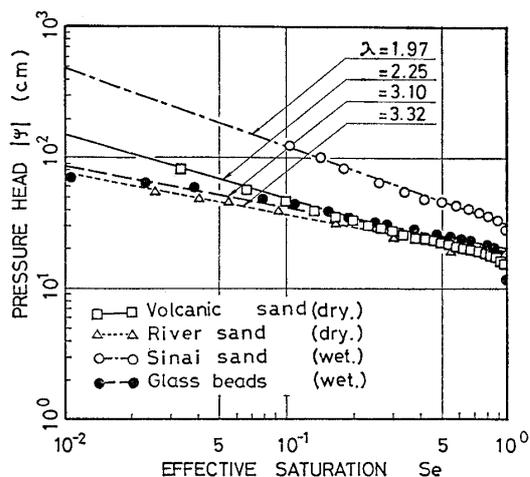
(6) 式の両辺の対数を取ると、

$$-\log(\theta_{sat} - \theta_r) + \log C = \log \left(\frac{-\lambda}{\psi_{cr}} \right) + (\lambda + 1) \log \left(\frac{\psi_{cr}}{\psi} \right) \quad (7)$$

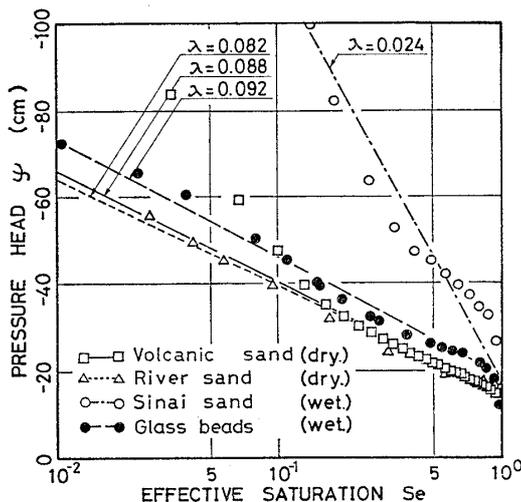
(7) 式より比水分容量 (C) と圧力水頭との関係を両対数紙上に整理すると図-5に示すように直線関係を得る。図-5は図-3中の Brooks らの Fine sand¹¹⁾ について整理した結果であるが、図-3の $|\psi|$ が大きい所での直線関係が図-5の右辺の直線関係に対応する。したがって、その勾配より λ の値が求められ、 $C-\psi$ の関係の任意の組を (6) 式か、(5) 式に代入すると θ_r の値が決定できる。この方法より Brooks らの実験結果を用いて図-5より λ, θ_r の値を求めたが、彼らが求めた値とほぼ同じ値が得られた。上記の手法より、(5) 式を仮定し、ある θ の変動領域に対する $|\psi|$ の値が求められると、 θ の全変動領域に対する $|\psi|$ の値が推定できることになる。

Rogowski は表-1に示すように θ_r の代わりに θ_{15}, ψ_{15} を導入した。 θ_{15}, ψ_{15} は 15 気圧のサクション (PF 4.2) での体積含水率と圧力水頭の値である。すなわち、遠心法で測定できる⁹⁾ ψ_{15} に対応する体積含水率の値であり、彼はこのように θ_{15} を求めて、主に粘性土についての実験結果と提案式を比較して良い一致を得ている。

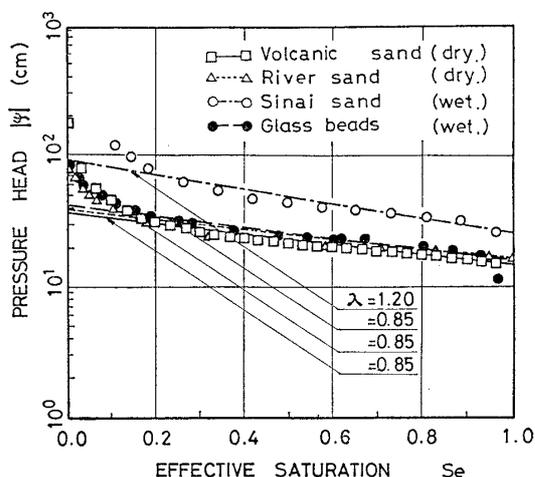
表-1より次に示す簡単な提案式の適用性を検討する目的で、各式を式の右に示す型に変形して、両対数紙あるいは片対数紙上に実験結果をそれぞれのパラメーターについて整理することにより、その直線性を吟味した。



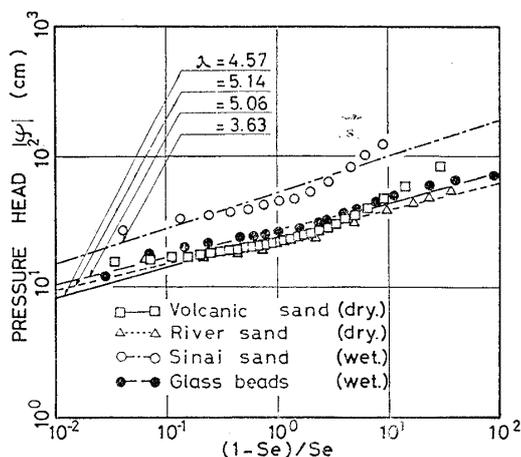
(a) Brooks and Corey formulas



(c) Kroszynski formulas



(b) Farrel and Larson formulas



(d) Haverkamp formulas

図-6 Comparison of empirical formulas for measuring the soil moisture characteristic curve

表-2 Soil parameters : $k_{sat}, \theta_{sat}, \theta_r$

Soil	Drying or Wetting	k_{sat} (cm/s)	θ_{sat}	θ_r	Reference
Volcanic sand	Drying	8.10×10^{-4}	0.350	0.050	Jensen, M.E. et al. ¹²⁾
River sand	Drying	1.81×10^{-2}	0.342	0.075	Vachaud, G. ⁷⁸⁾
Sinai sand	Wetting	3.33×10^{-3}	0.270	0.014	Diner, N. ⁷⁹⁾
Glass beads	Wetting	1.40×10^{-2}	0.282	0.033	Topp, G.C. et al. ²²⁾

$$S_e = \left(\frac{\psi_{cr}}{\psi} \right)^{211} \quad (\log |\psi| = a_1 \log S_e + b_1) \quad (8)$$

$$\frac{\psi}{\psi_{cr}} = \exp[\lambda(1-S_e)]^{17) \quad (\log |\psi| = a_2 S_e + b_2) \quad (9)$$

$$S_e = \exp[\lambda(\psi - \psi_{cr})]^{15) \quad (\psi = a_3 \log S_e + b_3) \quad (10)$$

$$S_e = \frac{a^{\lambda}}{a^{\lambda} + |\psi|^{\lambda}} \quad (\log |\psi| = a_4 \log \frac{1-S_e}{S_e} + b_4) \quad (11)$$

図-6 の (a), (b), (c), (d) に検討した結果の一例を示す。またここで用いた試料の浸透特性については表-2 に示す。この図より (8)~(11) 式はいずれもよ

く実験結果を満足するが、(8)式が特によく直線性を満たしていることがわかる。

Mualem は粘性土から砂質土までの 50 種類の試料について (8) 式の λ の値を求めている²⁹⁾。しかし、その値は 0.2~10 となり、一概に土の種類だけでは決定しがたい値である。

2.2 不飽和透水係数

不飽和土の透水係数を実験で求める方法には定常法や非定常法があり、表-3 にその代表的な手法を示す。

Klute⁴²⁾ および Ragab⁴³⁾ はそれらの方法を比較検討して、Watson の提案している瞬時水分計測法 (Instan-

表-3 Summary of experimental methods for hydraulic conductivity

Condition	Method	Reference
Steady state method	Short column method	Nielsen, D.R. et al. ³⁰⁾
	Long column method	Childs, E.C. ³¹⁾
Unsteady state method	Pressure plate out-flow method	Gardner, W.R. ³²⁾
	One-step method	Doering, E.J. ³³⁾
	Boltzmann transform method	Bruce, R.R. et al. ³⁴⁾
	Moment method	Zaslavsky, D. et al. ³⁵⁾
	Vertical infiltration method	Youngs, E.G. ³⁶⁾
	Crust-topped columns method	Hillel, D. et al. ³⁷⁾
	Sorptivity method	Dirksen, C. ³⁸⁾
	Instantaneous profile method	Watson, K.K. ³⁹⁾
	Unit gradient drainage method	Gradner, W.R. ⁴⁰⁾
	Hot air method	Arya, L.M. et al. ⁴¹⁾

