

トンネル内空変位計測に基づく地盤変形・強度定数の推定

(Estimation of Deformation Moduli and Strength of Natural Ground)
Based upon Convergence Survey on Tunneling荒井 克彦* (Katsuhiko Arai)
片瀬 貴文** (Takafumi Katase)キーワード：岩盤／地盤／電算機の応用／トンネル
／変形／有限要素法 (IGC: H 5/G 4)

1. ま え が き

トンネル工事の施工前に、弾性波速度などの原位置試験や室内強度試験に基づいて、不均質なトンネル周辺地盤全体の平均的変形係数や強度定数を推定する方法には限界がある。現時点では、弾性波速度やボーリング調査結果を用いて地盤（岩盤を含む）を適当に分類し、従来の施工実績などに基づいて設計や施工を行っている場合が多いようである。この方法は工事施工経験の蓄積に基づくものであるため、各工事ごとの、掘削による変形量や破壊に対する安全性を定量的に推定しにくいという難点がある。トンネル工事に限らず、工事施工着手前に地盤物性定数を精度よく推定することが一般に困難なため、工事施工を進めながら地盤の変位や応力を計測し、その結果に基づいて施工を進める観測施工（情報化施工）が広く普及している。トンネル工事においても NATM の普及に伴い、施工時に種々の計測が行われているが、施工時における計測結果の利用について明確な方針が確立されていないようにみられる。著者らは先に、地盤を線形弾性体とみる場合に、地盤変位の計測結果から、FEM と数値計画法を用いて地盤の弾性係数やポアソン比を簡単に逆算できることを示した¹⁾。ここでは、トンネル掘削時における内空変位の計測結果を用いて、周辺地盤全体の平均的変形係数と強度定数を逆に推定する方法を検討する。このような方法が与えられれば、施工時に比較的容易に測定しうる内空変位の計測を通じて、変形量や破壊安全率に対する定量的な評価が施工時に可能になるとと思われる。

FEM を用いて地盤物性定数を逆算する研究は次の 2 つに大別される。第 1 の方法は、計測変位を与えて FEM

における剛性方程式を逆に解くものである²⁾。第 2 の方法は、剛性方程式を解いてえられる計算変位と計測変位の誤差の 2 乗和を最小にするように物性定数を決定するものである^{3), 4)}。第 2 の方法は第 1 の方法と比較して計算量が多いが、一般的な非線形応力-ひずみ関係式を扱うことが可能であり、少数の計測変位から地盤物性定数を逆算できるという利点をもつ。本論文の方法は第 2 の方法に属するものであり、トンネルを軸対称状態とみる場合には、内空変位のみから地盤変形・強度定数の逆算が可能である。また、効率のよい数値解析手法を用いているので、妥当な範囲の計算量で実際工事への適用が可能である。

2. 定式化の準備

2.1 双曲線型応力-ひずみ関係式による強度推定

非線形の応力-ひずみ関係式を用いると、以下に述べるように、変位の計測結果から強度を推定しうる可能性がある。山岳トンネルでは多くの場合、周辺地盤が岩盤であるが、本論文では岩盤を含めて地盤と総称する。岩石が脆性材料であることから、岩盤の場合 bi-linear 型の応力-ひずみ関係を用いたほうがよいという指摘もあるが⁵⁾、本論文の方法では、後述するように物性定数で計算変位を微分する操作が入るため、連続（微分可能）な応力-ひずみ関係しか扱うことができない。そこで、双曲線型の応力-ひずみ関係式を採用し、双曲線の漸近線で強度を表すことにする。双曲線型応力-ひずみ関係式として地盤工学で最も広く用いられている Duncan & Chang のモデル⁶⁾は図-1 に示すように、三軸圧縮試

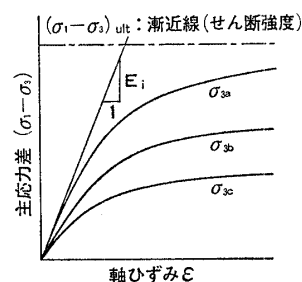


図-1 Duncan & Chang のモデル

* 福井大学工学部建設工学科 助教授（福井市文京 3-9-1）

** 中央復建コンサルタンツ（株） 常務取締役（大阪市淀川区東三国 3-5-26）

（1983. 6. 3 原稿受付・討議期限 1985. 1. 1, 要請があれば 1 か月の期限延長可能）

験における主応力差と軸ひずみ関係を双曲線で表す。双曲線の漸近線で近似されるせん断強度が図-1に示すように最小主応力 σ_3 により変化し、Mohr-Coulomb 則に従うとしている。この結果、FEM で増分法を適用するための接線弾性係数 E_t が次式で与えられる。

$$E_t = [1 - \{(1 - \sin \phi)(\sigma_1 - \sigma_3) / (2c \cos \phi + 2\sigma_3 \sin \phi)\}]^2 \cdot E_i \quad (1)$$

ここで、 c, ϕ : Mohr-Coulomb 強度定数、 E_i : 図-1に示す初期接線弾性係数とする。本来の Duncan & Chang のモデルでは E_i が拘束圧により変化し、また図-1 漸近線の縦距に、ある係数を乗じた値をせん断強度としている。ここでは簡単のため、 E_i を材料固有の定数とし、双曲線の漸近線をせん断強度としている。

2.2 応力-ひずみ関係式に関する制約

式(1)からわかるように、Duncan & Chang のモデルは基本的には主応力差をパラメータとし、主応力差の増加に伴い、接線弾性係数が減少することを表す。一方、等方弾性体を対象とすると、FEMにおける応力-ひずみ関係を表すDマトリックスが、弾性係数 E が共通に乘じられる形になる。要素剛性マトリックスも E が共通に乘じられる形になるから、均質地盤の場合、全体剛性マトリックスもまた E が共通の係数として乘じられる形になり、計算される変位、ひずみはすべて $1/E$ が乘じられる形で与えられる。このため、FEM で計算される応力は弾性係数 E が相殺される結果、弾性係数には無関係になる²⁾。したがって、応力の計測結果から弾性係数を逆算することも困難になる³⁾。非線形弾性モデルを利用する場合、式(1)の E_t が各要素ごとに異なるから、荷重増分ステップで計算される応力増分が E_t に完全に独立になるわけではないが、基本的には線形弾性モデルで述べた操作に近い操作が行われるため、各荷重増分ステップでの応力増分は E_t に支配的には影響されなくなる。このため、Duncan & Chang のモデルにおけるように、主応力差(応力)をパラメータとして接線弾性係数を変化させる方法では、少なくとも本論文の方法のように、応力-ひずみ関係を表す物性定数での微分操作が必要な場合には変形係数の逆算が困難になる。実際に、式(1)に基づく物性定数逆算の数値解析は不成功であった。破壊条件式も一般に応力の組合わせで(応力をパラメータとして)表現されるから、同じ理由で一般的な破壊条件式の定数を求めることも困難になる。

