

井戸半径を考慮した揚水試験における水位低下特性とその解析方法

(Determination of Aquifer Coefficients from Drawdown)
Test in a Finite Diameter Well西 垣 誠* (Makoto Nishigaki)
高 坂 信 章** (Nobuaki Kohsaka)キーワード：井戸／原位置試験／浸透／水位低下／
揚水試験 IGC：C7/D4/E7

1. はじめに

地盤掘削のための排水設計や地下水利用の揚水流量の算定には、帯水層の浸透特性である透水量係数および貯留係数を揚水試験によって計測しておく必要がある。この揚水試験結果の解析方法として Theis や Jacob の先駆的な研究があり¹⁾、彼らの提案した方法は極めて有効な手法として現在広く利用されている。しかし、この Theis の理論解は複雑な地盤を理想的な地盤とするために境界条件や初期条件において種々の仮定を基礎として導きだした解であることより、揚水試験がこのような仮定を満足しない場合には、揚水試験結果から正確な帯水層定数を算定できないことがある。

著者らはこの点にかんがみて、実際の揚水試験の境界条件をより厳密に考慮した揚水試験結果の解析法に関する研究として、不完全貫入井による揚水試験^{2),3)}や、影響圏半径を考慮した揚水試験結果の解析⁴⁾の研究を行っているが、揚水試験に用いる揚水井の半径が大きい場合（例えばディープウェルを用いて揚水試験を行う場合など）に Theis の解析中の「揚水井の半径は無限小である。」とする仮定が満足されるかどうかの疑問が生じる。この井戸半径の影響は、大孔径の揚水試験だけに限らず、一般に用いられている揚水試験にも何らかの作用をしていると考えられることより、その影響の度合を定量的に把握しておく必要がある。

揚水井の半径を考慮した解析については、Hantush^{5),6)}や Papadopoulos⁷⁾らおよび三野⁸⁾らの研究報告がなされている。しかし、これらの研究では、井戸半径の揚水試験結果への影響を主に議論しており、揚水試験の本来の目的である揚水試験結果から帯水層の透水量係数および貯留係数を算定する方法については明確に述べられてい

ない。

したがって、本研究では、Papadopoulosらの研究を基礎として、揚水井の半径を考慮した揚水試験結果から帯水層の浸透特性を求める新しい方法を提示する。また、揚水停止後の回復試験に関しては、試験結果の新たな整理方法を考案し、従来の回復法の解析では算出が不可能であった貯留係数を井戸半径の影響を考慮して求める手法についても論述する。

2. 揚水井の半径を考慮した揚水試験解析

図-1 に示すように厚さ D なる被圧帯水層に半径 r_w の揚水井を完全貫入させた状態で一定流量 Q なる揚水を行った際の帯水層内の浸透の支配方程式は Darcy の式と連続の式より次式になる。

$$\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial s}{\partial r} = \frac{S}{T} \frac{\partial s}{\partial t} \quad (1)$$

(1) 式についての初期条件および境界条件を次のように定める。

$$\text{初期条件} \quad (t=0, r \geq r_w) \quad s=0 \quad (2)$$

$$\text{境界条件} \quad (t>0, r \rightarrow \infty) \quad s=0 \quad (3)$$

$$(t>0, r=r_w)$$

$$2\pi r_w T \left. \frac{\partial s(r,t)}{\partial r} \right|_{r=r_w} - \pi r_w^2 \frac{\partial s_w(t)}{\partial t} = -Q \quad (4)$$

ここで、境界条件の(4)式について考察すると、左辺第1項は帯水層より揚水井へ流入する流量であり、第2項は流入流量と揚水量(Q)との差によって生じる揚水井内の水位変動量を示している。

Hantush は(4)式の境界条件のかわりに、次式の境界条件を用いている^{5),6)}。

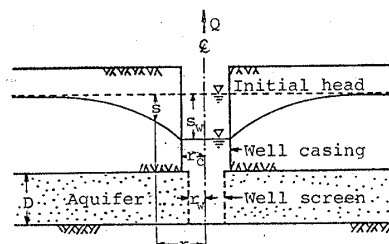


図-1 井戸半径を考慮した揚水試験

* 岡山大学工学部土木工学科 助教授(岡山市津島中3丁目1-1)

** 清水建設(株)

(1984.3.12 原稿受付・討議期間 1985.7.1, 要請があれば1か月の期限延長可能)

$$r=r_w \text{ にて } 2\pi r_w T \frac{\partial s}{\partial r} = -Q \quad (5)$$

(5) 式は Theis の揚水井における境界条件である次式を有限の井戸半径としたものである。

$$\lim_{r \rightarrow 0} 2\pi r T \frac{\partial s}{\partial r} = -Q \quad (6)$$

Hantush は (1) 式を (2), (3), (5) 式の条件より次の解を導いている⁵⁾。

$$s = \frac{Q}{4\pi T} G(\tau, \bar{r}) = \frac{Q}{4\pi T} \frac{4}{\pi} \int_0^\infty \{1 - \exp(-\tau\beta^2)\} \times \frac{J_1(\beta) Y_0(\bar{r}\beta) - Y_1(\beta) J_0(\bar{r}\beta)}{\beta^2 \{J_1^2(\beta) + Y_1^2(\beta)\}} d\beta \quad (7)$$

ここで,

$$\tau = \left(\frac{T}{S}\right) \left(\frac{t}{r_w^2}\right), \quad \bar{r} = \frac{r}{r_w}$$

よって $r=r_w$ の揚水井における水位低下量 (s_w) は次式となる。

$$s_w = \frac{Q}{4\pi T} \frac{8}{\pi^2} \int_0^\infty \{1 - \exp(-\tau\beta^2)\} \times \frac{d\beta}{\beta^3 \{J_1^2(\beta) + Y_1^2(\beta)\}} \quad (8)$$

(5) 式および (6) 式の境界条件は帯水層内から一定流量の Q なる揚水を強制的に行うと仮定して導かれた条件であり, このような条件に対して, (4) 式の境界条件は Q なる一定の揚水によって揚水井内の水位を低下させて, その水位の低下により, 帯水層から地下水が浸出すると考えた条件である。この条件は実際の揚水試験の境界条件と極めて良く一致しており, Papadopoulos らは (1) 式を (2), (3), (4) 式の条件での解として次の式を導いている⁷⁾。

$$s = \frac{Q}{4\pi T} F(u, \alpha, \bar{r}) \quad (9)$$

ここで,

$$F(u, \alpha, \bar{r}) = \frac{q\alpha}{\pi} \int_0^\infty \left\{1 - \exp\left(-\frac{\beta^2 \bar{r}^2}{4u}\right)\right\} \times \{J_0(\beta \bar{r})[\beta Y_0(\beta) - 2\alpha Y_1(\beta)] - Y_0(\beta \bar{r})[\beta J_0(\beta) - 2\alpha J_1(\beta)]\} \frac{d\beta}{\beta^2 A(\beta)} \quad (10)$$

$$A(\beta) = [\beta J_0(\beta) - 2\alpha J_1(\beta)]^2 + [\beta Y_0(\beta) - 2\alpha Y_1(\beta)]^2 \quad (11)$$

$$\alpha = r_w^2 S / r_c^2 \quad (12)$$

$$u = (S/4T) \cdot (r^2/t) \quad (13)$$

また r_w, r_c の値は図-1 に示すように, それぞれ流入半径と貯留半径である。普通の井戸では r_w と r_c の値は異なることが多いが, 揚水井では r_w と r_c が等しいことが多いことより, 以後 $\alpha=S$ とする。