表-4 Empirical formulas for the unsaturated hydraulic conductivity

	FUNCTION	REFERENCE
1	$k_r = S_e^n$	Irmay, S. ⁴⁵⁾
2	$k = a(\theta)^n$	Ahuja, L.H. ⁴⁶⁾
3	$k_r = \left(\frac{\psi}{\psi_{cr}}\right)^{-n}$	Brooks, R.H., Corey, A.N. ¹¹⁾
4	$k = a \psi ^{-n}$	Wind, G.P. ⁴⁷⁾
5	$k = \frac{a}{ \psi ^{n+b}}$	Gardner, W.R. ⁴⁸⁾
6	$k_r = \exp(b\psi)$	Gardner, W.R. ⁴⁹⁾
7	$k = a\exp(b\theta)$	Hillel, D. ⁵⁰⁾
8	$k_r = a \frac{\cosh(\psi/\psi_e)^{n-1}}{\cosh(\psi/\psi_e)^{n+1}}$	King, L.G. ¹⁴⁾
9	$k = a\theta + b$ $k = a\theta^2 + b\theta + c$ $k = a\theta^4 + b\theta^3 + c\theta^2 + d\theta + e$	Hornberger, G.M. ⁵¹⁾

taneous profile methods) が最も精度の良い試験法であると評価している。しかしながら、一般に不飽和透水係数の測定方法は pF 試験と比較すると極めて複雑であり、特に原位置試験では土中の水分量変化の測定に中性子水分計を用いるなどの大規模な実験となるために簡単に実施することが不可能なことが多い。そこで不飽和透水係数を土の骨格構造モデルあるいは水分特性曲線を用いて理論的に関係式を導く研究や実験データから経験式を求めるなどの多くの研究が報告されている。これらの研究の中で本研究では表-4 に示すような簡単な提案式について整理して述べる。表-4 中の k_r は比透水係数あるいは相対透水係数 (Relative hydraulic conductivity) ($k_r = k/k_{sat}$) である。

以下に表-4 の中で係数の少ない 7 つの提案式について吟味、検討をする。

a) Irmay 型の式

Irmay 型の式は本来 Kozeny 流の骨格構造モデルより理論的に導かれた式であり、次式に示す関係を用いる。

$$k_r = \frac{k}{k_{sat}} = \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_{sat} - \theta_r} \right)^n = S_e^n \quad (12)$$

表-5 Values n for Irmay type formula, $[k_r = S_e^n]$

SOIL CATEGORY	n	REFERENCE
Sand	3.5	Averjanov ²⁸⁾
glassbeads	3	Irmay ⁵²⁾
river sand	3	Kroszynski ¹⁵⁾
sand	4	Corey ⁵³⁾
Yolo light clay	9.4	Wang ⁵⁴⁾

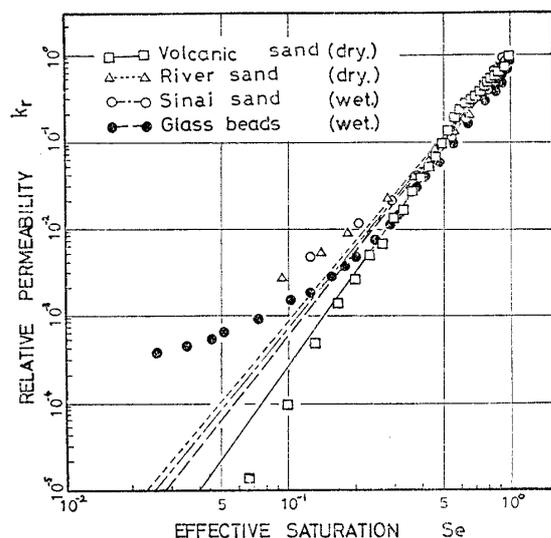


図-7 Comparison of Irmay type formula for measuring the hydraulic conductivity

(12)式は不飽和透水係数が体積含水率に対して変化する次の条件を満足する。

$$\left. \begin{matrix} \theta = \theta_r \\ (S_e = 0) \end{matrix} \right\} \text{において} \begin{cases} k(\theta_r) = 0 \\ k_r = 0 \end{cases} \quad (13)$$

$$\left. \begin{matrix} \theta = \theta_{sat} \\ (S_e = 1) \end{matrix} \right\} \text{において} \begin{cases} k(\theta_{sat}) = k_{sat} \\ k_r = 1 \end{cases} \quad (14)$$

(12)式での θ_r, θ_{sat} の値の求め方については水分特性曲線のところで既に述べた。 k_{sat} の値は室内透水試験より求められる。したがって、(12)式中の未知量は指数部の n の値だけになる。Averjanov⁵²⁾や Irmay⁴⁵⁾は理論的に n の値を 3.5 や 3 と導いている。表-5 に代表的な n の値とその対象土について示す。また、図-7 には表-2 の試料についての実験結果を整理した一例を示す。Mualem は従来の研究の約 50 種類の土についての実験値をもとに n の値を求めている²⁹⁾。図-8 にこの n の値に対応する透水係数 (k_{sat}) の値を整理した結果を示す。図-8 より n の値は粘性土ほど大きく $n=3\sim 10$ で、砂質土ではほぼ $n=2.5\sim 4$ の値になることがわかる。 n の値を飽和透水係数から概算するための式を図-8 の分布より求めると次式を得る。

$$n = 0.69 - 1.31 \log(k_{sat}) \quad (k_{sat} : \text{cm/s}) \quad (15)$$

b) Ahuja 型の式

Ahuja は表-6 に示すように比較的粘性土についての

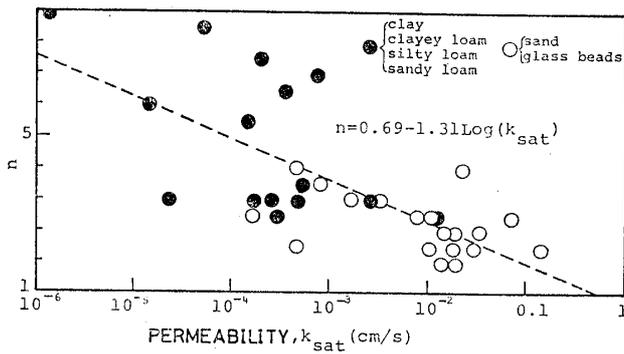


図-8 Relation between the value of n in Irmay type formula and the saturated permeability

表-6 Source, soil type, n, a, θ_{sat} , and k_{sat} for Ahuja type formula [$k=a(\theta)^n$]

SOIL CATEGORY	n	a (cm/s)	θ_{sat}	k_{sat} (cm/s)
Yolo light caly ⁴⁶⁾	8.657	4.248×10^{-3}	0.48	7.39×10^{-6}
silty clayey loam ⁵⁵⁾	7.672	3.552×10^{-2}	0.51	2.03×10^{-4}
sand ⁴³⁾	3.490	3.750×10^{-1}	0.41	1.67×10^{-2}

不飽和透水係数と体積含水率の値を両対数紙上に整理することより、次式の関係を導いた⁴⁶⁾。

$$k = a(\theta)^n \quad (16)$$

(16) 式に (14) 式の条件を考慮すると、次の式に帰着する。

$$k_r = \left(\frac{\theta}{\theta_{sat}} \right)^n \quad (17)$$

(17) 式は (12) 式において $\theta_r = 0$ と仮定したことによって得られる式である。したがって Ahuja 型の式は (12) 式の特殊な場合の式といえる。Ragab は砂質試料の実験結果を (16) 式の型で両対数紙上に整理して極めて良い直線性を得ている⁴³⁾。

c) Brooks と Corey 型の式

圧力水頭と体積含水率の間にヒステリシス現象があるように不飽和透水係数と負の圧力水頭の間にもヒステリシス現象がある。しかし、 $k-\psi$ の間に一価関数が存在すると仮定すると、Brooks & Corey の関係式はその代表的な経験式である。

$$k_r = \left(\frac{\psi}{\psi_{cr}} \right)^{-n} \quad (18)$$

この場合の圧力水頭の変化による透水係数の変動範囲は次式となる。

$$\psi = \psi_{cr} \text{ にて } \begin{cases} k = k_{sat} \\ (k_r = 1) \end{cases} \quad (19)$$

$$\psi \rightarrow -\infty \text{ にて } \begin{cases} k = 0 \\ (k_r = 0) \end{cases} \quad (20)$$