2.3 本論文で用いる応力-ひずみ関係式

2.2 で述べた問題の解決策として、図-1の接線弾性係数が横軸のひずみをパラメータとして変化すると考え⁷⁾、Duncan & Chang が式(1)を導く過程で用いた次式を利用する⁸⁾。

$$E_t = 1/E_i / [1/E_i + \varepsilon / (\sigma_1 - \sigma_3)_f]^2 \quad (1')$$

この場合、ひずみの定義が重要になるが、ここでは、粘性土の構成式でよく用いられる次式のせん断ひずみ(正八面体せん断ひずみに対応) ε を用いる。

$$\varepsilon = (2/3 r_{ij} r_{ij})^{1/2} \quad (2)$$

ここで r_{ij} : 偏差ひずみテンソルであり、 ε は三軸状態で軸ひずみと一致する。図-1の横軸すなわち式(1)'の ε を式(2)の ε とみた場合、双曲線の接線勾配は弾性係数でなく、剛性係数 G_t とみるほうが自然である。この場合、後出の式(4)からわかるように接線勾配が弾性係数 E とポアソン比 ν の関数となる。Duncan & Chang のモデルでは、三軸圧縮試験結果から弾性係数とポアソン比を別々に分離して推定するために、図-1の接線勾配を弾性係数とみなしているとも解釈される。

2.2 で述べたように、応力をパラメータとする一般の破壊条件式を利用することも困難なため、ここでは簡単に、せん断強度 S_f を材料固有の定数(Tresca 則)と考える。以上の結果、本論文では図-2 および次式の双曲線モデルを採用する。

$$G_t = 1/G_i / (1/G_i + \varepsilon/S_f)^2 \quad (3)$$

G_t : 接線剛性係数、 G_i : 図-2の初期接線剛性係数である。各ひずみレベルにおける接線弾性係数 E_t は次式で計算される。

$$E_t = 2(1 + \nu)G_t \quad (4)$$

ポアソン比 ν は応力状態などによる変化の幅が弾性係数ほど大きくなく⁵⁾、また後述するように、計算内空変位に与える影響も極端に大きくはないので、本論文では材料固有の定数と考える。以上の結果、応力-ひずみ関係を表現するために必要な物性定数は図-2に示す初期接線剛性係数 G_i 、せん断強度 S_f 、ポアソン比 ν の3種類になる。本論文で利用する応力-ひずみ関係式は、図-1の接線勾配を剛性係数と解釈する以外は、基本的には Duncan & Chang のモデルと同一である。なお、応力が弾性係数に支配的に影響されなくなるという問題に対しては、上述の物性定数を採用する方法の他に、弾性係数を共通項としてくり出す形を避ける意味で、Laméの定数を用いる方法なども考えられる。しかし、後述するようにポアソン比の影響は小さく、変化の幅も小さいので、実用上はポアソン比を未知数とする必要がないよ

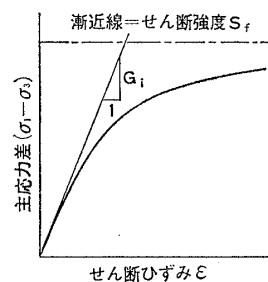


図-2 本論文のモデル

うである。したがって、本論文の方法を用いる場合、実質的には弾性係数とせん断強度のみが未知数となり、Lamé の定数を用いて λ , μ , せん断強度と 3 種類の未知数とするよりも上述の表現が現実的と考えられる。やはり後述するように、強度定数が変形係数に比べて推定しにくく、破壊条件式を規定するために必要な強度定数の個数を増加させることは問題を一層難しくするので、概略的な強度を把握するという立場から、本論文の定式化が实际的と判断される。ただし、せん断強度 S_f については実際には図-2 の漸近線の縦距を求めており、Duncan & Chang のモデルにおけるように S_f にある係数をかけた値をせん断強度とするなどの操作が必要な場合も考えられるであろう。

3. 問題の定式化

本論文の方法は、ある仮定した物性定数を用いて FEM で計算変位を求め、対応する計測変位との誤差が小さくなるまで物性定数を修正するという手順を繰り返す。収束計算で多数回の逆行列計算が必要なので、3次元モデルを扱うことが困難であり、トンネル軸方向に垂直な断面でみた平面ひずみ状態とするか、トンネル中心軸での軸対称状態とする必要がある。前者は偏圧など局所的現象の表現に適しているが、全掘削荷重が一時に作用すると考えるしかなく、掘削進行に応じた逐次的な荷重による変位の変化や、切羽の支保効果を表現しにくいので、強度定数など非線形応力-ひずみ関係式に関する物性定数逆算が、内空変位経時変化の計測結果のみでは困難になる。また、内空変位が相対変位量であり、軸対称状態とみる場合以外は、内空変位から掘削面の絶対変位を求めることが多くの場合困難なので、軸対称状態以外の場合の計測変位として利用しにくい。ここでは、比較的容易に計測できる内空変位から、周辺地盤全体の平均的変形・強度定数を推定するという立場から、軸対称状態を想定する。また、掘削に伴って解放される地盤初期応力を推定することも重要な問題であるが、ここでは土かぶり圧などから既知とし、しかも軸対称状態を想定しているので等方応力状態を仮定する。このため、本論文の方