(9) 式より揚水井における水位低下量 (s_w) は $r=r_w$ ($\bar{r}=1$) なる条件より次式となる。

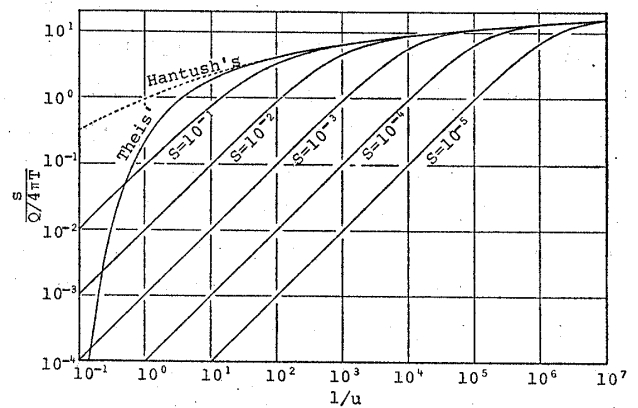


図-2 揚水試験における揚水井内の水位低下曲線

$$s_w = \frac{Q}{4\pi T} F_w(u_w, S) \quad (14)$$

ここで,

$$F_w(u_w, S) = \frac{32S^2}{\pi^2} \int_0^\infty \left\{1 - \exp\left(-\frac{\beta^2}{4u_w}\right)\right\} \frac{d\beta}{\beta^3 A(\beta)} \quad (15)$$

$$u_w = \left(\frac{S}{4T}\right) \left(\frac{r_w^2}{t}\right) \quad (16)$$

(8) 式と (15) 式および Theis の解での井戸関数に $r=r_w$ とした次式とを比較した結果を Papadopoulos らは示している (図-2 参照)。

$$s_w = \frac{Q}{4\pi T} W(u_w) \quad (17)$$

ここで,

$$W(u_w) = \int_{u_w}^\infty \frac{e^{-\lambda}}{\lambda} d\lambda \quad (18)$$

図-2 より先に述べたように Hantush の解は Theis の解に極めて近似した結果を得ているが, Papadopoulos らの解は貯留係数の値によって大きく変動していることが分かる。

三野はここで取り扱っている揚水井の井戸半径を考慮した問題について, Papadopoulos らの解析に更に揚水井での流入抵抗を導入した井戸特性を考慮して, より厳密な揚水試験の解析を示している⁸⁾。しかし, 三野の解析では揚水試験に関係する未知量として新しく流入抵抗の係数が加わってくることにより, 他の帯水層定数の決定が困難となっている。本研究では揚水試験結果より帯水層定数を計測することを主たる目的としているために, この流入抵抗を無視して, 透水量係数および貯留係数を定める方法について述べる。

3. 揚水井半径の揚水試験への影響

図-3 に各観測井での水頭低下の時間的变化を (9) 式より計算した一例を示す。(9) 式において S の値が単独のパラメーターとして入ってくることより, 図-3 は $S=1.0 \times 10^{-4}$ についての例であり, S の値によって,

例えば図-4 に示すようにその曲線の形状は大きく異なる。図-3 では $\bar{r}$ の値が小さくなるほど観測井での水頭低下は Theis の曲線から離れて行く傾向にあることが分かる。すなわち、井戸半径が大きい場合には揚水試験結果に与える井戸径の影響が極めて大きいことが言える。また、図-4 より貯留係数 (S) の値が小さいほど井戸径の影響は大きくなる。これは、揚水井が有限径の場合には、井戸内の貯留効果により、揚水 Q による帯水層への影響は Theis の場合と比較すると遅くなり、貯留係数が小さい場合には、帯水層内の圧力伝播が極めて早くなるために、この遅れが特に顕著に表れることによる。

これらの井戸半径の影響を定量的に評価するために、三野が吟味している⁸⁾ように (9) 式と Theis の解との相対的な誤差を 1% 以内にする u の値を u_c とすると、 u_c の値は次式の解に相当する。

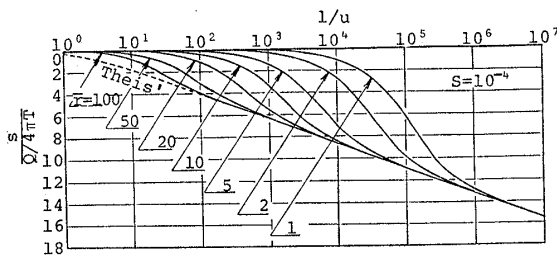


図-3 井戸半径を考慮した揚水試験での各観測井の水頭低下曲線

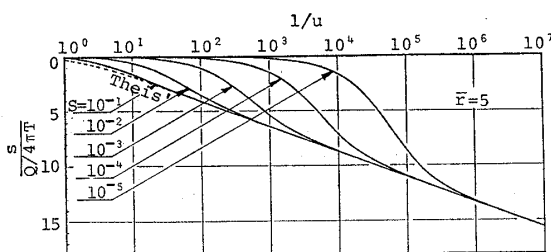


図-4 観測井内の水頭低下曲線に対する貯留係数の影響

$$\frac{s_T(u_c) - s_P(u_c)}{s_P(u_c)} = \frac{W(u_c) - F(u_c, S, \bar{r})}{F(u_c, S, \bar{r})} = \frac{1}{100} \quad (19)$$

ここで $s_T(u_c)$ は Theis の式 (17) であり、 $s_P(u_c)$ は Papadopoulos の式 (9) である。

(19) 式より各 $\bar{r}, S$ についての u_c の値を数値計算より求めた結果を表-1 に示す。表-1 より、 u_c/S をパラメータにすると、この u_c/S の値は各 $\bar{r}$ に対してほぼ一定の値となり、 u_c の定義より、次の関係を得る。

$$t_c^* = \frac{u_c}{S} = \frac{1}{4T} \left(\frac{r^2}{t_c} \right) \quad (20)$$

(20) 式の t_c^* と $\bar{r}$ についての関係は、表-1 より図-5 のように示される。この図より r, r_w と T の値が定まると揚水試験結果を Theis の解析で近似できる時間 t_c の値が求められる。

この限界の t_c^* の値は、図-5 より明らかに、 $\bar{r} (= r/r_w)$ が小さくなるほど (揚水井の半径が大きくなるほど) 大きくなり、 T の値が大きいほど小さくなる。また、 r の値との関係について、表-2 に T, r_w を定めて計算した一例を示すが、この表より r が大きくなるほど

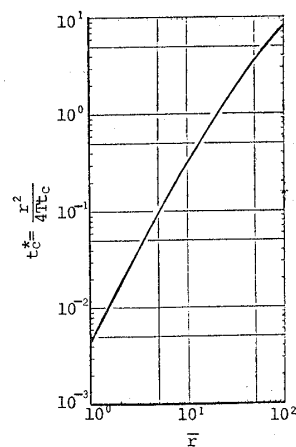


図-5 井戸半径の影響が無視できる限界時間 (t_c^*)

表-1 Theis の解と Papadopoulos の解が近似的に一致する無次元時間 (u_c)