表-7 に従来の研究の一例を示すが n の値は砂質土ほど大きい値になる傾向がある。(18)式に水分特性曲線の提案式である (5) 式を代入すると、その結果は Irmay 型の (12) 式になる。

表-7 Source, soil type, n, ψ_{cr} , and k_{sat} for Brooks & Corey type formula, [$k_r = (\psi/\psi_{cr})^{-n}$]

SOIL CATEGORY	n	ψ_{cr} (cm)	k_{sat} (cm/s)
Volcanic sand ⁵⁶⁾	8.9	-16.8	1.08×10^{-2}
glass beads ⁵⁶⁾	23.9	-29.0	1.03×10^{-2}
fine sand ⁵⁶⁾	13.1	-41.0	2.80×10^{-3}
silty loam ⁵⁶⁾	7.5	-64.0	4.91×10^{-4}
sandstone ⁵⁶⁾	13.1	-42.0	4.72×10^{-4}
sandy loam ⁵⁷⁾	7.1	-58.7	4.05×10^{-4}
clay ⁵⁷⁾	2.6	-30.0	2.20×10^{-5}

表-8 Source, soil type, n and a for Wind type formula, [$k = a|\psi|^{-n}$]

SOIL CATEGORY	n	a (cm/s)
clay ⁴⁷⁾	1.57	2.89×10^{-4}
fine sandy loam ⁵⁸⁾	4.87	5.38×10^{-1}
sand ⁵⁹⁾	7.16	

d) Wind 型の式

不飽和透水係数と負の圧力水頭を直接両対数紙上に整理して、その直線関係から関数を求めると、次の Wind 型の式を得る。

$$k = a|\psi|^{-n} \quad (\psi : \text{cm}) \quad (21)$$

表-8 に 3 種類の試料に対する (21) 式の係数を示す。ここで (21) 式に (19) 式の条件を用いて a の値を消去すると、Wind 型の式は Brooks らの式になることより、(21) 式は (18) 式と同型の式とみなせる。

e) Gardner 型の式 (その 1)

Gardner は土中水が蒸発する過程での不飽和透水係数の一般的な関係式として次式を提案している。

$$k = \frac{a}{|\psi|^{n+b}} \quad (22)$$

ここで、圧力水頭に対する不飽和透水係数の変化領域は

$$\psi = 0 \text{ において } k = k_{sat} = \frac{a}{b} \quad (23)$$

$$\psi = -\infty \text{ において } k = 0 \quad (24)$$

である。したがって、(23) 式より (22) 式の係数 a を消去すると次式を得る。

$$k_r = \frac{b}{|\psi|^{n+b}} \quad (25)$$

(25)式の n と b の値を種々の土について求められている結果を表-9 に示す。この場合も飽和透水係数が大きいほど n の値は大きくなる傾向がある。

Gardner の提案式は 図-9 に示すように不飽和透水係数を両対数紙上に整理した結果、 $|\psi|$ の値が小さい範囲と大きい範囲では $\log|\psi| - \log|k_r|$ の直線関係の勾配に大きな差がある現象を満足するための式である。ここで、(23) 式のかわりに (19) 式の ψ_{cr} を導入し、 $\psi > \psi_{cr}$ において透水係数が変化すると考えると (22) 式の

表-9 Source, soil type, n, b and k_{sat} for Gardner type(1), [$k_r = b / (|\psi|^n + b)$]

SOIL CATEGORY	n	b	k_{sat} (cm/s)
common soil ⁴⁹⁾	2-3		
medium sand ⁶⁰⁾	5	1.00×10^7	5.79×10^{-3}
fine sand ⁶⁰⁾	3	1.00×10^5	5.79×10^{-4}
river bottom sand ⁶¹⁾	4	2.50×10^7	7.87×10^{-4}
sand ⁶²⁾	4.74	1.18×10^6	9.44×10^{-3}
Rehovot soil ⁶³⁾	5	6.30×10^7	1.33×10^{-2}
fine sandy loam ⁴⁸⁾	3	2.60×10^6	1.42×10^{-4}
china loam ⁶¹⁾	2	1.45×10^3	5.59×10^{-6}
Yolo light clay ⁴⁸⁾	2	4.00×10^2	1.22×10^{-5}
Yolo light clay ⁶²⁾	1.77	1.24×10^2	1.23×10^{-5}

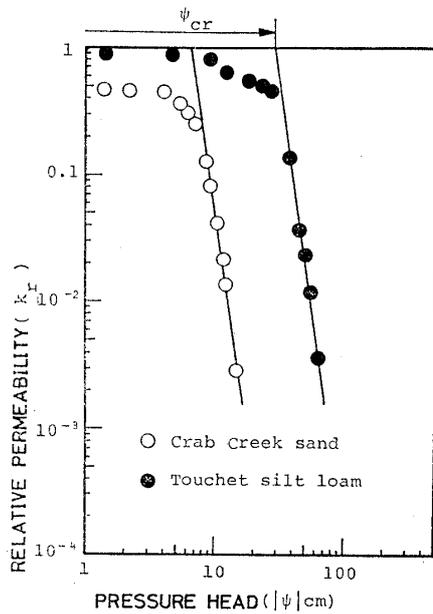


図-9 Experimental data of relative permeability versus pressure head for Crab Creek sand and Touchet silt loam¹⁴⁾

表-10 Source, soil type, b for Gardner type(2), [$k_r = \exp(b\psi)$]

SOIL CATEGORY	b (cm^{-1})
common soil ⁶⁴⁾	0.02-0.05
loess soils ^{65), 66)}	0.05

b の値が無視されることになり、結局 Gardner の式は Brooks らの式と同じ式になる。

f) Gardner 型の式 (その 2)

不飽和透水係数と負の圧力水頭を片対数紙上に整理して、その直線式を求めると、次式が得られる。

$$k_r = \exp(b\psi) \quad (26)$$

(26)式は式の型が指数型であるために微分する際に極めて取り扱いやすいことより、Philip は不飽和透水係数として (26) 式を用いて種々の境界条件での一次元浸透の理論解を求めている⁶⁴⁾。表-10 に (26) 式の適用例を

示すが、(26) 式は Gardner が指摘しているように ψ のすべての変化領域に対する k_r の値を満足しないことが多いことに注意する必要がある。

g) Hillel 型の式

Hillel は中性子水分計を用いた瞬時水分計測法による現場透水試験結果を片対数紙上に体積含水率について整理して次式を提唱した³⁷⁾。

$$k = a \exp(b\theta) \quad (27)$$

(27) 式に (14) 式の条件を考慮すると、次式を得る。

$$k_r = \exp[b'(S_e - 1)] \quad (28)$$

なお、(27)式は指数関数の性質上、不飽和透水係数の下限条件の (13) 式を満足しないことに注意する必要がある。図-10 に表-2 の試料に対しての不飽和透水係数を (28) 式について整理した結果を示すが、この場合にも、 S_e が小さい範囲では経験式は実験式とあまりよく一致しないことがわかる。表-11 に種々の試料に対する (27)