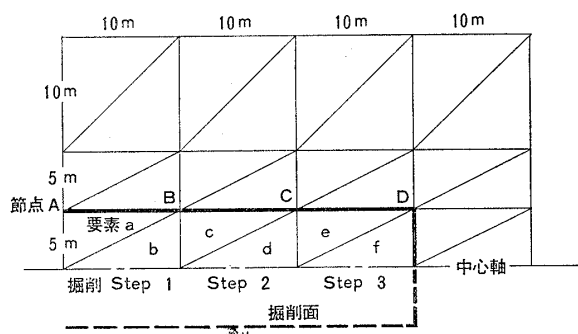


図-3 軸対称トンネル掘削モデル

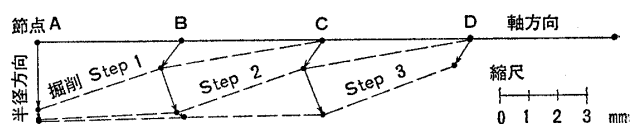


図-4 FEM で計算した図-3 掘削面の変位

法で求める物性定数は、初期応力に関する不確実性を含んだものとなる⁹⁾。

図-3 に示す軸対称状態の簡単なトンネル掘削モデルを考える。図-3 は軸対称三角形要素⁹⁾による有限要素分割図である。図-3 で掘削を Step 1 (要素 a, b), Step 2 (要素 c, d), Step 3 (要素 e, f) と順次行うとする。掘削効果は、初期応力解放による外力で表す。2.3 で述べた初期接線剛性係数 $G_i = 3,850 \text{ tf/m}^2 (37.7 \text{ MPa})$, せん断強度 $S_f = 50 \text{ tf/m}^2 (490 \text{ kPa})$, ポアソン比 $\nu = 0.3$, 地盤等方初期応力 $= 60 \text{ tf/m}^2 (588 \text{ kPa})$ として、図-2 の応力-ひずみ関係を用いて FEM 計算で得た、各掘削 Step における掘削面の変位を図-4 に示す。いま、物性定数 G_i , S_f , ν が不明で、図-4 に示す変位が計測されたとして、物性定数を逆に推定する問題を考える。ただし、図-4 に示す軸直角方向変位 (内空変位の 1/2) のみが掘削終了部分について継続的に計測されるものとし、掘削 Step 1 では節点 A, B, Step 2 で節点 A, B, C, Step 3 で節点 A, B, C, D の内空変位が計測されるとする。計測断面と切羽との距離で表すと図-5 に示すような変位が計測されることになる。 Δu_k^n を節点 k , 掘削 Step n の計測内空変位増分, Δu_k^n を、物性定数を仮定して FEM で得た計算内空変位増分とする。問題は計算内空変位増分と計測内空変位増分の誤差の 2 乗和を最小にする物性定数 G_i , S_f , ν を求める最適化問題として次式のように定式化される。

$$\text{目的関数: } J_i = S \sum_n \sum_k (\Delta u_k^n - \Delta \bar{u}_k^n)^2 \rightarrow \text{minimum} \quad (5)$$

$$\text{制約条件: } G_i > 0, S_f > 0, 0 < \nu < 0.5 \quad (6)$$

ここで S : 変位増分値が 10^{-3} m 程度の場合、 J_i の値が極端に小さくなるので、変位増分値を 1 程度に調整する係数である。目的関数を式 (5) 以外の形で与えることも可能であり、この問題については、5.5 で検討する。また、以上の定式化は地盤が平均的にみて均一とした場合のものであるが、複数の地層からなる場合への拡張は

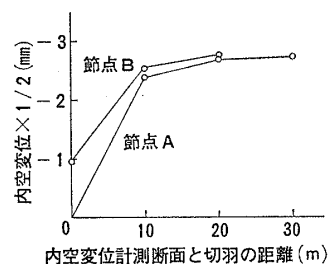


図-5 計測内空変位の例

容易である。

4. 数値解析

4.1 数値解析手法

3. で定式化した最適化問題は解析的には解けないので、数理計画法における共役勾配法を用いた収束計算を行う。計算のアルゴリズムは省略し¹⁾、収束計算に必要な、式(5)の J_i の物性定数 G_i , S_f , ν による微分係数のみを示す。

$$\{\Delta u_i^n\} = [K_{ij}^n]^{-1} \{\Delta F_j^n\} \quad (7)$$

$$\partial J_i / \partial G_i = 2S \sum_n \sum_k (\Delta u_k^n - \Delta \bar{u}_k^n) \cdot \partial \Delta u_k^n / \partial G_i \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \partial \{\Delta u_i^n\} / \partial G_i &= \partial [K_{ij}^n]^{-1} / \partial G_i \cdot \{\Delta F_j^n\} \\ &= -[K_{ij}^n]^{-1} \cdot \partial [K_{ij}^n] / \partial G_i \cdot \\ &\quad \times [K_{ij}^n]^{-1} \cdot \{\Delta F_j^n\} \end{aligned} \quad (9)$$

ここで $[K_{ij}^n]$, $\{\Delta F_j^n\}$ は掘削 Step n での全体剛性マトリックス、荷重増分ベクトルである。式(9)中の $\partial [K_{ij}^n] / \partial G_i$ は掘削 Step n での各要素剛性マトリックスを G_i で微分したものを重ね合せて得られる。要素剛性マトリックスの G_i による微分係数は、応力-ひずみ関係を表す D マトリックスのみを G_i で微分して得られる。D マトリックス中 G_i に関連するのは、各掘削 Step における接線弾性係数のみである。掘削 Step n , 要素 m における接線弾性係数 E_m^n は(3), (4) 式を参照して次式で与えられる。

$$E_m^n = 2S_f^2 \cdot G_i(1+\nu) / (S_f + G_i \cdot \epsilon_m^{n-1})^2 \quad (10)$$

ここで、 ϵ_m^n : 掘削 Step n ・要素 m でのせん断ひずみ(式(2)参照)であり、次のように計算される。

$$\epsilon_m^n = \sum_{k=1}^n \Delta \epsilon_m^k \quad (11)$$

$\Delta \epsilon_m^k$ は掘削 Step k ・要素 m のせん断ひずみ増分であり、変位増分から式(2)を用いて求まる。したがって

$$\begin{aligned} \partial E_m^n / \partial G_i &= \{2S_f^2(1+\nu)(S_f + G_i \epsilon_m^{n-1})^2 \\ &\quad - 2S_f^2 G_i(1+\nu) \cdot 2(S_f + G_i \epsilon_m^{n-1}) \\ &\quad \times (\epsilon_m^{n-1} + G_i \partial \epsilon_m^{n-1} / \partial G_i)\} / \\ &\quad (S_f + G_i \epsilon_m^{n-1})^4 \end{aligned} \quad (12)$$

上式中の $\epsilon_m^{n-1} / \partial G_i$ は式(11)から、式(9)を各掘削 Step で累加して計算できる。 S_f , ν による J_i の微分係数も式(12)などが異なるのみで同様な方法で求められるので省略する。なお、 G_i , S_f , ν の桁数が大きく異なる場合は適当なスケーリング操作を行って、収束計算における独立変数の桁数を調整することが、計算効率を改善するうえで有効である¹⁾。(例えば G_i が 10^5 kPa 程度と推定される場合、 $G_i = 10^5 \cdot G_i'$ として、 G_i' を収束計算における独立変数とする。)