$\bar{r}$	S	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
1		5.328×10^{-4}	4.703×10^{-5}	4.593×10^{-6}	4.486×10^{-7}	4.410×10^{-8}
2		1.913×10^{-3}	1.744×10^{-4}	1.725×10^{-5}	1.717×10^{-6}	1.699×10^{-7}
5		9.810×10^{-3}	9.554×10^{-4}	9.813×10^{-5}	9.953×10^{-6}	1.003×10^{-7}
10		3.162×10^{-2}	3.349×10^{-3}	3.572×10^{-4}	3.572×10^{-5}	3.816×10^{-6}
100		8.025×10^{-1}	1.433×10^{-1}	2.067×10^{-2}	2.067×10^{-3}	2.949×10^{-4}

表-2 Theis の解と Papadopoulos の解が近似的に一致する時間 (t_c), ($T=10 \text{ cm}^2/\text{s}$, $r_w=10 \text{ cm}$ の場合)

$\bar{r}$	S	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
1		4.692×10^2	5.316×10^2	5.443×10^2	5.573×10^2	5.669×10^2
2		5.227×10^2	5.733×10^2	5.796×10^2	5.823×10^2	5.888×10^2
5		6.371×10^2	6.541×10^2	6.369×10^2	6.280×10^2	6.230×10^2
10		7.906×10^2	7.465×10^2	7.088×10^2	6.729×10^2	6.551×10^2
100		3.115×10^3	1.745×10^3	1.209×10^3	9.750×10^2	8.477×10^2

大きい t_c が必要であることが分かる。しかし、実際には図-3 に示すように r が大きい場合には水位低下量も小さいため、Theis の解との差の絶対量は極めて少ないと考えられる。

ちなみに、 $r_w=0.2\text{m}$ 、 $r=5\text{m}$ で透水係数 $k=1.0\times 10^{-2}\text{cm/s}$ 、帯水層厚を $D=5\text{m}$ とした場合、図-5 と (20) 式より $t_c=160$ 分と定められ、揚水試験開始後約 3 時間近くまでのデータは揚水井の半径の影響を受けて、Theis や Jacob の解析には用いられない結果となる。また、一般に揚水試験では水位低下量を秒単位か分単位の時間を横座標にして t/r^2 で整理して Jacob の解析をする。この場合、24 時間揚水を継続すると、各観測井の計測結果は対数座標の 3 サイクルの領域内にプロットされる。ここで $t_c=160$ 分とすると、Theis の理論を満足しない観測結果は片対数座標の 2 サイクル以上に示されることがより、全体の結果に対して極めて影響が大きいことが分かる。

この t_c までの観測結果は図-3 より明らかに Theis の曲線より上部にプロットされ、この範囲のデータを用いて Jacob の方法で透水係数を算定すると、この部分の勾配は図-3 の Theis の曲線の勾配より大きいことより、得られる透水係数は実際の値より小さい値を算出する。また、図-3 から分かるように、各観測井の観測結果より得られる貯留係数の変動も大きくなる。 t_c は Jacob の解析に適したデータの範囲を示しているが、図-5 より t_c の値を定めるには地盤の透水量係数の値が必要である。このことより、揚水試験の段階では t_c の値は未知量となり、試験結果の解析において、上記した誤りを犯しやすい。このような試験結果の解析段階での誤った判断を避けるためには、次の解析法のところでも触れるが、一本の観測井から透水係数を算出するのではなく、観測井全体の水位低下曲線より透水量係数を算定する必要がある。

帯水層からの排水流量の観点から揚水井半径の影響を吟味すると、揚水井の半径を考慮した (9) 式の解析解より (4) 式の条件を用いて帯水層から流出する流量 (Q_{out}) を求めると次式になる。

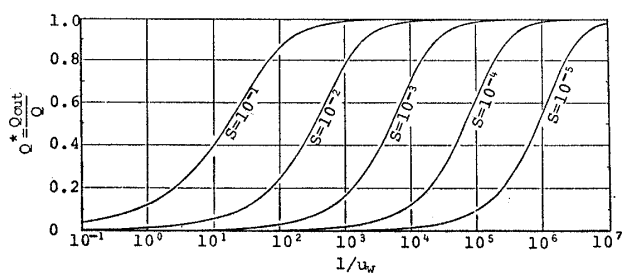


図-6 浸出流量 (Q_{out}) の揚水流量 (Q) に対する比の時間的な変化

$$Q_{\text{out}} = 2\pi r_w T \left. \frac{\partial s}{\partial r} \right|_{r=r_w} = Q \left\{ 1 - \frac{8S}{\pi^2} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{\beta^2}{4u_w}\right) \frac{d\beta}{\beta A(\beta)} \right\} \quad (21)$$

(21) 式より $Q^*=Q_{\text{out}}/Q$ なる無次元量にして、揚水による帯水層からの流出量の時間的な変化を図-6 に示す。

図-6 より、 Q_{out} は時間とともに増加して最終的に井戸内の揚水流量 (Q) に漸近する。このように、揚水井の貯留効果を考慮すると、Theis や Hantush の解析条件のように初期から Q なる流量を帯水層から揚水しているのではなく、井戸内の水位が定常に達するまで帯水層からの揚水量 Q_{out} は Q よりも小さい値である。この点が従来の Theis の解析と Papadopoulos の解析との基本的な相異点であり、揚水井の影響を受けた観測結果が Theis の理論と一致しない原因であると考えられる。

4. 揚水試験による帯水層定数の求め方

4.1 Papadopoulos の図解法

Papadopoulos らは揚水中における揚水井内での水位の低下を対象として帯水層の透水係数を Theis の図式解法と同様の手法で求められる方法を提示している⁷⁾。すなわち、揚水井内の水位低下の時間的な変化を図-2 と同じ両対数目盛にプロットして、その 2 枚のグラフのマッチポイントを求めて、次式より透水量係数を計算する。

$$T = \frac{Q}{4\pi s} F_w(u_w, S) \quad (22)$$

揚水井の半径を考慮した揚水試験結果のデータを得るために、10m の帯水層に半径 10cm の揚水井を用いて $Q=1.0\times 10^4\text{cm}^3/\text{s}$ なる揚水を行った場合の揚水井内の水位低下の経時的変化を有限要素法による軸対称浸透解析によりシミュレートした⁹⁾。解析条件、基礎方程式は付録 (1) に示す。なお、帯水層定数として $S=1.0\times 10^{-2}$ 、 $T=10.0\text{cm}^2/\text{s}$ を用いた。図-7 にこの場合の揚水井内の水位低下の時間的な変化 (図中の黒丸) と、(14) 式に $S=1.0\times 10^{-1}\sim 1.0\times 10^{-3}$ まで変化させて計算し

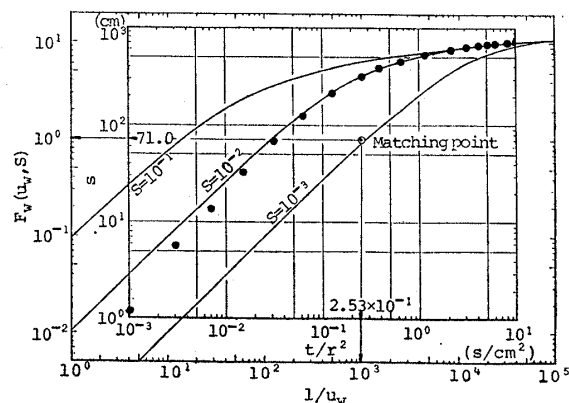


図-7 揚水井内の水頭低下データのマッチング結果

表-3 揚水井の水位低下データより帯水層定数を算定した結果

S	F_w	$\frac{1}{u_w}$	$\frac{t}{r^2}$ (s/cm ²)	s (cm)	T (cm ² /s)
10^{-1}	1	10^3	2.32×10^0	94.5	8.42
10^{-2}			2.53×10^{-1}	71.0	11.21
10^{-3}			2.72×10^{-2}	58.2	13.67