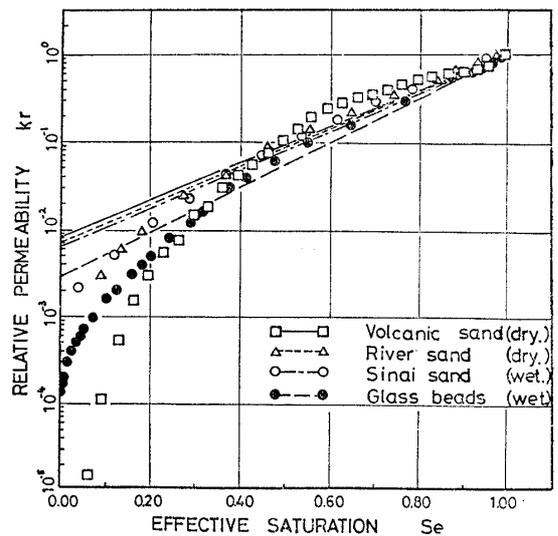


図-10 Comparison of Hillel type formulas for measuring the hydraulic conductivity

表-11 Source, soil type, a, b, θ_{sat} and k_{sat} for Hillel type, [$k = a \exp(b\theta)$]

SOIL CATEGORY	a (cm/s)	b	θ_{sat}	k_{sat} (cm/s)
sandy loam ⁵⁰⁾	8.54×10^{-11}	31.6	0.45	1.28×10^{-4}
slate dust ³⁶⁾	1.82×10^{-6}	15.8	0.43	1.77×10^{-3}
	1.98×10^{-7}	21.3	0.43	1.88×10^{-3}
loam ⁶⁷⁾	3.69×10^{-12}	51.3	0.36	3.90×10^{-4}
silty loam ⁶⁸⁾	9.22×10^{-15}	42.0	0.55	9.93×10^{-5}
clayey loam ⁶⁹⁾	8.61×10^{-17}	59.0	0.43	8.98×10^{-6}
	1.57×10^{-12}	45.7	0.37	3.46×10^{-5}
clayey loam ^{70), 71)}	3.43×10^{-11}	33.3	0.45	1.10×10^{-4}
silty loam ^{70), 71)}	1.15×10^{-13}	55.9	0.44	5.54×10^{-3}
sandy loam ⁷²⁾	1.11×10^{-15}	70.0	0.38	3.96×10^{-4}
	2.50×10^{-10}	55.5	0.34	3.31×10^{-2}
silty loam ⁷²⁾	8.33×10^{-16}	50.0	0.52	1.63×10^{-4}
	8.33×10^{-11}	45.0	0.32	1.49×10^{-4}

式の a, b の値を文献より整理した結果を示す。表-11より、一般に (27) 式は主にローム質土や粘性土に対して用いられていることがわかる。

3. 飽和・不飽和浸透流解析における不飽和透水係数の影響

3.1 有限要素法による浸透解析と実験との比較

数値解析法の発達によって、(1)式に示す非線型偏微分方程式を任意の初期条件や境界条件を設定することによる圧力水頭の時間的変動や、土中の体積含水率の増減についての解を得ることは極めて容易になっている。したがって、ここでは解析に用いる不飽和透水係数が変化することによる解析結果への影響を検討する。比較に用いた数値解析は有限要素法による飽和・不飽和浸透流解析であり、実験結果は Whisler が差分解析の精度を検討している鉛直一次元排水実験⁷³⁾と、Vachaud によって実施された湿潤実験⁷⁴⁾である。表-12, 図-11 に試料の種類および浸透特性を示す。

有限要素法による飽和・不飽和浸透流の鉛直一次元解析には、(1)式を一次元で表示した次式を基礎方程式とする。

表-12 Soil parameters ; $k_{sat}, \theta_{sat}, \theta_r$ and ψ_{cr}

REFERENCE	SOIL	k_{sat} (cm/s)	θ_{sat}	θ_r	ψ_{cr} (cm)
Day, P.R. and Luthin, J.N. ⁷⁵⁾	OSO Flaco sand	1.57×10^{-2}	0.416	0.048	-20.0
Liakopoulos, A.C. ⁷⁶⁾	Del Monte fine sand	5.00×10^{-4}	0.300	0.050	-20.0
Watson, K.K. ⁷⁷⁾	Botany sand	1.83×10^{-2}	0.350	0.045	-39.8
Prill, R.C. et al. ⁷³⁾	Fresno medium sand	7.00×10^{-3}	0.385	0.100 (0.05)	-10.0
Vachaud, G. ⁷⁴⁾	sand	2.22×10^{-3}	0.352	0.163	-10.0

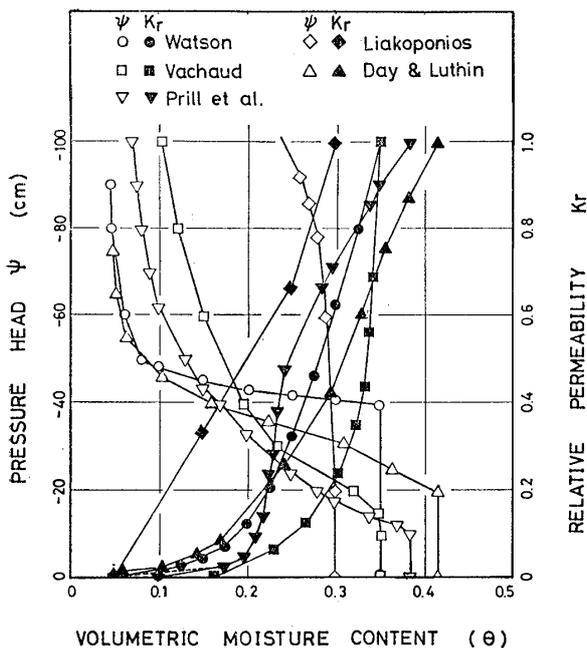


図-11 Hydraulic properties of unsaturated soils

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(k(\theta) \frac{\partial \psi}{\partial z} + k(\theta) \right) = C(\theta) \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (29)$$

(29)式を Galerkin 法により離散化するには文献 4) と同じ方法を採用した。

図-12 に長さ 57 cm の飽和土柱の下部より $t=0$ にて排水したことによる試料内の圧力水頭の鉛直方向の時間的变化についての Watson の実験結果と数値解析結果とを比較した図を示す。また、図-13 には初期に不飽和状態で平衡を保っていた長さ 90 cm の土柱の上部に -12 cm の負の圧力水頭を作用させて水を土中に浸潤させた Vachaud の実験結果と数値解析とを比較した図である。この2つの解析に用いた不飽和土の浸透特性は、図-11の測定値を多数の直線で近似したものである。図-12, 13