4.2 数値計算結果

図-3, 4 のモデルで、ポアソン比 ν を正解 0.3 に固定し、 G_i , S_f のみを未知数として本論文の手法を適用

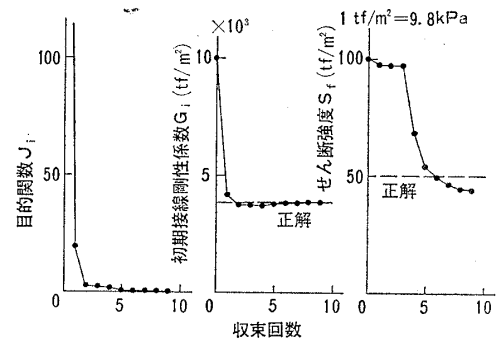


図-6 内空変位のみを与えた場合の収束状況 ($\nu=0.3$)

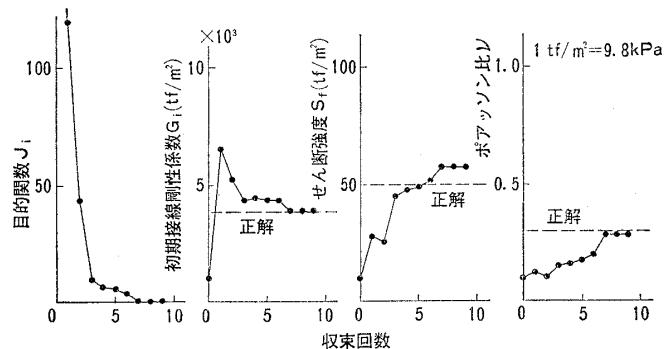


図-7 内空変位と軸方向変位を与えた場合の収束状況

した結果を図-6 に示す。前述の計測内空変位のみを与えて、 ν も未知数とした場合、 G_i , S_f , ν ともに発散した。図-7 は前述の内空変位のみでなく、軸方向変位も与えて、 G_i , S_f , ν を未知数として収束計算を行った結果であるが、この場合は妥当な解が得られている。軸対称モデルの場合、内空変位をみの計測ではポアソン比の逆算が困難といえる。図-8 はポアソン比の影響をみるため、内空変位のみを与え、ポアソン比 $\nu=0.2$ と誤った値を固定して与えた場合の結果である。 G_i , S_f ともほぼ正解が得られているから、実用上はポアソン比を未知数とする必要がないようである。図-9, 10 は収束計算の初期値を小さく与えたときの結果であり、この場合のほうが収束計算が円滑である。また、異なる初期値に対して G_i , S_f が一意に決まるから、安定した手法といえるであろう。図-11 は図-9 の場合の、最終掘削 Step における接線弾性係数 E_i の分布である。本論文の方法では非線形の応力-ひずみ関係を用いているの

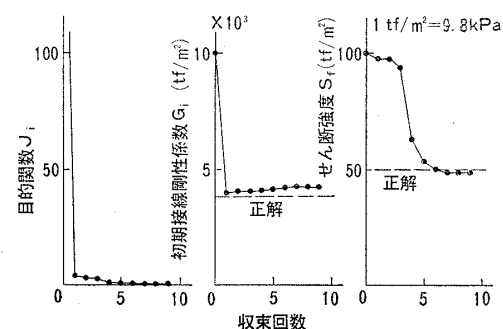


図-8 内空変位のみを与えた場合の収束状況 ($\nu=0.2$)

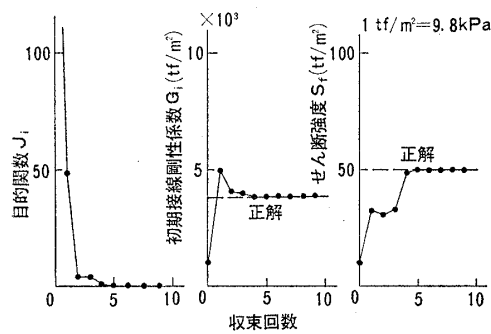


図-9 初期値を変えて内空変位のみを与えた場合の収束状況 ($\nu=0.3$)

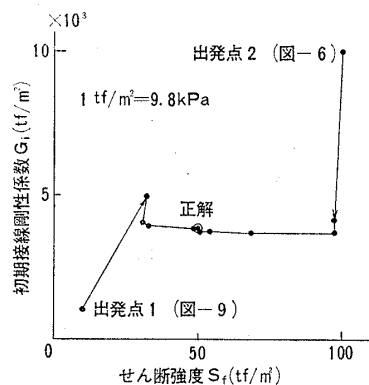


図-10 収束経路の比較

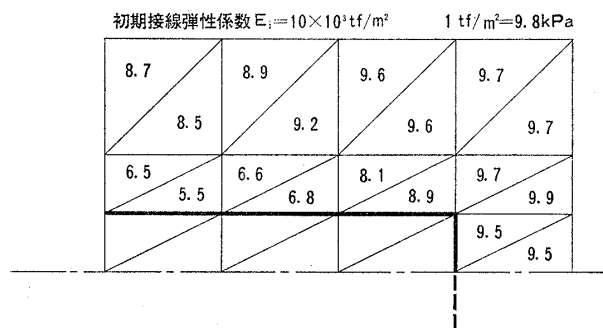


図-11 最終掘削 Step における接線弾性係数 E_i の分布 ($\times 10^3 \text{ tf/m}^2$)

で、このように局所的効果を考慮したうえで物性定数を逆算できることも利点の一つである。一方、図-6～9で初期接線弾性係数 G_i は少ない収束回数で正解に近づくが、せん断強度 S_f についてはある程度の収束回数が必要である。図-6～9 からわかるように、 G_i が正解に近づくとも目的関数 J_i が極端に小さくなるから、 G_i のほうが S_f より目的関数に与える影響が大きいことによると考えられる。また、図-11 で接線弾性係数 E_i が最も減少している要素についてみると、掘削 Step 2, 3 の状態が図-12 の A, B の位置であり、双曲線型応力-ひずみ関係のかなり初期の部分で物性定数を推定していることがわかる。このため、 G_i に比べて S_f の推定があまり容易ではないことが明らかである。