た結果とをマッチングさせた例を示すが、この場合、 S が $1.0 \times 10^{-1} \sim 1.0 \times 10^{-3}$ まで変化しても十分マッチポイントが求められることより、表-3 にその結果を示す。表-3 より、透水量係数の値は貯留係数に比較して良い値が得られていることが分かる。しかし、Papadopoulos も指摘していることであるが、この方法では正確な貯留係数の値を求めることは難しい。また、実際の揚水試験では、揚水用ポンプによって孔内水位は極めて不安定であるために、正確な孔内水位変化の計測が困難な場合が多い。

4.2 観測井での観測結果による図解法

Papadopoulos らの解析手法は揚水井のみに着目しているために、帯水層の貯留係数の値を正確に求めることが困難であった。しかし、観測井内の計測結果を基本とすると、図-8 に一例を示すように、各貯留係数の値によって各標準曲線 $F(u, S, \bar{r})$ の形態は変化している。この結果を用いると、各観測井より得られた水位低下曲線を両対数紙上に整理してマッチポイント ($4\pi Ts/Q, s$ と $1/u, t/r^2$) を求めると、透水量係数は (22) 式と同様に次式より定められる。

$$T = \frac{Q}{4\pi s} F(u, S, \bar{r}) \quad (23)$$

また、横座標の値より、次式からも計算できる。

$$T = \frac{S}{4(t/r^2)} \left(\frac{1}{u} \right) \quad (24)$$

S の値は最も良く一致した曲線の S の値より定められる。

図-9 に $\bar{r}=5$ に対して、 S の値を図-8 に示すように変化させた標準曲線と、揚水井内の水位低下のシミュレ

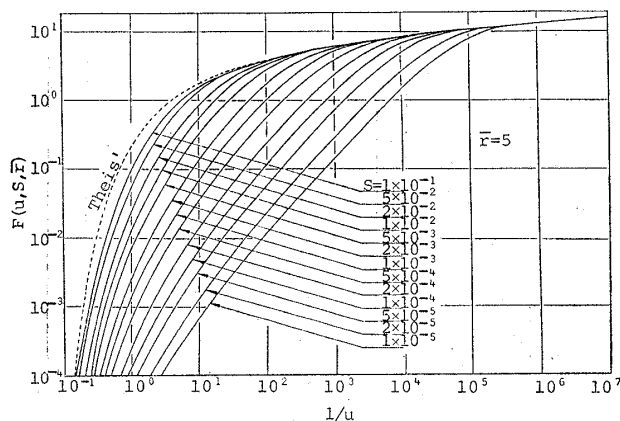
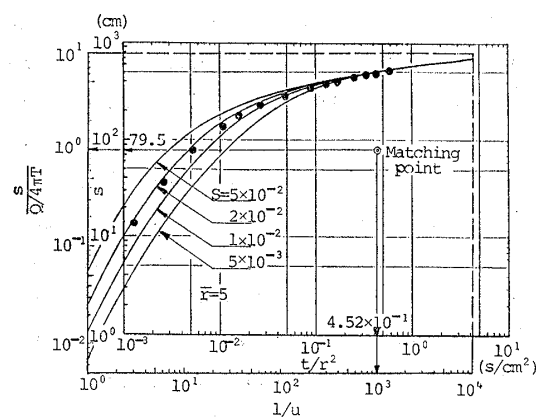
図-8 標準曲線への貯留係数の影響 ($\bar{r}=5$ の場合)

図-9 観測井の水位低下データのマッチング結果

表-4 観測井の水位低下データより帯水層定数を算定した結果

S	F_w	$\frac{1}{u_w}$	$\frac{t}{r^2}$ (s/cm ²)	s (cm)	T (cm ² /s)	
					Eq. (23)	Eq. (24)
1×10^{-2}	1	10^3	3.28×10^{-1}	76.7	10.38	7.62
2×10^{-2}	1	10^3	4.52×10^{-1}	79.5	10.01	11.06

ーションと同様の結果より得られた $\bar{r}=5$ の点での水頭変化との、マッチングよりマッチポイントを求めた結果を示す。この場合 $S=1.0 \times 10^{-2}$ および $S=2.0 \times 10^{-2}$ の曲線で十分な良い一致を得たため、2点のマッチポイントを求めた。表-4 にこのマッチポイントより得た透水量係数と貯留係数の値を示す。この結果より、有限要素法による数値解析に用いた値 ($T=1.0 \times 10 \text{ cm}^2/\text{s}$, $S=1.0 \times 10^{-2}$) にほぼ等しい値が算出されていることが分かる。

この方法は、Papadopoulos らの方法より更に改良された手法であるが、各観測井に対して図-9 に示す S の値に対するグラフを準備しておく必要がある。

4.3 観測井群を用いた図解法

4.2 で示した手法を更に進展させると、図-3 に示すように各観測井によって標準曲線の形態は異なっていることが利用できる。(10) 式より、貯留係数を変化させることによる観測井群のグラフを用いて、それぞれの観測井の値が最も良く一致する S の値を計算機の中で求める手法¹⁰⁾が提案できる。図-10 は $T=10.0 \text{ cm}^2/\text{s}$, $S=1.0 \times 10^{-2}$ の帯水層について、揚水井の場合と同様の有限要素法による数値解析結果をデータとして用いて、ここで提案する手法によりマッチングさせた例である。この結果、透水量係数は $T=10.4 \text{ cm}^2/\text{s}$ が得られ、 $S=1.0 \times 10^{-2}$ であった。

4.4 Jacob の方法

揚水試験結果を Jacob の方法に整理して、その直線勾配や X 軸切片の値より透水量係数や貯留係数を求める方法は極めて簡単な手法である。

図-11 は 図-10 の結果を Jacob の方法で整理した例

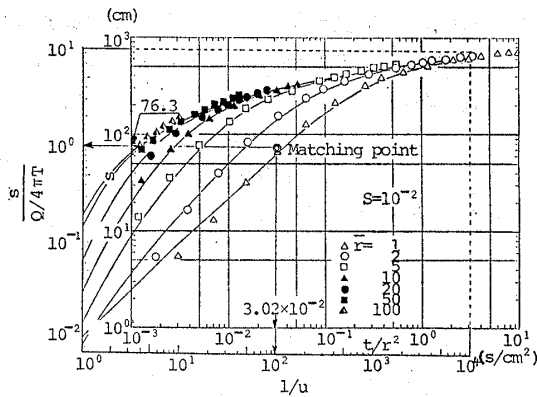


図-10 すべての観測井の水位低下データのマッチング結果

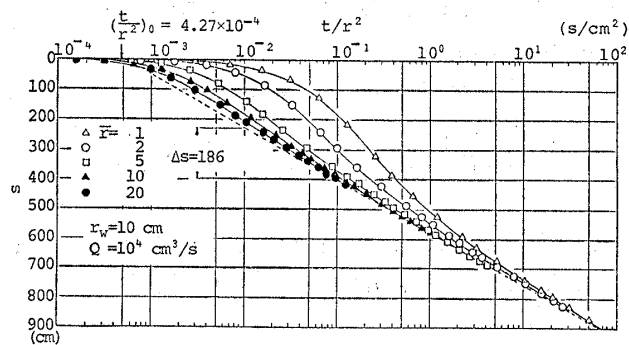


図-11 各観測井の水位低下データを Jacob の方法で整理した結果

である。図-11 より揚水開始後十分な時間では、各観測井での水位低下曲線は一本の直線上に漸近して来ることが分かる。この漸近して行く直線は図-3 に示すように Theis の理論曲線であることより、透水量係数はその直線の勾配 (Δs) から次のように計算できる。