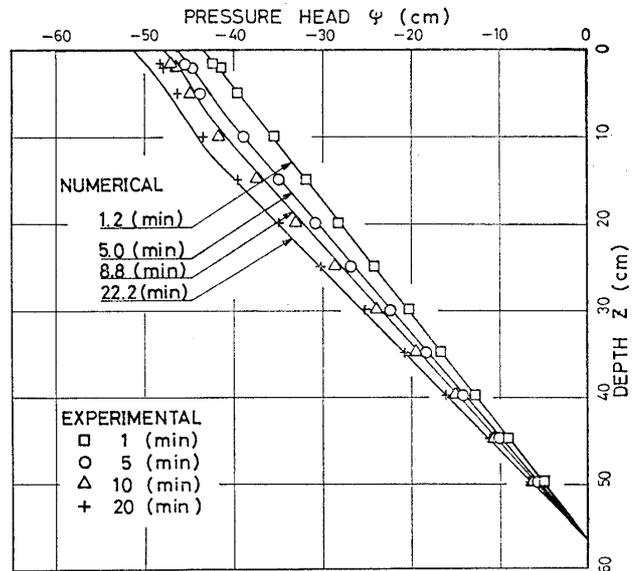


図-12 Experimental and numerical pressure head profiles for Botany sand of Watson

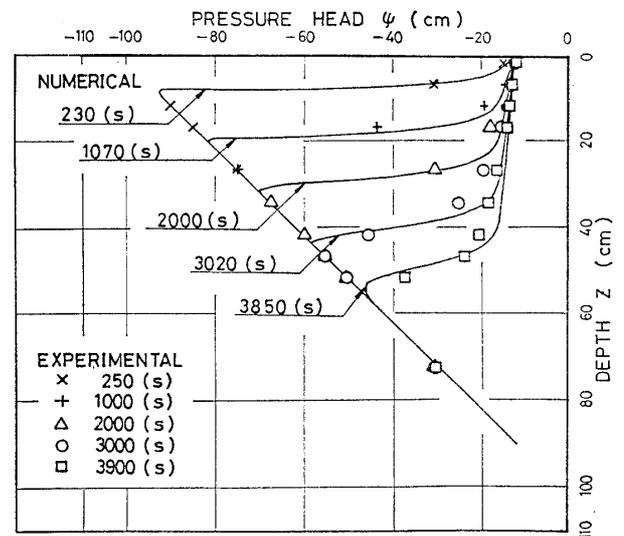


図-13 Experimental and numerical pressure head profiles for sand of Vachaud⁷⁴⁾

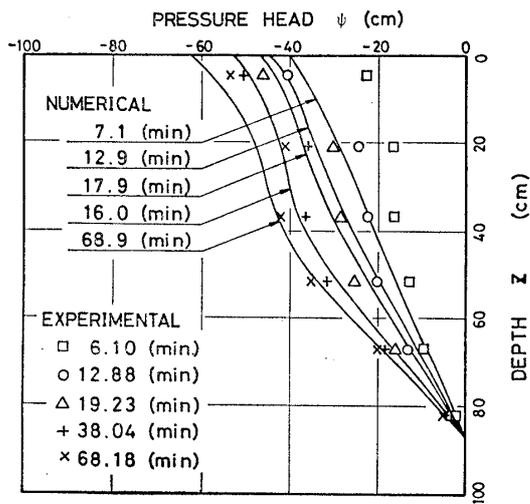


図-14 Experimental and numerical pressure head profiles for OSO Flaco sand of Day and Luthin⁷⁵⁾

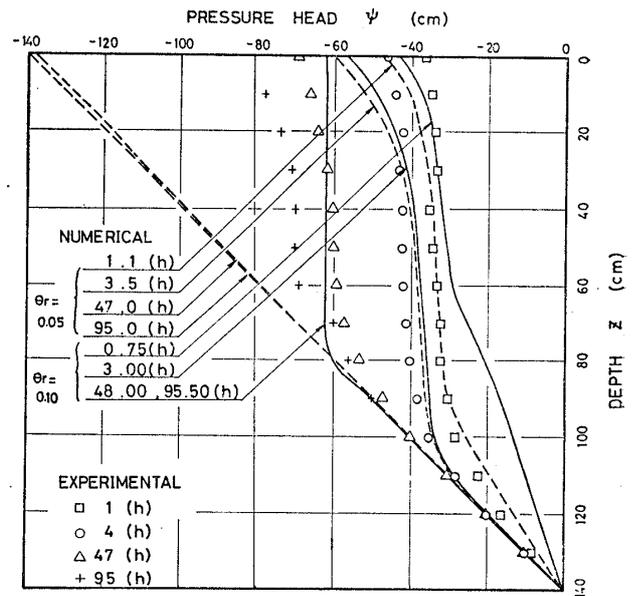


図-16 Experimental and numerical pressure head profiles for Fresno medium sand of Prill et al.⁷³⁾

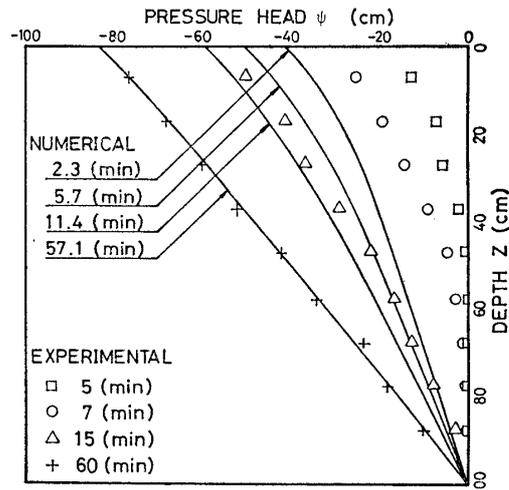


図-15 Experimental and numerical pressure head profiles for Del Monte fine sand of Liakopoulos⁷⁶⁾

より実験で測定された浸透特性を直接入力データとすると、本研究の数値解析は十分に土柱内の圧力水頭の変化をシミュレートできることがわかる。

図-14~16 に同様に表-12 の他の試料についての初期に飽和の鉛直土柱の底部から排水した実験と数値解析結果を比較した図を示す。図-14, 15 では排水直後の時間段階で解析と実験結果に大きな差が生じている。この原因には浸透特性も関係しているが、この2つの実験の圧力水頭の計測にテンションメーターを用いたための計測時間遅れが作用しているとも考えられる。ちなみに、図-12, 13 の実験では高感度の間隙水圧計により計測時間遅れを極めて少ないものになっている。

図-16 に θ_r の値を 0.05 と 0.1 とにした場合の2つの数値解析結果と Prill らの実験結果とを示した。実験結果では排水開始後 95 時間経るとほぼ平衡状態になっ

ているが、 $\theta_r=0.05$ にすると、図-11 より土柱上端の圧力水頭が -140 cm になるまで排水が進行する。すなわち、動水勾配がゼロになる条件でやっと平衡状態になる。一方、 $\theta_r=0.1$ の場合は図-11 より、 $\psi=-60$ cm になると $k_r=0$ となってもはや排水は進行しなくなる。図-16 の実験結果を考慮すると、 $\theta_r=0.05$ より $\theta_r=0.1$ のほうが解析結果は実験値とよく一致していることがわかる。この結果より長時間の排水による試料内の含水率等の分布に θ_r の値が大きく影響することを留意する必要があると考えられる。

3.2 経験式の係数の解析への影響

a) Irmay 型の式

不飽和透水係数に関する種々の提案式の中で特に体積含水率との関係式に着目して、ここに示す Irmay 型の式と次の Hillel 型の式について検討する。

(12) 式に示す Irmay 型の式の指数部の n の値の変化が数値解析結果にどの程度影響するかを調べる目的で、 n の値を 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0 の5段階に変化させて、各実験結果の中で圧力水頭の変化の比較的激しい点の解の時間的な変化と実験結果とを比較した図を図-17~21 に一例として示す。なお、これらの解析に用いた試料の他の浸透特性は表-12 の値と図-11 の水分特性曲線である。これらの結果より n の変化による解析結果の変動はそれぞれの水分特性曲線や浸透特性によって種々の影響を受けるが、一般に n の値が大きくなるほど排水も湿潤も遅くなることがわかる。各図より、比較的实验値とよく一致している n の値を求めた結果を表-13 に示す。また図-11 の実験結果を図-7 のように $\log k_r - \log S_e$ について整理した結果より求めた n の値も同様に

表-13 に示す。Watson や Day の実験では図-17, 18 より n の値が求められたが, Liakopoulos の実験では n の値が変化しても解析結果にはほとんど影響がない。この原因の説明として, 排水による土柱の最上部における圧力水頭の変化について考えると, 図-15 より圧力水頭は 0.0 から -82 cm まで変化しており, この範囲での体

表-13 Comparison of n for Irmay type formula

REFERENCE	EXPERIMENTAL RESULT (n)	NUMERICAL RESULT (n)
Day&Luthin	2.1	2.2
Liakopoulos	1.3	
Watson	3.1	3
Prill	2.2	2.7
Vachaud	3.8	

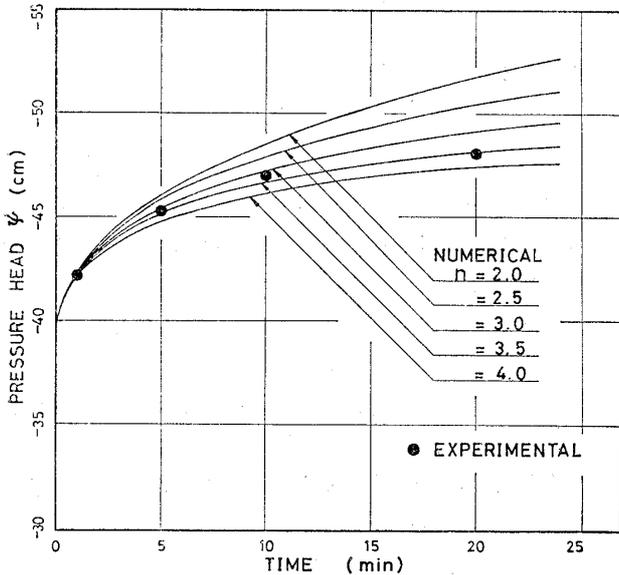


図-17 Change of pressure head at $z=1.5$ cm with time during drainage for Botany sand of Watson⁷⁷⁾ by using Irmay type formula