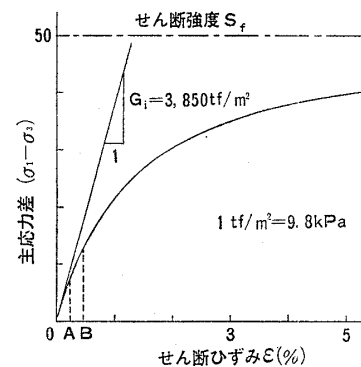


図-12 掘削 Step ごとのせん断ひずみ

5. 実際工事への適用例

5.1 対象工事概要

本格的な NATM 実施例として著名な、国鉄福知山線第2名塩トンネル工事（完成内空断面積：50.5m²，総延長：2,960m）を対象とし、施工が終了した区間に対する試験的な適用を行う。当工事の詳細は省略するが¹⁰⁾，過去の施工実績から地盤を5段階に分け、設計と施工が行われている。適用対象部分の施工断面を図-13に示す。この部分の地質は流紋岩であり、‘変質程度が比較的強く、節理の傾斜は差し目・流れ目のどちらでもなく、土砂・粘土まじりの開口性を示す’という観察記録がある。地表面から測定した弾性波速度(P波)は4.0～4.2 km/s である。内空変位計測は原則として50m 間隔で行われており、本論文の方法を適用するには粗すぎるが、ここで対象とした部分は例外的に10m 間隔で計測されている部分である。本論文の方法では軸対称状態を想定しているから、等方的な初期応力を与える必要がある。実際の初期応力状態は等方的ではないであろうから、次のように考えて等方初期応力を計算した。対象部分の土かぶり厚は約205mで、地盤密度：2.37 t/m³，弾性体としてポアソン比を用いる式から静止土圧係数：0.43とみて、掘削外力を求めるための等方初期応力：300 tf/

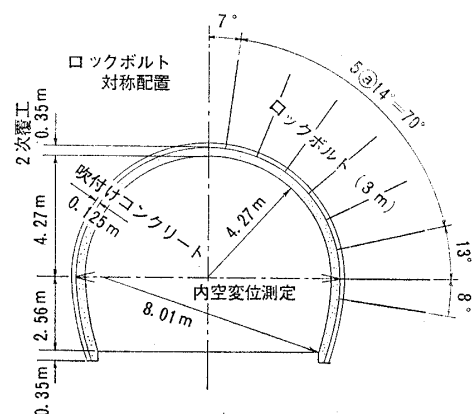


図-13 施工断面図

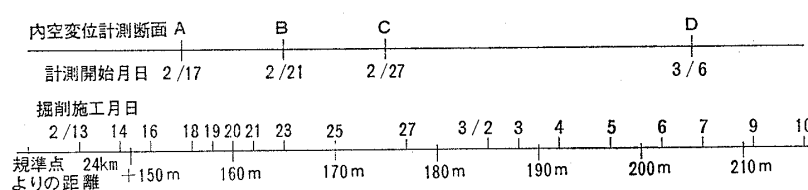
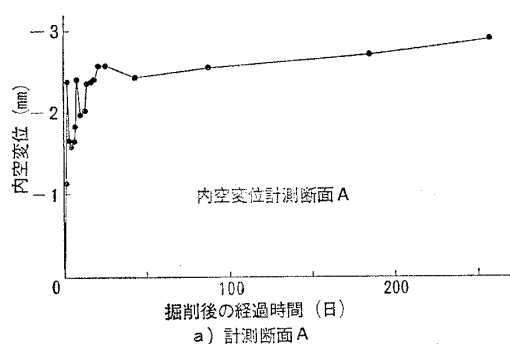


図-14 掘削進行と計測断面位置

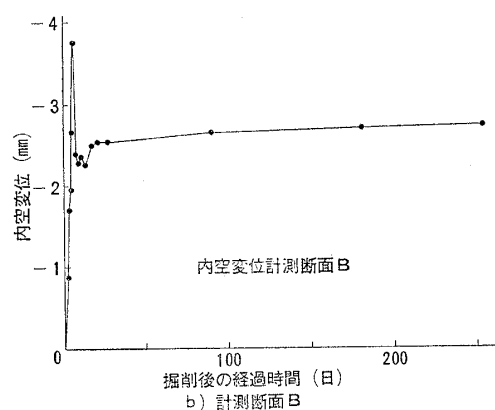
m² (2.94 MPa) と仮定する。

5.2 計測内空変位

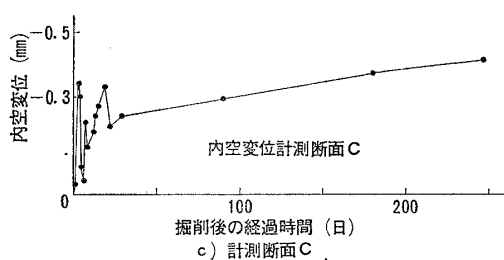
図-14 は適用対象部分の掘削進行と計測断面位置を示す。図-15(a)～(c) は、掘削直後より計測された内空変位の経時変化を示す。図-16(a)～(c) は計測断面と切羽との距離で図-15(a)～(c) を整理しなおした結果である。内空変位が単調に増加していないのは、実際の掘削面の変位が軸対称ではないことや、計測誤差によると推定される。なお、内空変位の計測は通常行われるように、地山または吹付けコンクリート表面に測定ピンを設置し、0.01 mm まで読みとり可能なコンバージェンスメジャーで測点間の相対変位量を測定した。



a) 計測断面 A



b) 計測断面 B



c) 計測断面 C

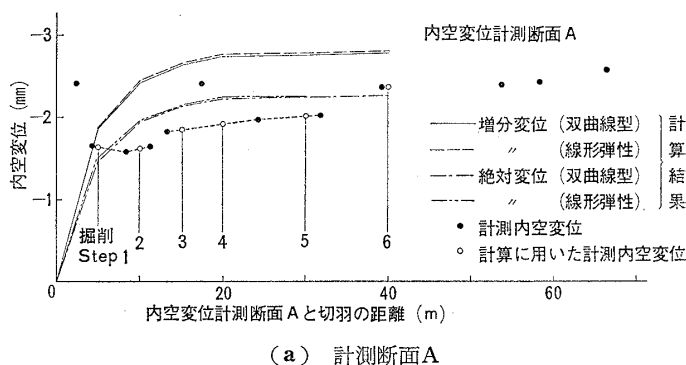
図-15 計測内空変位の経時変化

図-16(a), (b) からわかるように、計測断面 A, B では切羽が計測断面に近い付近での内空変位変化が大きいので、図-17 に示すやや詳細な有限要素分割を行い、掘削 Step を細かく表現する。