$$T = \frac{2.30Q}{4\pi\Delta s} \quad (25)$$

また、貯留係数もこの直線の切片の値 (t/r^2) より、次のように求められる。

$$S = 2.25T(t/r^2) \quad (26)$$

ここで、 T の値を算定するために用いた計測データは t_c/r^2 以上の範囲のもでなければならないことより、図-11 の各 $\bar{r}$ に対する t_c の値を (25) 式より得られた T の値を用いて図-5 より吟味する必要がある。今仮に、図-11 において $\bar{r}=2$ の $t/r^2=10^{-1} \sim 1 \text{ s/cm}^2$ の間の勾配を $\Delta s=250 \text{ cm}$ と求めると $T=7.3 \text{ cm}^2/\text{s}$ となる。この結果より、図-5 から t_c/r^2 が 2.0 s/cm^2 となる。解析に用いた範囲はここで得た t_c/r^2 より小さい範囲であることより、得られた T の値は誤りであることが分かる。

このように t_c/r^2 の値を考慮して図-11 より得た直線 (図中の破線) の勾配より帯水層定数を算出すると、 $T=9.8 \text{ cm}^2/\text{s}$ 、 $S=9.4 \times 10^{-3}$ となり、数値解析に用いた入力データの $T=10.0 \text{ cm}^2/\text{s}$ 、 $S=1.0 \times 10^{-2}$ にほぼ等し

い値が求められる。

したがって、従来の揚水試験の整理法である Jacob の方法でも、揚水井の半径の影響を受けない範囲の試験結果を基にすると妥当な帯水層定数を求めることが可能であることが分かる。しかし、この井戸半径の影響を受けない範囲のデータは、先にも述べたが、 t/r^2 を対数で整理した場合には全体の揚水試験結果に比較して極めて狭い範囲となり、一本の観測井の結果から Jacob の直線を定めることは困難なことが多い。よって、多数の観測井の結果を同時に整理して Jacob の直線を求める必要がある。

なお、井戸半径の影響を受けている範囲の試験結果を基に透水量係数を定めると、実際の透水量係数より小さい値を算出し、貯留係数に関しても実際より大きい値を求めてしまう。このようにして得られた帯水層定数を基に排水設計を実施すると、水位低下のための排水量は少なく、揚水井周辺の水位の低下速度が遅いものとする過少な予測になり、実際の施行に際して危険側の設計となる。

5. 回復試験における帯水層定数の算出方法

5.1 回復試験による貯留係数の求め方

揚水試験中は揚水用ポンプの影響で揚水井内の水位が振動するなどの外的な要因が地下水に作用するが、回復過程では地下水位が低下した状態から、帯水層内の能力によって水位が回復するために、帯水層定数の特性が正確に求められると考えられる。

Theis の揚水理論では一定流量の揚水であったが、揚水流量が時間的に変化する場合の水位低下式は、ラプラス逆変換の Duhamel の公式を用いて Muskat は次式を導いている¹¹⁾。

$$s = \frac{1}{4\pi T} \int_0^t \frac{Q(\beta)}{t-\beta} \exp\left\{-\frac{r^2 S}{4\pi(t-\beta)}\right\} d\beta \quad (27)$$

したがって、従来、この回復量の考え方として、揚水を停止することは、揚水試験を継続して、その時の揚水流量と同等の注水を行った結果が揚水を停止した後の回復水位 (s') と定義している。すなわち、図-12 に示すように残留水位降下量 s' の値は s_1 と s_2 を重ね合わせたものとして次式より求められる¹²⁾。

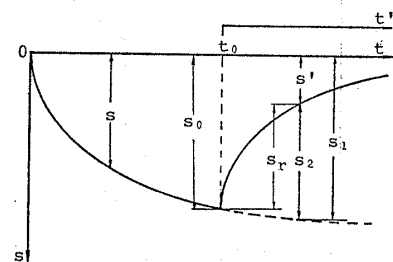


図-12 回復水位における各成分

$$s' = s_1 + s_2 = \frac{Q}{4\pi T} W(u) - \frac{Q}{4\pi T} W(u') \\ = \frac{Q}{4\pi T} \{W(u) - W(u')\} \quad (28)$$

ここで,

$$u = \frac{S}{4T} \left(\frac{r^2}{t} \right), \quad u' = \frac{S'}{4T} \left(\frac{r^2}{t'} \right)$$

また, S' は注水での貯留係数である。 t, t' の値の定義は図-12 に示す。(28) 式において, 揚水停止後の十分な時間経過後は, Jacob の近似式より次式となる。

$$s' = \frac{2.3Q}{4\pi T} \left[\log \left\{ \frac{2.25T}{S} \left(\frac{t}{r^2} \right) \right\} - \log \left\{ \frac{2.25T}{S'} \left(\frac{t'}{r^2} \right) \right\} \right] \\ = \frac{2.3Q}{4\pi T} \left[\log \frac{t}{t'} - \log \frac{S}{S'} \right] \quad (29)$$

(29) 式より, 片対数紙上に s' と $\log(t/t')$ をプロットすると, そこに得られる直線の勾配 Δs より透水量係数は次式より求められる¹⁾。

$$T = \frac{2.3Q}{4\pi \Delta s} \quad (30)$$

また, (29) 式より明らかに $s'=0$ 軸の切片 (t/t_0) の値より, 貯留係数の S/S' の比が求められる¹²⁾。しかし, この従来の手法では貯留係数の値は定められない。

s' の値は自然水位からの低下量として計測される水位であるが, 揚水停止時の低下量 (s_0) からの回復量 (s_r) の値 (以後, 回復水位とする) を対象とすると, 図-12 より明らかにこの値は次式で定義できる。

$$s_r = s_0 - s' \quad (31)$$

ここで, s_0 の値は揚水停止までの水位低下量であることより次式になる。

$$s_0 = \frac{Q}{4\pi T} W(u_0) = \frac{2.3Q}{4\pi T} \log \frac{2.25Tt_0}{Sr^2} \quad (32)$$

(32), (29) 式を (31) 式に代入すると, 次の式を得る。

$$s_r = \frac{2.3Q}{4\pi T} \left\{ \log \frac{t_0 t'}{t r^2} - \log \frac{S'}{2.25T} \right\} \quad (33)$$

(33) 式の回復水位 s_r の値は直接計測できないが, s' の値を経時的に計測することより (31) 式を用いて簡単に計算できる。この式より回復試験結果の s_r の値と