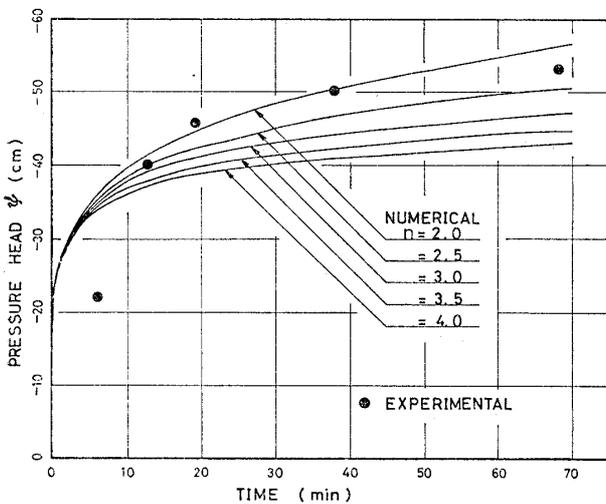


図-18 Change of pressure head at $z=4.5$ cm with time during drainage for OSO Flaco sand of Day and Luthin⁷⁵⁾

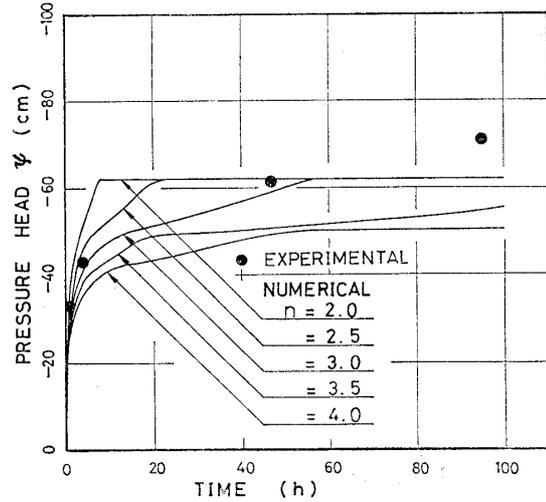


図-19 Change of pressure head at $z=30$ cm with time during drainage for Fresno medium sand of Prill et al.⁷³⁾ by using Irmay type formula

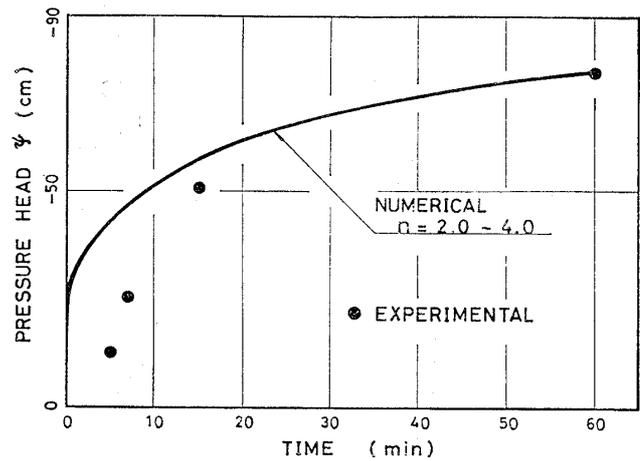


図-20 Change of pressure head at $z=7$ cm with time during drainage for Del Monte fine sand of Liakopoulos⁷³⁾ using Irmay type formula

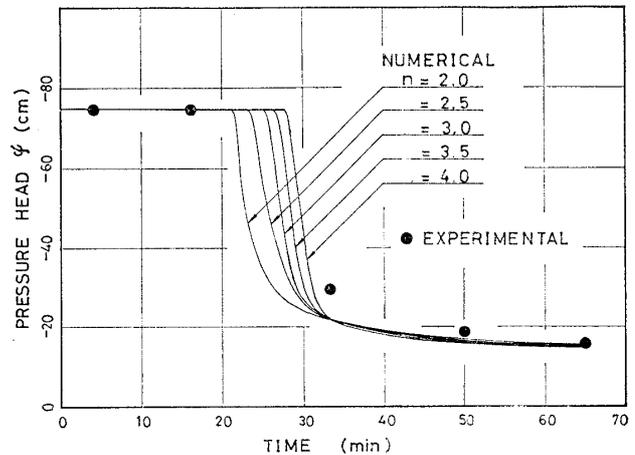


図-21 Change of pressure head at $z=26.5$ cm with time during infiltration for sand of Vachaud⁷⁴⁾ by using Irmay type formula

積含水率の変化は図-11を参照すると極めて少なく、それに対応する透水係数の変化もほぼ飽和状態の近傍でのみ変動している。したがってこのことより n の値の変化が解に与える影響が極めて少ないと考えられる。図-21の Vachaud の湿潤実験では n の変化による解への影響は浸潤前線が計測点を通過する時に起こっている。しかし、実験ではこの前線付近での変化が詳細に計測されていないため実験と一致する n の値を求め得なかった。

b) Hillel 型の式

図-22, 23 に Hillel 型の (28) 式中の b' の値を変化させたことによる数値解の変動の一例を示す。図-22 の Watson の実験結果は、 $b'=6.0\sim 6.5$ を用いて解析した結果と比較的よく一致する。しかし、図-23 の Day

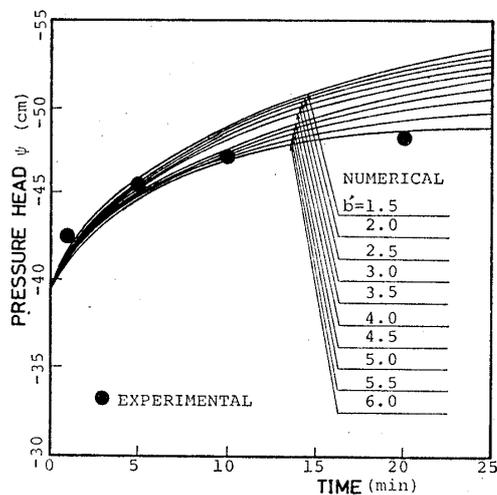


図-22 Change of pressure head at $z=1.5$ cm with time during drainage for Botany sand of Watson⁷⁷⁾ by using Hiller type formula

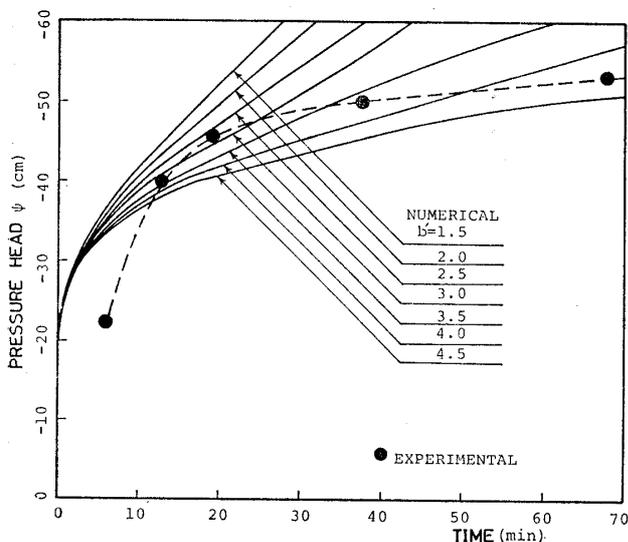


図-23 Change of pressure head at $z=4.5$ cm with time during drainage for OSO Flaco sand of Day and Luthin⁷⁵⁾ by using of Hiller type formula

の実験では、Hillel の関係式は $\theta=\theta_r$ で $k_r=0$ なる条件を満足しないために、平衡状態に達するためには動水勾配がゼロになるか、(29)式の比水分容量 (C) がゼロになるまで排水は進行するため、実験と解析にあまりよい一致が得られなかった。