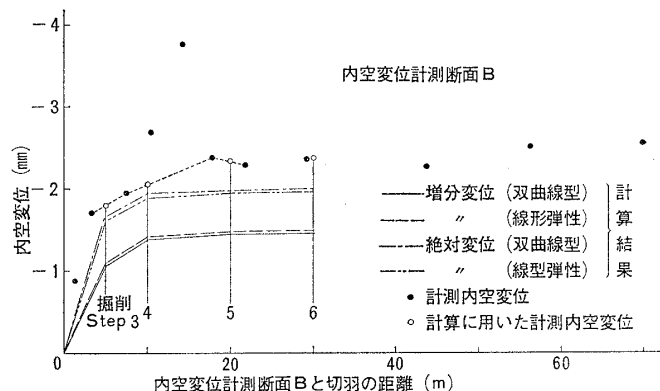
図-17 中の各掘削 Step に応じて、A, B, C 断面の内空変位が計測される。計測データの決め方には他の方法も考えられるであろうが、ここでは図-16 で全体的な傾向から極端に外れるデータを無視し、図中に示すように適当に内挿した値を各掘削 Step ごとの計測内空変位として与える。一方、図-4 に示したように、切羽でも掘削直後の内空変位が生じるはずであるが、この変位を計測することは現実的に困難である。図-16(a)～(c) の計測結果が、この変位を含まないことは明らかであり、以下の検討結果も、この変位を考慮していないことになり、残された重要な課題の一つである。

5.3 吹付けコンクリートとロックボルトの評価

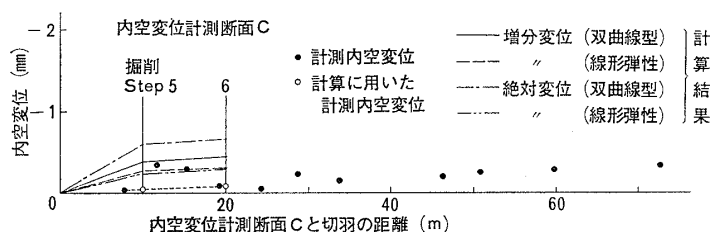
内空変位は吹付けコンクリートとロックボルトに大き



(a) 計測断面 A



(b) 計測断面 B



(c) 計測断面 C

図-16 切羽との距離でみた計測内空変位

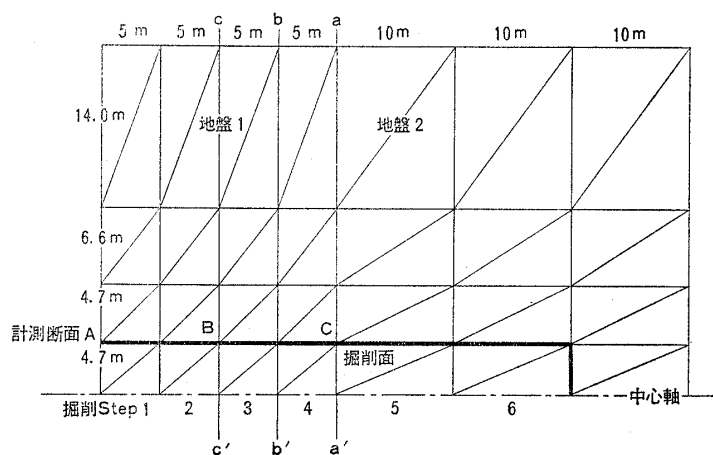


図-17 有限要素分割

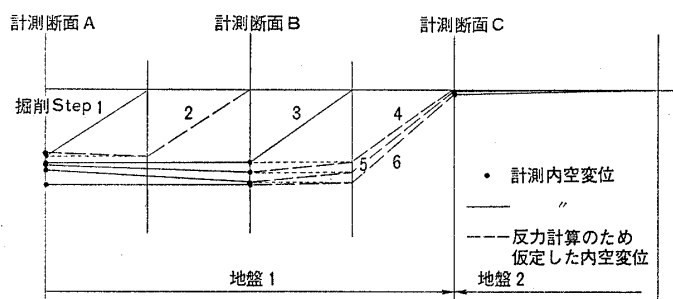


図-18 構造物反力計算のための計測内空変位の仮定

く影響される。地盤中に剛性の高い構造物が存在する場合、地盤と構造物接点の変位は構造物の剛性に支配されるため、構造物をはり要素などで表して本論文の方法を適用しても地盤物性定数の逆算が困難になる¹⁾。一方、構造物はその変位に応じた反力を地盤に与えているはずだから、この反力を荷重で表せば構造物を評価できるので、この方法を用いる¹¹⁾。(構造物剛性を剛性マトリックスでなく、荷重項で表す。)軸対称状態を仮定すると、吹付けコンクリートは円筒シェル構造になるが、掘削進行ごとに吹付けられるので、はり効果は無視しうるとして、円形リングの圧縮による反力のみを考える¹²⁾。吹付けコンクリートの弾性係数は経時的に変化するであろうが、ここでは簡単に一定値 $1.5 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$ (14.7 GPa) をとる¹³⁾。ロックボルト反力の評価は難しい問題であるが、簡単のためボルト先端を固定点とし、図-13 円形部のロックボルトが同様に全周辺部に配置されていると想定して反力を計算する。トンネル軸方向のロックボルト設置間隔を 1.5m とし、ボルト直径を 2.5 cm とする。前述のように、計測内空変位の変化をより忠実に表すため図-17 に示したように比較的細かい有限要素分割を行ったが、内空変位が計測されているのは図-17 の A, B, C 断面のみであり、これらの中間の断面での反力計算が困難になる。そこで、図-4 に示したように地盤物性定数が

同じであれば、掘削 Step ごとに平行な変位が生じることを参考にして、図-18 に示すように、内空変位が計測されていない断面の変位を推定する。図-18 に示す仮定は構造物反力を計算するためだけの便宜的措置である。以上の結果、荷重としては初期応力解放による掘削外力と、構造物反力による荷重を重ね合せたものを与える。

5.4 数値計算結果

図-16(a)~(c) に示した内空変位計測結果からわかるように、図-17 C 点の計測内空変位が、図-17 A, B 点の計測内空変位より極めて小さく、図-17 の a-a' 断面付近で地盤物性が大きく変化していることが明らかなので、a-a' 断面で 2 種類の地盤に分ける。(施工中には目視による判定などが参考になるであろう。)両地盤ともポアソン比 $\nu=0.3$ と仮定して収束計算を行った結果を図-19 に示す。10 回の収束計算に要する計算時間は FACOM M200 を用いた場合で約 30 秒である。このときの内空変位の計算値を図-16(a)~(c) に示す。最終掘削 Step での接線弾性係数 E_t の数値を図-20 に示す。なお、図-17 b-b' 断面で 2 種類の地盤とみた場合の結果は上述の結果とほぼ同