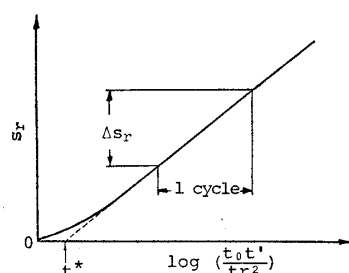


図-13 $\log(t_0/t) \cdot (t'/r^2)$ と回復水位 (s_r) の関係

$\log(t_0/t) \cdot (t'/r^2)$ を図-13 に示すように片対数紙に整理すると直線的なデータが得られ, 透水量係数の値はその直線の勾配 Δs_r より, 次の式から求められる。

$$T = \frac{2.3Q}{4\pi \Delta s_r} \quad (34)$$

また, 貯留係数は $s_r=0$ 軸との切片の値 t^* より,

$$S' = 2.25 T t^* \quad (35)$$

と定められる。

(33) 式において t' を無限大にすると,

$$s_r|_{t' \rightarrow \infty} = \frac{2.3Q}{4\pi T} \left\{ \log \frac{t_0}{r^2} - \log \frac{S'}{2.25T} \right\} = s_0 \quad (36)$$

となり, 回復結果の最終の s_r の値は図-12 より s_0 の値になる。すなわち, 図-13 での回復結果のプロットの最終値は s_0 になる。

なお, (33) 式は次のように書き換えることができる。

$$s_r = \frac{2.3Q}{4\pi T} \left[\log \frac{t'}{r^2} - \log \frac{S'}{2.25T} + \log \frac{t_0}{t_0 + t'} \right] \quad (37)$$

(37) 式において, 揚水試験を十分長い時間実施した後の回復試験では, $\log[t_0/(t_0+t')] \approx 0$ と近似される。したがって,

$$s_r = \frac{2.3Q}{4\pi T} \left[\log \frac{t'}{r^2} - \log \frac{S'}{2.25T} \right] \quad (38)$$

となり, (38) 式は揚水試験での Jacob の式と同等の式であり, この式より s_r と t'/r^2 に関して Jacob の方法で整理すると, T および S' の値を算出することが可能となることが分かる。

赤井は相当時間経過後の回復結果を (38) 式をもとに整理して帯水層定数を求める方法を示している¹³⁾。

5.2 回復試験における揚水井半径の影響

井戸半径の影響を考慮した回復試験法の解析は, 揚水量が $t=t_0$ に $Q=0$ と急に变化すると考えると, 三野が用いているように⁹⁾, (1) 式を解く際の井戸における境界条件として, ラプラス変換した演算子で表示すると次式となる。

$$2\pi r_w T \frac{\partial \bar{s}'}{\partial r} \Big|_{r=r_w} - \pi r_c^2 (p \bar{s}_w) = \frac{Q}{p} \{1 - \exp(-pt_0)\} \quad (39)$$

ここで, $\bar{s}_w, \bar{s}'$ は s_w, s' を時間 t についてラプラス変換したものであり, p はラプラス変換変数である。

(39) 式を用いて回復過程 ($t > t_0$) での水位低下の解を求めると次のようになる。

$$s' = \frac{Q}{4\pi T} \{F(u, \alpha, \bar{r}) - F(u', \alpha, \bar{r})\} \quad (40)$$

ここで, $u' = (S'/4T) \cdot (r^2/(t-t_0))$ であり, $F(u, \alpha, \bar{r})$ は (10) 式である。

すなわち, 井戸半径を考慮した回復試験の解析も, Theis の方法と同様に (10) 式を t_0 だけ平行移動させ

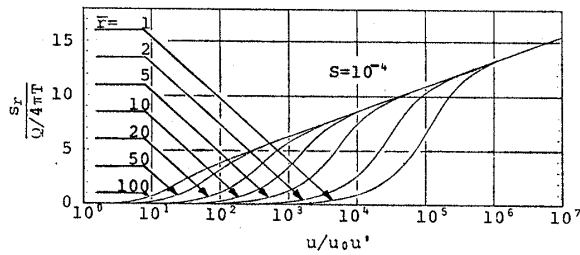


図-14 回復過程の標準曲線

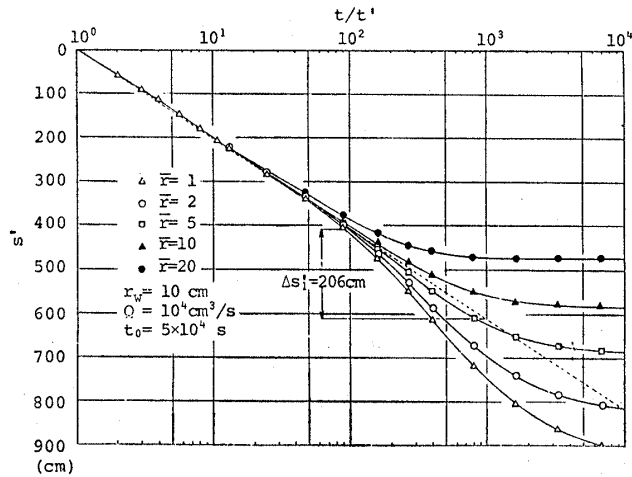


図-15 従来の手法で回復試験データを整理した結果

たものを重ね合わせた式に帰着することになる。

図-14 に (31) 式の回復水位 (s_r) の無次元量 s_r^* ($=4\pi Ts_r/Q$) と u/u_0u' に関する次式の値を計算した一例を示す。

$$s_r^* = \frac{4\pi Ts_r}{Q} = F_0(u_0, \alpha, \bar{r}) - F(u, \alpha, \bar{r}) + F(u', \alpha, \bar{r}) \quad (41)$$

この場合にも各観測井における計測結果は (33) 式に示す一本の直線に漸近することが分かる。また、図-14 は図-11 に極めて類似した曲線となり、 $\bar{r}$ の値が小さくなるほど、回復過程においても井戸半径の影響を強く受けることがわかる。特に揚水井での回復水位はこの影響を強く受ける。

図-11 の揚水試験にて $t_0=50000$ s (約 14 時間) 後に揚水を停止して回復試験を実施した場合について、有限要素法による浸透解析を用いてシミュレートし、従来の方法で整理した結果を図-15 に示す。この図より、 t' が大きい範囲 (図-15 の左側) での結果より直線を描き、その勾配を求めて (30) 式より透水量係数を算定すると、 $T=8.9$ cm²/s と得られた。なお、シミュレーションに用いた帯水層定数は $T=10.0$ cm²/s、 $S=S'=1.0 \times 10^{-2}$ である。また、このシミュレーション結果を回復水位と t'/r^2 で整理した場合を図-16 に示す。この図より、各観測井が漸近する直線 (図-16 の破線) を求め、その勾配と $s_r=0$ 軸との切片より $T=10.6$ cm²/s、 $S'=1.58 \times$