4. 結 論

本研究は不飽和土の浸透特性である水分特性曲線と不飽和透水係数について従来より提唱されている経験式や実験結果を再整理することにより飽和・不飽和浸透解析の入力データで取扱いが困難とされていた不飽和土の浸透特性の推定方法を明らかにするために実施したものである。その結果、不飽和浸透が極めて複雑であるため、推定方法に対する確固たる結論は得られなかったが、不飽和土の浸透特性を推定する際の一つの端緒が得られたと考えられる。この研究の特色および得られた結果を要約すれば以下のようなになる。

(1) 水分特性曲線を表すために従来より提唱されている式を整理して、それらの式中の θ_{sat} , θ_r , ψ_{cr} の値の定義や求め方について論じた。特に θ_r の決定方法については Brooks らの提案式を基にして、Brooks や Mualem らの方法よりも簡単に θ_r が推定できる新しい手法を提示した。

(2) 不飽和透水係数に対しても従来より提案されている関係式を7つのグループに分類して、それぞれの類似性、適用性や対象試料について吟味した。その結果、従来より述べられていることではあるが、砂質試料については Irmay 型の式が最もよく実験値と一致することを再確認した。また、この Irmay 型の式の係数 n の値を飽和透水係数から推定する簡易式を示した。

(3) 不飽和透水係数の経験式を用いて有限要素法による飽和・不飽和浸透流解析を実施した。その結果、少し大胆な結論であるが、砂質土については Irmay 型の式の係数 n を 2.0~4.0 まで変動させると十分実験結果をシミュレートできることを明らかにした。一方、Hillel 型の式では不飽和土の水分特性と関係するが、排水実験では、実験値より大きい透水係数を推定する傾向があることを述べた。また、長時間の排水での圧力水頭等の分布形態に θ_r が重要なパラメータとなることを指摘した。

謝辞 本研究を遂行するにあたり終始適切な助言をいただいた岡山大学河野伊一郎教授およびイスラエル工科大学 D. Zaslavsky 教授に深く感謝するとともに、実験結果の整理に本学大学院工学研究科(修士課程)学生浅間康史君の助力を得たことを付記して謝意を表す。

記 号 説 明

a, b, c = 経験式の係数

b' = Hillel型の式の係数

n = 不飽和透水係数の経験式の係数

S_e = 有効飽和度

λ = 水分特性曲線の経験式の係数

δ_{ij} = クロネッカーデルタ

参 考 文 献

- 1) Neuman, S.P. "Saturated-unsaturated seepage by finite elements," Proc. ASCE, Vol.99, HY 12, pp. 2233-2250.
- 2) 赤井浩一・大西有三・西垣 誠(1977) : 有限要素法による飽和-不飽和浸透流の解析, 「土木学会論文報告集」, 第264号, pp.87~96.
- 3) 駒田広也・大町達夫 (1978) : フィルダムの三次元浸透解析, 「大ダム」, 第 86 号, pp.1~5.
- 4) 大西有三・西垣 誠(1981) : 土中水の不飽和流動, 3. 不飽和流の解析, 「土と基礎」, Vol.29(7), pp.65~72.
- 5) Klute, A. (1972) : "The determination of the hydraulic conductivity and diffusivity of unsaturated soils," Soil Science, Vol.113, No.4, pp.264-276.
- 6) 河野伊一郎・西垣 誠(1981) : 不飽和砂質土の浸透特性に関する実験的研究, 「土木学会論文集」, 第307号, pp.59~69.
- 7) 土質工学会編(1979) : 「土質試験法」(第2回改訂版), pp.142~156.
- 8) 土壌物理研究会編(1979) : 「土の物理学」, 森北出版, pp.239~249.
- 9) 土壌物理性測定法委員会編(1976) : 「土壌物理性測定法」, 養賢堂, pp.191~197.
- 10) Mualem, A. (1974) : "A conceptual model of hysteresis," Water Reso. Res., 10(3), pp.514-520.
- 11) Brooks, R.H. and Corey, A.T. (1966) : "Properties of porous media affecting fluid flow," ASCE, IR (92), pp.61-88.
- 12) Jensen, M.E. and Hanks, R.J. (1967) : "Nonsteady-state drainage from porous media," ASCE, IR(3), pp.209-231.
- 13) Rogowski, A.S. (1971) : "Watershed physics; model of the soil moisture characteristic," Water Perso. Res., Vol.7, pp.1575-1582.
- 14) King, L.G. (1965) : "Description of soil characteristics for partially saturated flow," Soil Sci. Soc. Amer. Proc., pp.359-362.
- 15) Kroszynski, U. (1975) : "Flow in a vertical porous column drained at its bottom at constant flux," J. Hydro., Vol.24, pp.135-153.
- 16) Rubin, J., Steinhardt, R. and Reiniger, P. (1964) : "Soil water relations during rain infiltration," Soil Sci. Soc. Amer. Proc., Vol.28, pp.1-5.
- 17) Farrel, D.A. and Larson, W.E. (1972) : "Modeling the pore structure of porous media," Water Reso. Res., Vol.8, pp.699-706.
- 18) Haverkamp, R., Vauclin, M., Touma, J., Wierenga, P.J. and Vachaud, G. (1977) : "A comparison of numerical simulation models for one dimensional infiltration," Soil Sci. Soc. Amer. J., Vol.41, pp.285-294.
- 19) van Genuchten, R. (1978) : "Calculating the unsaturated hydraulic conductivity with a new closed-form analytical model," Research Report No.78-WR-08, Princeton Univ.
- 20) Bouwer, H. (1966) : "Rapid field measurement of air entry value and hydraulic conductivity of soil as significant parameters in flow system analysis," Water Reso. Res., 2(4), pp.729-738.
- 21) Bouwer, H. (1969) : "Infiltration of water into non-uniform soil," ASCE, IR (95), pp.451-462.
- 22) Topp, G.C. and Miller, E.E. (1966) : "Hysteretic moisture characteristics and hydraulic conductivities for glass-bead media," Soil Sci. Soc. Am. Proc., Vol.30, pp.156-162.
- 23) 久保田敬一・河野伊一郎・宇野尚雄 (1976) : 「透水一設計へのアプローチ」, 鹿島出版会, pp.16~17.
- 24) 河野伊一郎・西垣 誠・伊藤興一 (1982) : 「変水位透水試験法に関する2,3の考察」, 第17回土質工学会研究発表会, pp.2381~2384.
- 25) Polubarinova-Kochina, P.Y. (1962) : Theory of ground water movement, English translation by De Wiest, J.M.R., Princeton University Press, pp.20-21.
- 26) Bresler, E., Russo, D. and Miller, R.D. (1978) : "Rapid estimate of unsaturated hydraulic conductivity function," Soil Sci. Soc. Am. J., Vol.42, pp.170-172.
- 27) Brooks, R.H. and Corey, A.T. (1964) : "Hydraulic properties of porous media," Hydrology paper No.3, Colorado state University, p.24.
- 28) Mualem, Y. (1976) : "A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media," Water Reso. Res. Vol.112(3), pp.513-522.
- 29) Mualem, Y. (1978) : "Hydraulic conductivity of unsaturated porous media: generalize macroscopic approach," Water Reso. Res., Vol.114(2), pp.325-334.
- 30) Nielsen, D.R. and Phillips, R.E. (1958) : "Small fritted glass bead plates for determination of moisture retention," Soil Sci. Soc. Amer. Proc., 22, pp.574-575.
- 31) Childs, F.C. (1969) : The physical basis of soil water phenomena, John Wiley & Sons, New York.
- 32) Gardner, W.R. (1956) : "Calculation of capillary conductivity from pressure plate outflow data," Soil Sci. Soc. Amer. Proc., 20, pp.317-320.
- 33) Doering, E.J. (1965) : "Soil water diffusivity by the one-step method," Soil Sci., Vol.99, pp.322-326.
- 34) Bruce, R.R. and Klute, A. (1956) : "The measurement of soil moisture diffusivity," Soil Sci. Soc. Amer. Proc., Vol.20, pp.458-462.
- 35) Zaslavsky, D. and Ravina, I. (1965) : "Measurement and evaluation of hydraulic conductivity through the moisture moment method," Soil Sci., Vol.100, pp.104-108.
- 36) Youngs, E.G. (1965) : "An infiltration method of measuring the hydraulic conductivity of unsaturated porous materials," Soil Sci., Vol.97, pp.307-311.
- 37) Hillel, D. and Gardner, W.R. (1970) : "Measurement of unsaturated conductivity and diffusivity by infiltration through an impeding layer," Soil Sci., Vol.109, pp.149-153.
- 38) Dirksen, C. (1975) : "Determination of soil water diffusivity by sorptivity measurements," Soil Sci. Soc. Am. Proc., Vol.39, pp.22-27.
- 39) Watson, K.K. (1966) : "An instantaneous profile method for determining the hydraulic conductivity of unsaturated porous materials," Water Reso. Res., Vol.2, pp.709-715.
- 40) Gardner, W.R. (1970) : "Field measurement of soil water diffusivity," Soil Sci. Soc. Amer. Proc., Vol.34, pp.832-833.
- 41) Arya, L.M., Farrel, D.A. and Blake, G.R. (1975) :