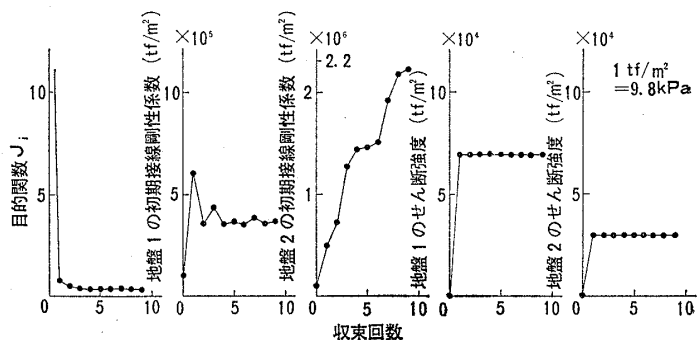
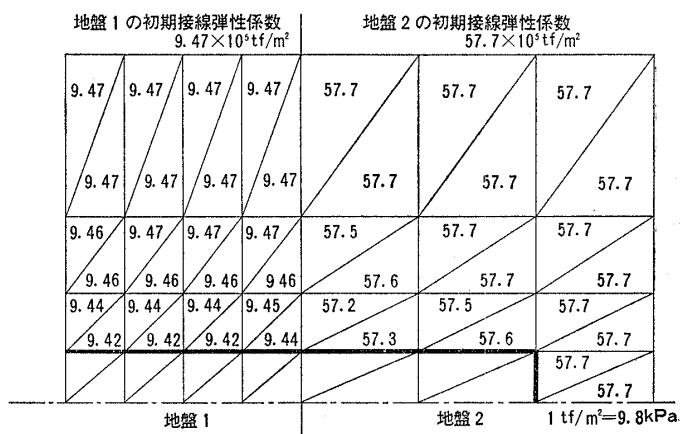


図-19 収束状況 (双曲線型応力ひずみ関係)

図-20 最終掘削 Step における接線弾性係数 E_t の分布 ($\times 10^5 \text{ tf/m}^2$)

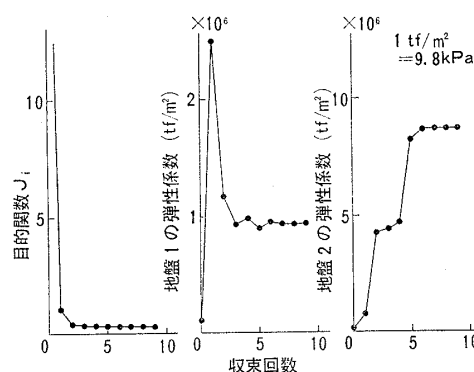


図-21 収束状況（線形弾性）

性体とみて、図-17 a-a' 断面で分けた2種類の地盤の弾性係数を未知数とし、式(5)の目的関数を用いて収束計算を行った結果である。(この場合の定式化や数値解析は容易であり省略する¹⁾。この場合もポアソン比 ν を未知数とすると収束計算が成功しないので、 $\nu=0.3$ と固定している。)双曲線型応力-ひずみ関係を用いた場合と線形弾性体とした場合の初期接線弾性係数を表-1に示す。地盤2については計測変位数が少ないので、やや不安定であるが、地盤1についてはほぼ同一の値が得られている。この結果と、図-16(a)~(c)に示した両者による計算変位にほとんど差がないこと、図-20に示したように接線弾性係数値が最終掘削Stepでもあまり変化していないことは、生じた内空変位が極めて小さく、図-12に示したような応力-ひずみ関係の非線形性が明確になる段階に到達していないことを意味している。図-20の接線弾性係数が最も減少している要素で、式(2)のせん断ひずみ $\varepsilon=0.05\%$ である。したがって図-19で得られたせん断強度の値が信頼できるものとはいえないようであり、本論文の方法でせん断強度を推定するには、ある程度以上の大きさの変位(せん断ひずみ)が生じている必要があるようである。式(2)のせん断ひずみが増大すると、破壊安全率自体は低下するが、本論文の方法によるせん断強度推定の信頼性が向上し、破壊安全率の信頼性が向上する。この問題は、強度や変形定数に関する不確実な条件下で、安全率の数値と信頼性のバランス上、どの程度の変位を許容することが妥当かを決定する興味ある問題につながるが、改めて検討したい。

表-1 初期接線弾性係数の比較 (1 tf/m²=9.8 kPa)

計測変位の 評価法	応力-ひずみ 関係	(初期接線)弾性係数 (×10⁵tf/m²)	
		地盤1	地盤2
増分変位	双曲線型	9.47	57.7
	線形弾性	9.35	87.0
絶対変位	双曲線型	11.8	48.3
	線形弾性	11.7	116.8

線形弾性の場合、弾性係数そのものを示す。

5.5 目的関数の選択

内空変位増分による式(5)の目的関数を用いた場合、図-16(a)~(c)に示したように計測データとの適合性が十分ではない。ここでは、内空変位の値自体(絶対変位と称する)を用いた目的関数による結果を示す。

$$J_a = S \sum_n \sum_k (u_k^n - \bar{u}_k^n)^2$$

$$= S \sum_n \sum_k \left(\sum_{m=1}^n \Delta u_k^m - \sum_{m=1}^n \Delta \bar{u}_k^m \right)^2 \rightarrow \text{minimum} \quad (13)$$

共役勾配法による収束計算に必要な微分係数は次式のようになり、式(9)を用いて簡単に求められる。

$$\partial J_a / \partial G_i = 2S \sum_n \sum_k \left\{ (u_k^n - \bar{u}_k^n) \cdot \sum_{m=1}^n (\partial \Delta u_k^m / \partial G_i) \right\} \quad (14)$$

収束状況は図-19とほとんど同様であり、線形弾性体とみた場合も含めて、得られた結果のみを図-16(a)~(c)、表-1に示す。計測値との適合性は式(13)による方が良好であり、計測変位が不規則に変動している場合は、式(13)のほうがより適切な評価基準といえるようである。ただし、表-1からわかるように、物性定数における両者の差は大きなものではない。図-16(a)~(c)に示したように計測変位自体に大きな差があるような場合、各計測変位の信頼性をより平等に評価するには、例えば次式の定式化も考えられる⁴⁾。

$$J_r = \sum_n \sum_k (u_k^n / \bar{u}_k^n - 1)^2 \rightarrow \text{minimum} \quad (15)$$