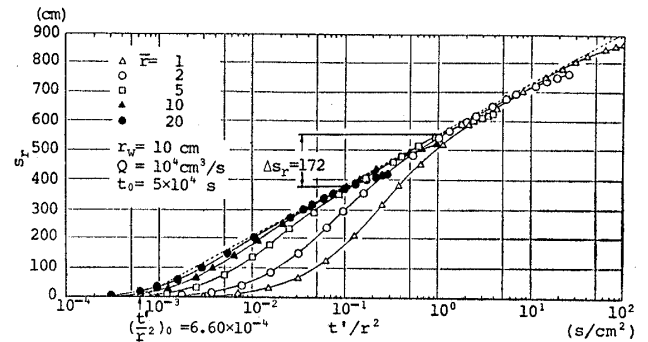


図-16 Jacob の手法で回復試験データを整理した結果

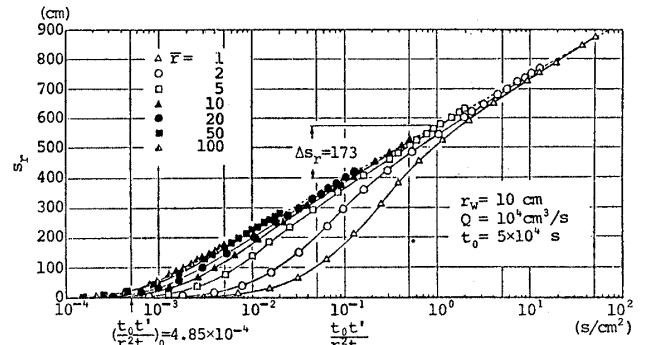
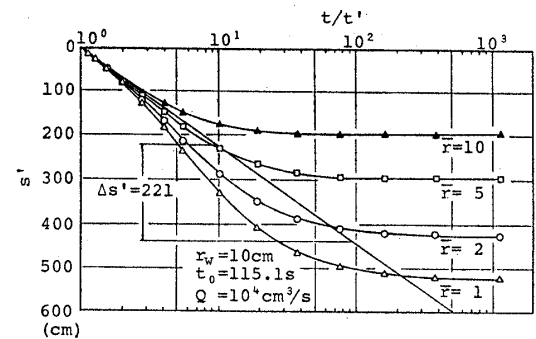
図-17 $\log(t_0/t) \cdot (t'/r^2)$ と回復水位 (s_r) で試験データを整理した結果

図-18 揚水時間が短い試験の回復結果

10^{-2} と算定できた。図-16 の各観測井の計測の最終値近傍の結果が直線部より分離しているが、これは t' が大きくなるにつれて、(37) 式の右辺第 3 項がゼロに近似できなくなってきたためである。

図-17 に本研究で提案した結果を示すが、この結果から得られた直線より帯水層定数は $T=10.6$ cm²/s、 $S=1.15 \times 10^{-2}$ と求められた。

このように、従来の回復法と Jacob 法、および本研究で提案した方法とを比較すると、透水量係数、貯留係数に関して本研究の方法が最も妥当な値を得ていることが分かる。

一方、揚水過程で揚水井の半径の影響が残っている状態で揚水を停止して回復試験を行い、従来の方法で整理した結果の一例を図-18 に示す。この図より、透水量係数を求めることは極めて困難であることが分かる。同じ

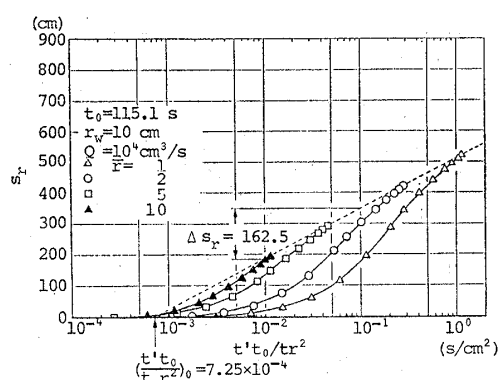


図-19 揚水時間が短い試験の回復結果を $s_r - (t_0/t) \cdot (t'/r^2)$ で整理した結果

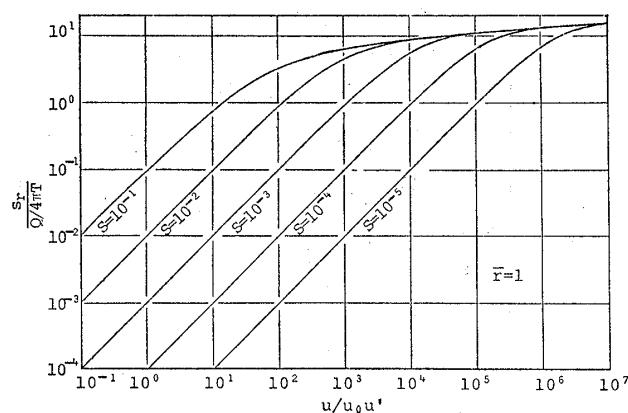


図-20 揚水井内の回復過程の標準曲線

データを本研究で提案する手法で整理した結果を図-19に示すが、これより各観測井の計測結果が漸近する直線を求めて、それより、帯水層定数を算定すると、 $T = 12.6 \text{ cm}^2/\text{s}$ 、 $S' = 1.84 \times 10^{-2}$ となった。透水量係数に関しては近似的な値が得られるが、貯留係数は約2倍近い値となる。

以上の結果より、回復法によって帯水層定数を求めるためには、揚水過程で井戸半径の影響が無視できる時間まで揚水試験を継続した後、回復試験を実施する必要があることが分かる。また、回復試験結果の計測結果においても回復初期のデータは、井戸半径の影響を受けていることより、十分回復した後の計測データを基にして帯水層定数を定める必要がある。しかし、このように十分長い時間の観測結果は、対数紙上で占る領域が極めて狭いことより、一本の観測井の回復結果から直線を定めることは困難である。したがって、回復試験においても揚水試験と同様に図-17や図-19のように数本の観測結果から帯水層の透水性を考慮した直線を定める方法が最良の方法と考えられる。

ここで、回復試験のデータとしてよく用いられる揚水井内の水位回復計測結果から帯水層定数を求める方法について考察する。揚水井内の水位回復結果は図-14に示すように $\bar{r} = 1$ の曲線は井戸半径の影響により Theis の

回復より大きく遅れが生じている。したがって、回復過程についても揚水過程と同様の図-2に対応する標準曲線を揚水井に関して(40)式より数値計算すると図-20のようになる。図-20は揚水過程での揚水井内の水位低下を示す図-2において横座標を図-20のように変化した場合とまったく同じ結果である。

図-20における揚水井の水位回復結果より帯水層定数を求める方法は計測結果を s_{rw} と $(t_0/t)(t'/r^2)$ に両対数紙上にプロットして図-20とのマッチポイント $(s_{rw}, s_{rw}^*$ と $(t_0/t)(t'/r^2), u/u_0 u')$ を定めると、透水量係数は次の式より算定できる。

$$T = \frac{Q}{4\pi s_{rw}} s_{rw}^* \quad (41)$$

なお、貯留係数の値については、揚水過程と同様にきわめて定めにくい。

6. 結 論

本研究では、揚水試験における揚水井の半径の影響を定量的に評価し、井戸半径の影響がある状態での揚水試験と回復試験結果より帯水層定数を求める手法について探究した。この研究より得られた知見および結果を要約すれば以下ようになる。

- (1) 揚水井の半径を考慮した Hantush および Papadopoulos の解を示し、両者の境界条件の差を指摘し、Papadopoulos の解析解より揚水井の半径の影響が無視できる揚水継続時間 (t_c) について論じ、 t_c の値が透水量係数と揚水井の半径および揚水井から観測井までの距離によって概算できることを示した。
- (2) 揚水井の貯留効果が従来の Theis の解析にどのように影響するかを、揚水による帯水層からの流出量の時間的変化より検討し、井戸半径が大きい場合に、Theis の解析を用いるには相当長時間の揚水が必要であることを指摘した。
- (3) 揚水井の半径の影響を考慮した揚水試験結果から帯水層定数を算出する方法について検討し、Papadopoulos の図解法を改良して、観測井による図解法と観測井群による解法を提案し、帯水層定数の中の特に貯留係数を適確に算定する方法を示した。
- (4) 井戸半径が影響する限界揚水時間を考慮して、複数の観測井の計測結果を従来の Jacob の方法に整理して帯水層定数を算定する際の注意点について述べ、新しく提案した手法の適用性を有限要素法による数値実験結果をデータとして検討した。
- (5) 回復試験より帯水層定数を求める方法におい