- "A field study of soil water depletion patterns in presence of growing soybean roots ; 1. Determination of hydraulic properties of the soil," *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, Vol.39, pp.424-430.
- 42) 文献 5).
- 43) Ragab, R., Feyen, J. and Hillel, D. (1981) : "Comparative study of numerical and laboratory methods for determining the hydraulic conductivity function for a sand," *Soil Sci.*, Vol.131, pp.375-388.
- 44) Brutsaert, W. (1967) : "Some method of calculating unsaturated permeability," *Trans. ASAE*, Vol.10, pp.400-404.
- 45) Irmay, S. (1954) : "On the hydraulic conductivity of unsaturated soil," *Trans. Amer. Geophys. Union*, Vol.35(3), pp.463-467.
- 46) Ahuja, L.H. and Swartzendruber, D. (1973) : "Horizontal soil-water intake through a thin zone of reduced permeability," *J. Hydrol.*, Vol.19, pp.71-89.
- 47) Wind, G.P. (1955) : "Field experiment concerning capillary rise of moisture in heavy clay soil," *Neth. J. Agric. Sci.*, Vol.3, pp.60-69.
- 48) Gardner, W.R. and Firman, M. (1958) : "Laboratory studies of evaporation from soil columns in the presence of a water table," *Soil Sci Soc*, Vol.85, pp.244-249.
- 49) Gardner, W.R. (1958) : "Some steady state solution of the unsaturated flow equation with application to evaporation a water table," *Soil Sci.*, Vol.85, pp.228-232.
- 50) Hillel, D., Krentos, V.D. and Stylianou, Y. (1972) : "Procedure and test of an internal drainage method for measuring hydraulic characteristics in situ," *Soil Sci.*, Vol.114(5), pp.395-400.
- 51) Hornberger, G.M. and Remson, I. (1970) : "A moving boundary model of a one-dimensional saturated-unsaturated transient porous flow system," *Water Reso. Res.*, Vol.6(3), pp.898-905.
- 52) Irmay, S. (1966) : "Solutions of the non-linear diffusion equation with a gravity term in hydrology," *Proceeding of the Wageningen Symposium on water in the unsaturated zone*, pp.478-499.
- 53) Corey, A.T. (1957) : "Measurement of water and air permeability in unsaturated soil," *Soil Sci. Soc. Proc.*, pp.7-10.
- 54) Wang, F.C., Hassan, H.A. and Franzini, J.B. (1964) : "A method of analyzing unsteady flow in soil," *J. Geoph. Res.*, Vol.69(12), pp.2569-2577.
- 55) Ahuja, L.H. (1974) : "Unsaturated conductivity from cumulative inflow data," *Soil Sci. Soc. Amer. Proc.*, Vol.38, pp.695-699.
- 56) 文献 27) の p.12.
- 57) Whisler, F.D., Klute, A. and Millington, R.J. (1970) : "Analysis of radial, steady-state solution, and solute flow," *Soil Sci. Soc. Amer. Proc.*, Vol.34, pp.382-387.
- 58) Richards, L.A., Gardner, W.R. and Ogata, G. (1958) : "Physical processes determining water loss from soil," *Soil Sci. Soc. Proc.*, pp.310-314.
- 59) Scott, V.H. and Corey, A.T. (1961) : "Pressure distribution during steady flow in unsaturated sands," *Soil Sci. Soc. Proc.*, pp.270-274.
- 60) Bouwer, H. (1964) : "Unsaturated flow in groundwater hydraulics," *ASCE, HY 5*, pp.121-144.
- 61) Willis, W.O. (1960) : "Evaporation from layered soils in the presence of water table," *Soil Sci. Soc. Amer. Proc.*, Vol.24, pp.239-242.
- 62) Haverkamp, R., et al. (1977) : "A comparison of numerical simulation models for one-dimensional infiltration," *Soil Sci. Soc. Amer. J.*, Vol.41, pp.285-294.
- 63) Rubin, J., Steinhardt, R. and Reiniger, P. (1964) : "Soil water relations during rain infiltration : II. Moisture content profiles during rains of low intensities," *Soil Sci. Soc. Amer. Proc.*, Vol.28, pp.1-5.
- 64) Philip, J.R. (1969) : "Theory of infiltration," *Advanced in Hydroscience*, Vol.5, edited by ven Te Chow, pp.255-256.
- 65) Dirksen, C. (1974) : "Measurement of hydraulic conductivity by means of steady, spherically symmetric flows," *Soil Sci. Soc. Amer. Proc.* Vol.38, pp.3-8.
- 66) Nielsen, D.R., Kirkham, D. and Perrier, E.R. (1960) : "Soil capillary conductivity : comparison of measured and calculated values," *Soil Sci. Soc. Amer. Proc.*, Vol.24, pp.157-160.
- 67) Gurr, C.G. (1962) : "An infiltration method of measuring the hydraulic conductivity of unsaturated porous materials," *Soil Sci*, Vol.97, pp.307-311.
- 68) Green, R.E., Hanks, R.J. and Larson, W.E. (1964) : "Estimates of field infiltration by numerical solution of the moisture flow equation," *Soil Sci. Soc. Proc.* pp.15-19.
- 69) Wang, F.C. and Lakshminarayana, V. (1968) : "Mathematical simulation of water movement through unsaturated nonhomogeneous soils," *Soil Sci. Soc. Amer. Proc.*, Vol.32, pp.329-334.
- 70) Topp, G.C. (1971) : "Soil water hysteresis in silt loam and clay loam soils," *Water Reso. Res.*, Vol.7(4), pp.914-920.
- 71) Reeves, M. and Miller, E.E. (1975) : "Estimating infiltration for erratic rainfall," *Water Reso. Res.*, Vol.11(1), pp.102-110.
- 72) Iskandar, I.K. and Selim, H.M. (1981) : "Modeling nitrogen transport and transformations in soils : 2. Validation," *Soil Sci.* Vol.131(5), pp.303-312.
- 73) Whisler, F.D. and Watson, K.K. (1968) : "One-dimensional gravity drainage of uniform columns of porous materials," *J. Hydro.*, Vol.6, pp.277-296.
- 74) Vachaud, G. and Thony, J.L. (1971) : "Hysteresis during infiltration and redistribution in a soil column at different initial water contents," *Water Reso. Res.*, Vol.7, pp.111-127.
- 75) Day, P.R. and Luthin, J.N. (1956) : "A numerical solution of the differential equation of flow for a vertical drainage problem," *Soil Sci. Soc. Amer. Proc.*, Vol.20, pp.443-447.
- 76) Liakopoulos, A.C. (1964) : "Theoretical solution of the gravity drainage problem," *J. Hydraulic Res.*, Vol.2, pp.50-74.
- 77) Watson, K.K. (1964) : "Numerical and experimental study of column drainage," *ASCE, HY(2)*, pp.1-15.
- 78) Vachaud, G. (1966) : "Vérification de la loi de Darcy généralisée et détermination de la conductivité capillaire partir d une infiltration horizontal," *Ass. Int. Hydrol. Sci. Wageningen*, 82, pp.277-292.
- 79) Mualem, Y. (1976) : "A catalogue of the hydraulic properties of unsaturated soils," *Proj. 442*, 100 pp., Technion-Israel Inst. of Technol., Haifa, Israel.