ただし、初期接線剛性係数 G_i の収束計算における初期値を正解より大きく与えないと収束しないなどの不安定性がある。これらの目的関数のどれが最も妥当であるかは、多数の実際工事への適用を通じて判断されるべきであろう。

その他の問題として次のことが挙げられる。有限要素分割を細かくすれば、変位分布などを現実に近く表現しやすくなるが、数値計算量の制約がある。計測変位の個数が多いほど、物性定数推定の精度が高くなることは明らかであるが、計測実施上の制約がある。本論文の方法を適用するために必要な計測点の個数は、要素分割の精粗、物性定数推定の信頼性、地質の変化度合など種々の要因に関連する問題であり、実際工事への適用例が少ない現時点では一般的な指針を得ることが困難である。これらについても、本論文の方法で得られた弾性係数と弾性波探査結果との対比などと併せて、今後さらに多数の実際工事への適用を通じて検討する方針である。

6. 結 論

内空変位計測結果からトンネル周辺地盤の変形・強度定数を得る方法を検討して以下の結果を得た。

1) まず、双曲線型応力-ひずみ関係式を利用するこ

とし、次のモデル化を行う。応力が弾性係数に無関係となるため、応力をパラメータとする応力-ひずみ関係の非線形性の表現が困難であり、式(2)のせん断ひずみをパラメータとし、せん断強度が一定とする。推定する物性定数は初期接線剛性係数、せん断強度、ポアソン比の3種類となる。

2) トンネル掘削を軸対称状態と仮定し、地山初期応力が等方で既知と仮定する。掘削進行に伴う計測内空変位増分と、対応する FEM 計算内空変位増分の誤差の2乗和を最小にする物性定数を決定する最適化問題としての定式化を行った。この問題は数値計画法における共役勾配法により効率的に解くことができる。

3) 簡単なトンネル掘削モデルに対して本論文の方法を適用し、妥当な結果が得られることを示した。軸対称状態の場合、内空変位の計測のみではポアソン比の逆算が困難であるが、実用上はポアソン比を未知数とする必要がないことを示した。また、せん断強度の推定が外挿的な推定になるため、初期接線剛性係数に比べて推定しにくく、ある程度以上のせん断ひずみが生じている必要があることを示した。

4) NATM により施工された実際工事の計測データに対して本論文の方法を適用し、一応妥当な結果が得られることを示した。ただし、変形量が小さく、応力-ひずみ関係の非線形性が顕著になる段階に達していなかったため、この工事についてはせん断強度の推定が困難であった。また、地盤を線形弾性体とみた場合や、計測変位と計算変位の誤差を評価する目的関数の形を変えた場合などの検討結果を示した。以上の結果、本論文の方法を実際工事に利用する見通しが得られた。

7. あとがき

計算量の制約などから、本論文の方法は軸対称状態を想定しているので、適用対象が全断面掘削工法などに限定される。この場合でも、計測結果からすると3次元的にしか表現できない現象も認められるようである。このような問題や、全断面掘削以外の工法では FEM ではなく、BEM (境界要素法) などのように3次元問題を扱いやすい手法を用いる必要があろう。ただし、3次元でモデル化する場合には、内空変位計測結果のみでは地盤の(相対的でない)変位自体を規定することが難しく、新たな変位計測手法の裏づけが必要になる。本論文の方法は軸対称状態を想定するため、比較的容易に計測される内空変位のみから、トンネル周辺地盤全体の平均的変形・強度定数を簡単に推定できる利点がある。掘削時

に、地盤変形挙動から力学的物性定数を推定することは、地盤の状態や破壊安全率を定量的に、より現実によく評価しながら施工を進めることに役立つと考えられる。今後、施工中の多数の工事に本方法を適用し、妥当性や有効な利用方法を検討する方針である。最後に、本論文の作成に際し多大の御指導と御助力をいただいた京都大学土木工学教室 島昭治郎教授、太田秀樹助教授、谷本親伯講師、名古屋大学地盤工学教室 川本眺万教授、日本国有鉄道大阪工務局、中央復建コンサルタンツ(株)の各位に感謝の意を表します。数値計算には京都大学・名古屋大学大型計算機センターを利用した。

参考文献

- 1) Arai, K., Ohta, H. and Yasui, T. (1983): "Simple optimization techniques for evaluating deformation moduli from field observations," *Soils and Foundations*, Vol.23, No.1, pp.107-113.
- 2) Kavanagh, K. T. (1971): "Finite element applications in the characterization of elastic solids," *Int. J. Solids Structures*, Vol.7, pp.11-23.
- 3) Gioda, G. and DeDonato, O. (1979): "Elastic-plastic analysis of geotechnical problems by mathematical programming," *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.* Vol.3, pp.381-401.
- 4) Gioda, G. (1979): "A numerical procedure for defining the values of soil parameters affecting consolidation," *Proc. 7th European Conf. on Soil Mech. and Found. Eng.* Brighton, Vol.1, pp.169-172.
- 5) 川本眺万・林 正夫 (1978): 「地盤工学における有限要素解析」, 培風館.
- 6) Duncan, J. M. and Chang, C. Y. (1970): "Nonlinear analysis of stress and strain in soils," *J. Soil Mech. Found. Div., Proc. ASCE*, Vol.96, No.SM 5, pp.1629-1653.
- 7) 桜井春輔 (1982): トンネル工事における変位計測結果の評価法, 「土木学会論文報告集」, No.317, pp.93-100.
- 8) Sakurai, S. and Abe, S. (1979): "A design approach to dimensioning underground openings," *Proc. 3rd Int. Conf. on Numer. Methods Geomech.*, Aachen, pp.649-661.
- 9) Zienkiewicz, O. C. (1975): 「マトリックス有限要素法」, 培風館.
- 10) 田中隆徳 (1981): 福知山線第2名塩トンネルでの NATM と機材, 「NATM 工法と施工機材に関する講習会講演概要」, 日本建設機械化協会関西支部, pp.106-125.
- 11) 太田秀樹・荒井克彦・近江正徳 (1983): 有限要素法における地盤-構造物相互作用の一評価法, 「土質工学会論文報告集」, Vol.23, No.2, pp.189-193.
- 12) 谷本親伯・島昭治郎 (1982): 切羽周辺での地山挙動を考慮したトンネル支保の基本的概念, 「土木学会論文報告集」, No.325, pp.93-106.
- 13) 吉村 恒・増田 裕・内藤清治・阿曾満寿男 (1980): 砂地盤に挑む大断面 NATM, 「トンネルと地下」, Vol.11, No.9, pp.7-15.