て、新しいパラメーターである回復水位 (s_r) と $(t_0/t) \cdot (t'/r^2)$ について着目し、Jacob の方法で整理した結果より透水量係数と貯留係数を求める方法を提案した。

- (6) 井戸半径を考慮した回復試験の解析式より、帯水層定数を求める際の留意点を指摘した。

なお、揚水試験においては、井戸の不完全貫入や、加圧層からの漏水などの種々の要因がここで述べた井戸半径の影響と重なり合ってくることで、どの要因が最も強く作用しているかの判断基準が必要である。また、三野が指摘している³⁾ように井戸特性の流入抵抗も、ここでは無視したが、実際には揚水試験結果を大きく支配することより、今後、このパラメーターを適確に求める方法も確立しなければならない。

謝 辞

本研究を遂行するにあたり終始適切な助言をいただいた岡山大学工学部河野伊一郎教授および同大学農学部三野徹助教授に厚く御礼申し上げます。

[付 録 (1)]

被圧帯水層における完全貫入井による揚水試験の有限要素法による浸透解析では、浸透は一次元であるが、次式に示す 2 次元軸対称浸透流の基礎方程式を用いた。

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r k \frac{\partial h}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{A1})$$

(A1) 式を重みつき残差法のガラーキン法を用いて有限要素法に離散化を行った。

初期条件および境界条件を図-A1 を用いて以下に説明する。

a. 境界条件

- AD, BC : 不透水境界
- CD : 定水頭境界
- AB : 浸出面

なお、 AB の境界条件の時間的变化は、次式より推定する。

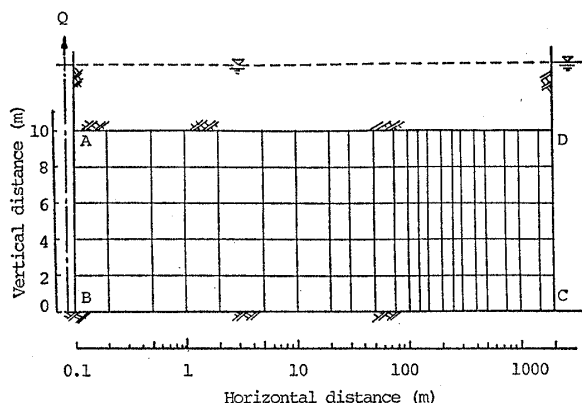


図-A1 揚水試験の浸透解析の要素分割

$$h^{I+1}(t+\Delta t) = \alpha h^I(t+\Delta t) + (1-\alpha) \times \left[h(t) + \Delta t \frac{Q_{\text{out}}^I(t+\Delta t) - Q}{\pi r_w^2} \right] \quad (\text{A2})$$

ここで、 Q_{out} は AB 面よりの流出流量、また、 α は 0.8 の値を用いて計算した。

b. 初期条件

$t=0$ で $ABCD$ 内では全水頭が一定で平衡状態にある。

記 号 説 明

D = 帯水層厚

$F(u, \alpha, \bar{r})$ = Papadopoulos の井戸半径を考慮した標準関数

$F_w(u, S)$ = Papadopoulos の揚水井での水位の標準関数

$G(\tau, \bar{r})$ = Hantush の井戸半径を考慮した標準関数

k = 透水係数

p = ラプラス変換変数

Q = 揚水流量

Q_{out} = 井戸半径を考慮した際の帯水層からの流出流量

$Q^* = Q_{\text{out}}/Q$

r = 揚水井の中心からの揚水井までの距離

r_w = 揚水井の流入半径

r_c = 揚水井の貯留半径

$\bar{r} = r/r_w$

S = 水頭低下時の貯留係数 ($= DS_s$)

S' = 水頭回復時の貯留係数

S_s = 比貯留係数

s = 自然水位よりの揚水による水位低下量

s' = 残留水位低下量

s_0 = 揚水での最終水位低下量

s_r = 回復水位 ($= s_0 - s'$)

s_w = 揚水井内の水位低下量

$\bar{s} = s$ を時間 t に関してラプラス変換した関数

s_p = 井戸半径を考慮した Papadopoulos の解

s_T = Theis の解

T = 透水量係数 ($= Dk$)

t = 揚水時間

t' = 揚水停止後の回復時間

t_c = Theis と Papadopoulos の解が近似的に一致する揚水時間

$t_c^* = u_c/S = (1/4 T) \cdot (r^2/t_c)$

$u = (S/4 T) \cdot (r^2/t)$

$u_w = (S/4 T) \cdot (r_w^2/t)$

u_c = Theis と Papadopoulos の解が近似的に一致する無次元時間

$u' = (S'/4 T) \cdot (r^2/(t-t_0))$

$W(u)$ = 井戸関数

$\alpha = S \cdot (r_w^2/r_c^2)$

$\tau = (T/S) \cdot (t/r_w^2)$

Δs = Jacob の方法での直線の勾配

Δs_r = 回復法での直線の勾配

参 考 文 献

- 1) 土質工学会編(1982): 「土質調査法」(第2回改訂版), pp. 353~367.
- 2) 赤井浩一・西垣 誠(1975): 堅井, 横井の揚水における地下水位低下に関する非定常解析, 「第10回土質工学研究発表会講演集」, pp. 619~623.
- 3) Kono, I. and Nishigaki, M. (1979): "A method for determination of anisotropic coefficients of permeability and

- specific storage from pumping test data," *Soils and Foundations*, Vol.19, No.1, pp55-62.
- 4) 赤井浩一・大西有三・西垣 誠(1977): 揚水解析における影響圏の算定と排水設計への応用, 「土木学会論文報告集」, 第268号, pp.91~98.
 - 5) Hantush, M. S. (1964): "Drawdown around wells of variable discharge," *J. Geoph. R.*, Vol.69, No.20, pp.4221-4235.
 - 6) Hantush, M. S. (1964): "Hydraulics of wells," in *Advances in Hydrosiences*, Vol.1, V.T. Chow, Ed., pp. 281-432.
 - 7) Papadopoulos, I. S. and Cooper, Jr., H. H. (1967): "Draw-down in a well of large diameter," *Water Res. Res.*, Vol.3, No.1, pp.241-244.
 - 8) 三野 徹(1970): 帯水層定数の決定に関する研空(I, II, III, IV), 「農業土木学会論文集」, 第32, pp.28~52.
 - 9) 赤井浩一・大西有三・西垣 誠(1977): 有限要素法による飽和-不飽和浸透流の解析, 「土木学会論文報告集」, No.264, pp.87~96.
 - 10) 西垣 誠(1983): 多孔式揚水試験結果の自動整理方法, 「土質工学会論文報告集」, Vol.23, No.4, pp.178~184.
 - 11) Muskat, M(1937): *The Flow of Homogeneous Fluids through Porous Media*, McGraw-Hill, New York, pp. 667-668.
 - 12) 山本莊毅(1983): 「新版地下水調査法」, 古今書院, p. 217.
 - 13) 赤井浩一(1966): 「土質力学」, 朝倉書店, pp.43~56.